***Ex 1* : (*) -** On considère la loi de probabilité d'une v.a. X :

k	-2	-1	1	2	3
p_k	0,1	0,2	0,3	0,2	a

1) Calculer la valeur de a
2) Calculer $E(X)$, $V(X)$ puis $\sigma(X)$

***Ex 2* : (*) -** On considère la loi de probabilité d'une v.a. X :

k	-2	-1	1	2	3
p_k	0,25	0,3	0,15	a	b

1) Calculer les valeurs de a et b si $E(X)=0$
2) Calculer $V(X)$ puis $\sigma(X)$

***Ex 3* : (**) -** On lance une pièce truquée de sorte que p(«*pile*»)=0,4 et p(«*face*»)=0,6 ; On effectue 3 lancers successifs avec remise de cette pièce truquée ; soit X la variable aléatoire comptant le nombre de « pile » obtenu ;

1) Construire un arbre pondéré (en indiquant les feuilles)
2) Déterminer la loi de probabilité de X
3) Calculer $E(X)$, $V(X)$ puis $\sigma(X)$
4) Reprendre cet exercice avec 4 lancers successifs

***Ex 4* : (**) -** On considère une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres $n=20$ et $p=0{,}4$

1) a) Calculer $p(X=3)$; $p(X=17)$; $p(X=10)$
   b) Calculer $p(X\leqslant 1)$; $p(X\geqslant 18)$; $p(X\leqslant 15)$ et $p(X\geqslant 10)$
2) Construire l'histogramme de la distribution de X

***Ex 5* : (***) -**L'expérience consiste à lancer deux dés à 4 faces, un bleu et un rouge, que l'on suppose équilibrés. Soit a le résultat obtenu par le dé bleu et b le résultat obtenu par le rouge. On considère (E) : $a\,x^2+b\,x+1=0$

1) Combien d'équations différentes obtient-on ?
2) On note X la v.a. représentant le nombre de solutions de (E)
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Calculer $E(X), V(X)$ puis $\sigma(X)$

***Ex 6* : (**) -** Une urne contient 2 boules rouges et n boules blanches avec $n\geqslant 1$; Les boules sont indiscernables. On prélève au hasard 2 boules de l'urne <u>sans remise</u> ; soit la variable aléatoire X égale au gain algébrique du joueur

- Si elle est rouge, on gagne 10€
- Si elle est blanche, on perd 1€

1) On suppose dans cette question qu'il y a 10 boules blanches ($n=10$)
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Calculer l'espérance de X ; ce jeu est-il équitable ?
   c) Déterminer l'intervalle de confiance du gain du joueur
2) On suppose maintenant que n est un entier positif quelconque.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Exprimer $E(X)$ en fonction de n
   c) Pour quelles valeurs de *n* le jeu est-il équitable ?
   d) Pour quelles valeurs de n a-t-on $E(X)\geqslant 0$?
   e) Calculer n pour avoir $E(X)=2$

Vers la Terminale spé maths → Théorie du dénombrement

***Ex 7* : (*) -** Construire le triangle de PASCAL permettant de calculer les valeurs des coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ pour $0\leqslant k\leqslant 8$ et $0\leqslant n\leqslant 8$

1) Déterminer les développements suivants :
   $A=(a+b)^3$, $B=(a-b)^3$, $C=(a+b)^4$, $D=(a-b)^4$
2) Déterminer les factorisations suivants :
   $E=a^3-b^3$; $F=a^3+b^3$; $G=a^4-b^4$; $H=a^5-b^5$

***Ex 9* : (**) -** Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) $\binom{9}{3}=\binom{9}{6}$ b) $\binom{8}{4}=2\binom{4}{2}$ c) $\binom{5}{2}+\binom{5}{3}=\binom{10}{5}$ d) $\binom{9}{5}=3\binom{8}{5}$ e) $\binom{7}{1}=7$

***Ex 10* : (***) -** Démontrer les relations suivantes :

a) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}=2^n$ b) $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}=0$ c) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{2k}=2^{n-1}$ d) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{2k+1}=2^{n-1}$