***Ex 1* : (*) - 3 pts**

On donne les droites suivantes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(d_1): y=\frac{-3}{4}x+\frac{1}{4}$, $(d_2): -x+4y-6=0$, $(d_3): 2x+4=0$, $(d_4): y=3$

1) Construire dans un même repère ces 4 droites

$A(-1;1), B(3;-2)\in(d_1)$; $C(-6;0), D(2;2)\in(d_2)$,
$E(-2;0), F(-2;2)\in(d_3)$; $G(0;3), H(4;3)\in(d_4)$

2) Pour chaque droite donner un vecteur directeur et un vecteur normal

- $\vec{u}_1\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ est directeur de (d_1) et $\vec{n}_1\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ est normal à (d_1)
- $\vec{u}_1\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ est directeur de (d_2) et $\vec{n}_1\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ est normal à (d_2)
- $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est directeur de (d_3) et $\vec{i}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ est normal à (d_3)
- $\vec{i}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ est directeur de (d_4) et $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est normal à (d_4)

***Ex 2* : (*) - 2 pts**

On donne les points $A(1;-4)$ et $B(-2;2)$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$; Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix}$ ou encore $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

Soit $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{AM},\vec{v})=0$

donc on déduit que $\begin{vmatrix}x-1 & -1\\ y+4 & 2\end{vmatrix}=0$ donc $2(x-1)-(-1)(y+4)=0$

donc on obtient $(d): 2x+y+2=0$

***Ex 3* : (*) - 3 pts**

Soit la droite (d) passant par le point $B(-5;2)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (d)

un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

2) En déduire une équation cartésienne de (d)

Soit $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{BM},\vec{u})=0$

donc on déduit que $\begin{vmatrix}x+5 & 3\\ y-2 & 2\end{vmatrix}=0$ donc $2(x+5)-3(y-2)=0$

donc on obtient $(d): 2x-3y+16=0$

***Ex 4* : (**) - 3 pts**

On donne les droites suivantes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(d): x+2y-7=0$ et $(d'): -5x+6y+7=0$

1) Justifier que les droites (d) et (d') sont sécantes

un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

un vecteur directeur de (d') est $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}$

ainsi $det(\vec{u},\vec{v})=(-2)\times5-6\times1=-16\neq0$

donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires
donc (d) et (d') sont sécantes

2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection E des droites (d) et (d') par la méthode de votre choix

$M(x;y)\in(d)\cap(d')$ donc $\begin{cases}x+2y=7\\-5x+6y=-7\end{cases}$ donc $\begin{cases}5x+10y=35\\-5x+6y=-7\end{cases}$

par addition des 2 équations on obtient : $16y=28$ donc $y=1{,}75$

de même $\begin{cases}x+2y=7\\-5x+6y=-7\end{cases}$ donc $\begin{cases}-3x-6y=-21\\-5x+6y=-7\end{cases}$

par addition des 2 équations on obtient : $-8x=-28$ donc $x=3{,}5$

en conclusion $S=\{E(3{,}5\ ;1{,}75)\}$

C.6

(1) • D'après l'énoncé, le point I est le milieu du segment $[AB]$:

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}$$

• Par définition, on a : $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$

On a les manipulations algébriques suivantes :

$$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AC}$$

(2) Le point G étant le milieu du segment $[IC]$, on a :

$$\overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{IC}$$

On a les manipulations suivantes :

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IG} = \overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\cdot\left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}\right)$$

$$= \overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{IA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} - \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}\right) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

(3) On a les décompositions suivantes :

• $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} + \left(\frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AC}\right)$

$$= -\frac{3}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AC}$$

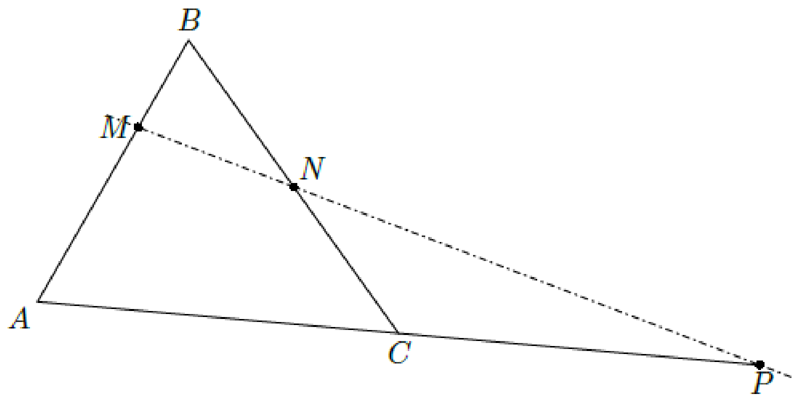
• $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AC}$

On remarque que :

$$\frac{3}{4}\cdot\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\cdot\left(-\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AC}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AC}$$

$$= -\frac{3}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BG}$$

C.7



On a les égalités suivantes :

• $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC}$

• $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} + 2\cdot\overrightarrow{AC}$

$$= \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{BA} + 2\cdot\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{BA} + 2\cdot\overrightarrow{AB} + 2\cdot\overrightarrow{BC}$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{BA} - \cdot\overrightarrow{AB} + 2\cdot\overrightarrow{BC} = -\frac{4}{3}\cdot\overrightarrow{BA} + 2\cdot\overrightarrow{BC}$$

On remarque que :

$$4\cdot\overrightarrow{MN} = 4\cdot\left(-\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC}\right) = -\frac{4}{3}\cdot\overrightarrow{BA} + 2\cdot\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MP}$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont colinéaires :

les droites (MN) et (MP) sont parallèles.

Les droites (MN) et (MP) étant parallèles et possédant un point commun, ces deux droites sont confondues : les points M, N et P sont alignés.