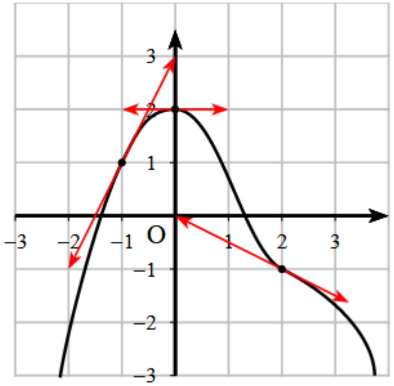
1ère spé SOS maths : Dérivation & Tangentes - *Corrigé* fev 2024

Ex 1 **: (*) - 4 pts** – *Lectures graphiques*

On donne ci-contre le graphique d'une fonction dérivable f ;



on lit graphiquement :

$$f'(-1)=\frac{2}{1}=2,\ f'(0)=0,\ f'(2)=\frac{-1}{2}=-0{,}5$$

on obtient les équations des tangentes :

$(T_{-1}): y=2x+3,\ (T_0)=y=2, (T_2): y=-0{,}5x$

tableau de variations de *f* :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de f'		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

tableau de signes de *f :*

x	$-\infty$		-1,2		1,2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

les extrema locaux de la fonction *f* sur $[-2;3]$:

- f admet un maximum local en $x=0$
- f n'admet aucun minimum local

Ex 3 **: (***) - 2 pts –** *Équations de tangentes*

1) $f(x)=-x^2+2x+8$ et $a=-2$
   $f'(x)=-2x+2$ donc $f'(-2)=6$ avec $f(-2)=0$
   or $(T_{-2}): y=f'(-2)(x+2)+f(-2)$
   donc $(T_{-2}): y=6(x+2)+0$ soit $(T_{-2}): y=6x+12$

2) $f(x)=\dfrac{x+3}{1-2x}$ et $a=0$
   $f'(x)=\dfrac{1(1-2x)-(x+3)(-2)}{(1-2x)^2}=\dfrac{7}{(1-2x)^2}$ donc $f'(0)=7$
   et $f(0)=3$; or $(T_0): y=f'(0)(x)+f(0)$
   donc $(T_0): y=7x+3$

3) $f(x)=x^2+1-\dfrac{1}{x^2+1}$ et $a=1$
   $f'(x)=2x-\dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}=2x+\dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$ donc $f'(1)=2{,}5$
   or $f(1)=1{,}5$ et $(T_1): y=f'(1)(x-1)+f(1)$
   donc $(T_1): y=2{,}5(x-1)+1{,}5$ soit $(T_1): y=2{,}5x-1$

Ex 2 **: (**) - 4 pts** – *Étude de la dérivée*

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-3x^2+3x+4$

la dérivée de f est $f'(x)=3x^2-6x+3$

On observe que f' ne comporte aucune « valeur interdite » donc la courbe C_f représentative de f admet une tangente en chacun de ses points

$f'(x)=0$ donc $3x^2-6x+3=0$ donc $x^2-2x+1=0$
donc $(x-1)^2=0$ donc la solution est $x=1$

Interprétation : La courbe C_f admet une tangente horizontale en $A(1;5)$

La courbe C_f admet une tangente de coefficient-directeur égal à 3
donc $f'(x)=3$ soit $3x^2-6x+3=3$ donc $3x^2-6x=0$
donc $x^2-2x=0$ donc $x(x-2)=0$ donc $x=0$ ou $x=2$

Ainsi La courbe C_f admet une tangente de coefficient-directeur égal à 3 pour les points $B(0;4)$ et $C(2;6)$

BONUS : on suppose que C_f admet une tangente parallèle à la droite d'équation $y=cx+d$ (où *c* et *d* sont deux réels)

ainsi $f'(x)=c$ donc $3x^2-6x+3=c$ donc $3x^2-6x+3-c=0$

on obtient $\Delta=(-6)^2-4\times3\times(3-c)=36-12(3-c)=12c$

- si $c=0$ alors il n'existe qu'une seule tangente possible
- si $c>0$ alors il existe 2 tangentes possibles
- si $c<0$ alors aucune tangent n'est possible