SOS Maths - Variables aléatoires - janvier 2024

E.1 On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	5	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,4	0,38	0,15	0,05	0,02

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

E.2 En fin d'année l'association des élèves d'un lycée organise une tombola ; 100 tickets à 10 euros chacun sont mis en vente.

Voici les différents tickets gagnants :

- 2 tickets gagnent 100 € ;
- 15 tickets gagnent 10 € ;

1. a. Quelle est la somme des gains dans cette tombola?
   b. Si tous les tickets sont vendus, quel sera le bénéfice réalisé par les organisateurs?

On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir au hasard un ticket et la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui, à chaque ticket, associe sa valeur.

2. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
3. a. Déterminer l'espérance $E(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Déterminer la variance $V(\mathcal{X})$ et $\sigma(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$. *(on arrondira les valeurs au centième près).*

E.3 Un joueur lance une fois un dé bien équilibré à 6 faces.

Il gagne 10 € si le dé marque 1. Il gagne 1 € si le dé marque 2 ou 4. Il ne gagne rien dans les autres cas. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au gain du joueur.

1. Sans l'usage de la calculatrice, donner la valeur exacte de la variance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
2. A l'aide de la calculatrice, donner la valeur de l'écart-type de la variable aléatoire $\mathcal{X}$ arrondie au centième près.

E.4 Un jeu consiste à lancer quatre fois successivement un pièce de monnaie équilibré. A chaque lancer, on note la face obtenue.

1. Construire un arbre de choix représentant cette expérience aléatoire.

On admet que les issues de cette expérience sont équiprobables. A chacune des issues, on associe un gain en suivant :

- le gain est de 0 € si le côté face n'apparait pas ;
- le gain est de 1 € si le côté face apparait 1 fois ;
- le gain est de 2 € si le côté face apparait 2 fois ;
- le gain est de 4 € si le côté face apparait 3 fois ;
- le gain est de 10 € si le côté face apparait 4 fois ;

2. Etablir que : $\mathcal{P}(\mathcal{X}=4)=\dfrac{1}{4}$
3. Compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	4	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$					

4. Compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de distribution cumulative de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	4	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant k)$					1

E.5 Un magasin de sport propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée.

Son matériel loué est constitué de 60 % de skis de piste, le reste étant également réparti entre les snowboards et les skis de randonnées.

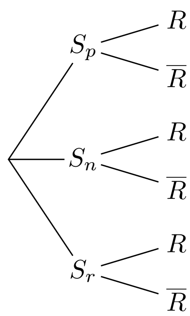
Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Indépendamment du type de matériel loué, 30 % du matériel nécessite une réparation.

Chaque paire de ski et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise son suivi. On tire au hasard une fiche. On considère les évènements suivants :

- S_p : "*La fiche est celle d'une paire de skis de piste*" ;
- S_n : "*La fiche est celle d'un snowboard*" ;
- S_r : "*La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée*" ;
- R : "*Le matériel nécessite une réparation*" ; $\overline{R}$ est son évènement contraire.

Tous les résultats des quatre premières questions seront arrondies à 10^{-3}.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre :



2. a. Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ne nécessitant pas une réparation.
   b. Calculer $\mathcal{P}(S_p\cup\overline{R})$: la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ou un matériel ne nécessitant pas une réparation.
3. Le coût de la location de skis de piste ou d'un snowboard est de 20 €, celui d'une paire de skis de randonnée est de 15 €.
   En cas de réparation, un sur-coût de 15 € est facturé.

   On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui associe à une fiche le montant de la facturation associée.

   a. Dresser un tableau représentant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

