

EXERCICE 1**Forme canonique et variation****(3 points)**

$$f(x) = 2x^2 + 12x + 53.$$

$$1) f(x) = 2\left(x^2 + 6x + \frac{53}{2}\right) = 2\left[(x+3)^2 - 9 + \frac{53}{2}\right] = 2\left[(x+3)^2 + \frac{35}{2}\right] = 2(x+3)^2 + 35$$

2) On a le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘ 35 ↗	$+\infty$

3) D'après le tableau de variation, le minimum de la fonction est 35, donc la fonction f ne peut s'annuler et donc la parabole ne coupe pas l'axe des abscisses.**EXERCICE 2****Équations****(5 points)**1) $2x^2 - 3x - 2 = 0$, on a $\Delta = 9 + 16 = 25 = 5^2 > 0$ deux solutions

$$x_1 = \frac{3+5}{4} = 2 \text{ ou } x_2 = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$$

2) $x^2 + 6x - 7 = 0$, on a $x_1 = 1$ solution évidente, $P = -7$ donc $x_2 = -7$.3) $27x^2 - 36x + 12 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 12x + 4 = 0 \Leftrightarrow (3x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ (sol. double).4) $x^2 - 13x + 270 = 20x \Leftrightarrow x^2 - 33x + 270 = 0$, on a $\Delta = 33^2 + 4 \times 270 = 9 = 3^2 > 0$

$$x_1 = \frac{33+3}{2} = 18 \text{ ou } x_2 = \frac{33-3}{2} = 15$$

5) $x^4 - 11x^2 = 80$, on pose $X = x^2$ avec $X \geq 0$, l'équation devient :

$$X^2 - 11X - 80 = 0, \text{ on a } \Delta = 121 + 320 = 441 = 21^2 > 0 \text{ deux solutions}$$

$$X_1 = \frac{11+21}{2} = 16 \text{ ou } X_2 = \frac{11-21}{2} = -5 < 0 \text{ (non retenu)}$$

On revient à x , on a : $x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4$ ou $x = -4$ **EXERCICE 3****Inéquation****(4 points)**1) $x^2 + 3x - 4 \leq 0$, on a $x_1 = 1$ racine évidente, $P = -4$ donc $x_2 = -4$:

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$		
$x^2 + 3x - 4$		+	0	-	0	+

$$S = [-4; 1]$$
2) $7x - 3 \leq 2x^2 \Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 3 \leq 0$, on a $\Delta = 49 - 24 = 25 = 5^2$

$$x_1 = \frac{-7+5}{-4} = \frac{1}{2} \text{ ou } x_2 = \frac{-7-5}{-4} = 3$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$		
$-2x^2 + 7x - 3$		-	0	+	0	-

$$S =]-\infty; \frac{1}{2}] \cup [3; +\infty[$$
3) $\frac{5x^2 - 3x}{x^2 + 4x + 3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x(5x-3)}{x^2 + 4x + 3} \geq 0$, nul pour $x = 0$ ou $x = \frac{3}{5}$ $x^2 + 4x + 3 = 0$, $x_1 = -1$ sol. évidente, $P = 3$ donc $x_2 = -3$ donc $D_f = \mathbb{R} - \{-3; -1\}$

x	$-\infty$	-3	-1	0	$\frac{3}{5}$	$+\infty$		
$x(5x-3)$		+	+	+	0	-	0	+
$x^2 + 4x + 3$		+	0	-	0	+	+	+
$\frac{x(5x-3)}{x^2 + 4x + 3}$		+	-	+	0	-	0	+

$$S =]-\infty; -3[\cup]-1; 0] \cup \left[\frac{3}{5}; +\infty\right[$$

EXERCICE 4**Équation paramétrique****(4 points)**1) $f_m(x) = 0$ a une solution double ssi $\Delta = 0$

$$\Delta = 4(m+1)^2 - 8(m^2 - 1) = 4(m^2 + 2m + 1 - 2m^2 + 2) = 4(-m^2 + 2m + 3) = 0$$

$$\text{donc } \Delta = 0 \stackrel{m=-1 \text{ rac. évidente}}{\Leftrightarrow} m = -1 \text{ ou } m = 3$$

 $f_m(x) = 0$ admet une solution double ssi $m \in \{-1; 3\}$. On a $x_0 \stackrel{m=-1}{=} 0$ ou $x_0 \stackrel{m=3}{=} -2$ 2) $f_m(x) = 0$ admet deux solutions distinctes de signes contraires ssi $\Delta > 0$ et $P < 0$.

$$P = \frac{m^2 - 1}{2} = \frac{(m-1)(m+1)}{2}, \text{ on a le tableau de signe suivant : on trouve } m \in]-1; 1[$$

m	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
Δ		-	0	+	0	-
P		+	0	-	0	+

