Première spé maths - Fonctions dérivées et Tangentes

E.1 Déterminer, pour chaque fonction, l'expression de sa fonction dérivée :

1. $f : x \longmapsto (x^2 - 3{\cdot}x + 1)(1 - 2{\cdot}x)$
2. $g : x \longmapsto (-x^3 + 2{\cdot}x + 3){\cdot}(x^2 + 1)$

E.2 Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

1. $f\colon x \longmapsto x^5{\cdot}(x^2-1)$ 2. $g\colon x \longmapsto \big(2{\cdot}x^2-5x+1\big)\big(1-x^2\big)$

E.3 On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{3{\cdot}x+1}{2{\cdot}x-1}$

Établir l'égalité suivante : $f'(x) = \dfrac{-5}{(2{\cdot}x-1)^2}$

E.4 Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction g définie ci-dessous :

$$g\colon x \longmapsto \big(x^2 - 3\big){\cdot}\sqrt{x}$$

On donnera l'expression de la fonction dérivée g' sous la forme d'un **quotient simplifié**.

E.5 Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

1. $f\colon x \longmapsto (3 - x){\cdot}\dfrac{1}{x}$ 2. $g : x \longmapsto x{\cdot}\Big(x + \dfrac{1}{x}\Big)$

On donnera l'expression des fonctions dérivées sous la forme d'un **quotient simplifié**.

E.6 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4}{x^2 - 2x + 3}$$

Établir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression : $f'(x) = \dfrac{-8x + 8}{(x^2 - 2x + 3)^2}$

E.7 On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{2{\cdot}x + 1}$

Déterminer l'expression de la fonction f', dérivée de la fonction f.

E.8 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{2{\cdot}x^2 - 1}$$

Établir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression : $f'(x) = \dfrac{-2{\cdot}x^2 - 6{\cdot}x - 1}{(2{\cdot}x^2 - 1)^2}$

E.9 On considère la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{5{\cdot}x-x^2}{3-x^2}$

Établir l'égalité suivante : $g'(x) = \dfrac{5{\cdot}x^2-6{\cdot}x+15}{\left(3-x^2\right)^2}$

E.10 On considère les deux fonctions f et g définies par les relations :

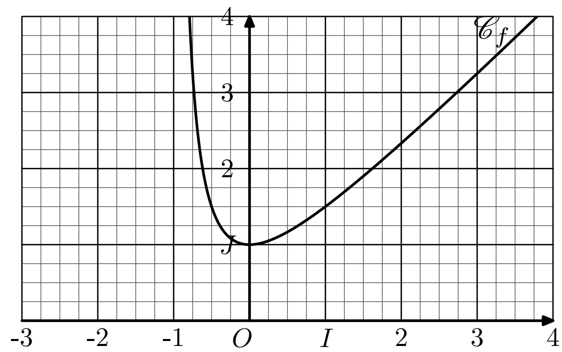
$$f(x) = \big(x^2 - 3{\cdot}x\big){\cdot}\sqrt{x} \quad ; \quad g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$

Déterminer les expressions des fonctions dérivées f' et g' sous la forme de quotients simplifiés.

E.11 On considère la fonction f définie sur $\left]-1\,;+\infty\right[$ dont l'expression est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. Établir que la fonction f' dérivée de la fonction f a pour expression : $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2{\cdot}x}{(x + 1)^2}$
2. On considère les droites (d) et (Δ) tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisses respectives $-\dfrac{1}{2}$ et 1.
   a. Déterminer les équations réduites des tangentes (d) et (Δ).
   b. Tracer les droites (d) et (Δ).

E.12 On munit le plan d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ et on considère la fonction h définie par :

$$h(x) = \frac{3{\cdot}x^2 - x + 2}{x + 1}$$

On note $\mathscr{C}_h$ sa courbe représentative dans le plan.

1. Déterminer l'équation de la tangente (Δ) à la courbe $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse 2.
2. Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

E.13 On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{-2{\cdot}x^2 + x + 1}{4{\cdot}x - 1}$$

1. Établir que la fonction f' dérivée de la fonction f a pour expression : $f'\colon x \longmapsto -\dfrac{8{\cdot}x^2 - 4{\cdot}x + 5}{(4{\cdot}x - 1)^2}$
2. a. La fonction f admet-elle des tangentes dont le coefficient directeur soit -1?
   b. Si oui, déterminer leurs équations réduites.

E.14 On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f\colon x \longmapsto 2x^2 - 5x + 2 \quad ; \quad g\colon x \longmapsto \frac{3x - 2}{1 - 2x}$$

Dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives respectivement des fonctions f et g, et la droite (T) d'équation réduite : $y = -x$

Montrer que la droite (T) est une tangente pour la courbe $\mathscr{C}_f$ et la courbe $\mathscr{C}_f$.

(on donnera les abscisses des points de contact de (T) avec chacune de ces deux courbes)