3) Comme $a = 2 > 0$, $f_m(x) > 0$ pour tout réel x ssi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m \in]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[$

EXERCICE 5

Problème

(2 points)

Soit x et y avec $x > y$ les deux entiers relatifs :

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ xy - (x + y) = 111 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 9 \\ (y + 9)y - y - 9 - y = 111 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 9 & (1) \\ y^2 + 7y - 120 = 0 & (2) \end{cases}$$

de (2) : $\Delta = 49 + 480 = 529 = 23^2 > 0$, deux solutions :

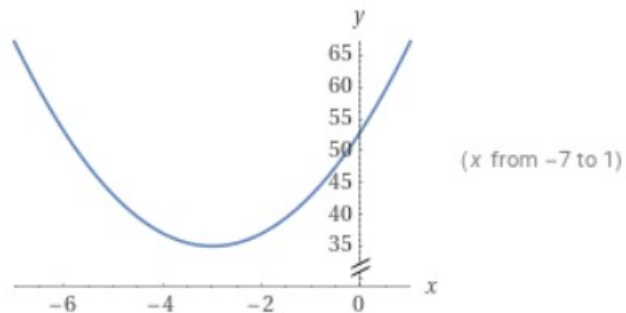
$$y_1 = \frac{-7 + 23}{2} = 8 \text{ ou } y_2 = \frac{-7 - 23}{2} = -15 < 0 \text{ (non retenu)}$$

de (1) : $x = y + 9 = 8 + 9 = 17$. Les entiers naturels cherchés sont 17 et 8.

Annexe

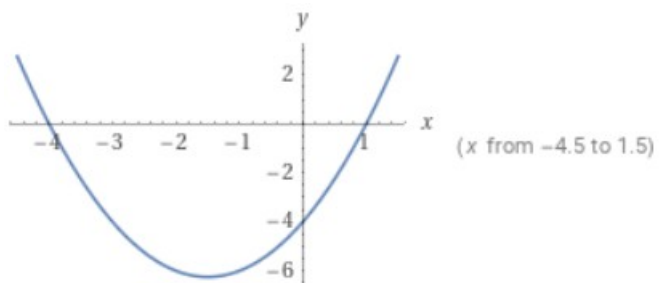
Ex 1 : Graphique de la fonction

$$f(x) = 2x^2 + 12x + 53$$

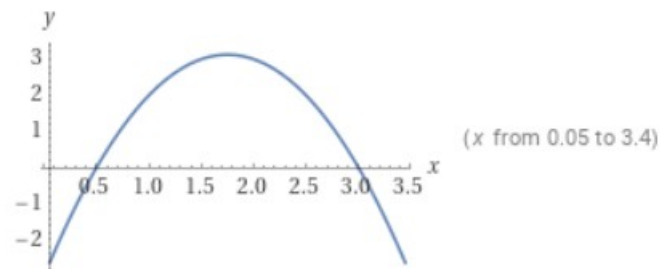


Ex 3 : Graphiques des fonctions liées aux inéquations

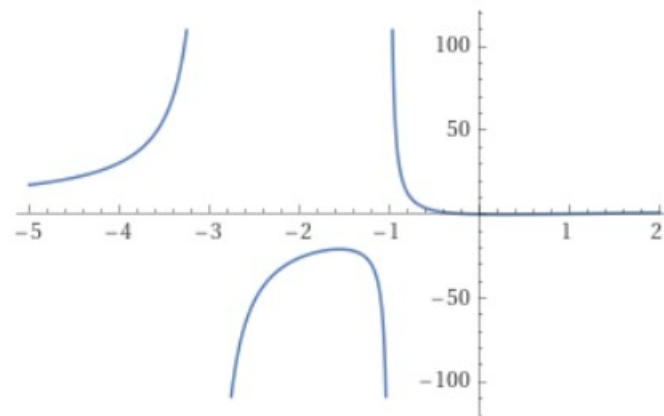
$$f(x) = x^2 + 3x - 4$$



$$f(x) = -2x^2 + 7x - 3$$



$$f(x) = \frac{5x^2 - 3x}{x^2 + 4x + 3}$$



Quelques citations célèbres ...

- " *Nous sommes automates dans les trois quarts de nos actions* "
 - Blaise PASCAL
- " *Conservons par la sagesse ce que nous avons acquis par l'enthousiasme* "
 - PYTHAGORE de Samos
- " *Qui pense peu se trompe beaucoup* "
 - Gottfried Wilhelm LEIBNIZ
- " *La vie c'est comme une bicyclette, il faut avancer pour ne pas perdre l'équilibre* "
 - Albert EINSTEIN