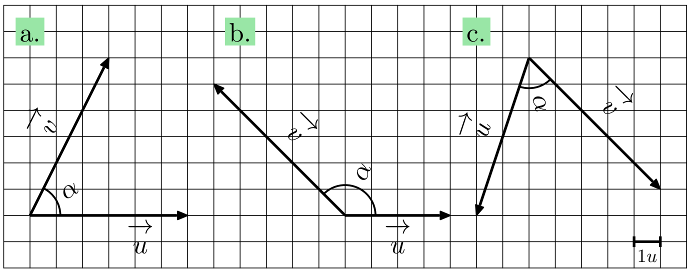
Produits Scalaires et Applications aux Droites - Cercles

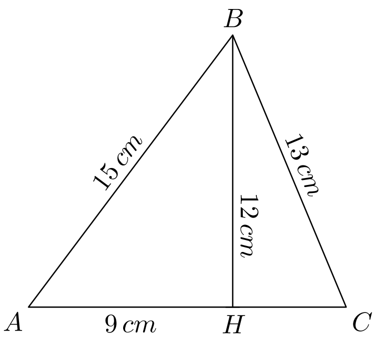
E.1

On considère les trois configurations présentant à chaque fois deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$:



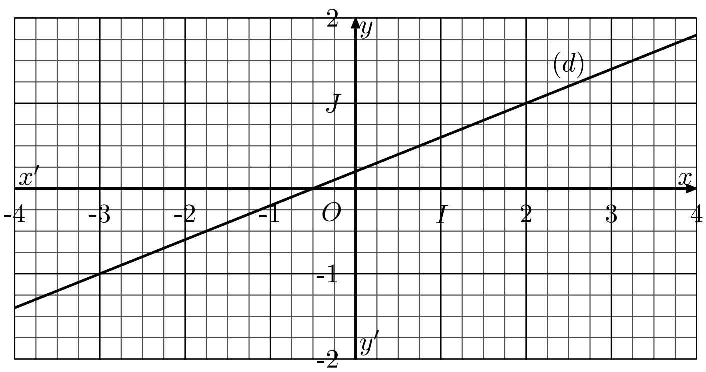
1. Pour chaque question, déterminer les valeurs suivantes :
   $\|\overrightarrow{u}\|$; $\|\overrightarrow{v}\|$; $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$
2. Déterminer la mesure de l'angle α au dixième de degré près.

E.2 On considère le triangle ABC et H le pied de la hauteur issue du sommet B et dont les mesures sont représentées ci-dessous :



1. Établir que : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=99$
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

E.3 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la droite (d) représentée ci-dessous :



1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d).
2. On considère la droite (Δ) ayant pour équation cartésienne :
   (Δ) : $5x+6y-6=0$
   a. Donner les coordonnées de deux points appartenant à la droite (Δ).
   b. Effectuer le tracé dans le repère ci-dessous de la droite (Δ).
3. Algébriquement, déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (Δ).

E.4 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x+2y-z=-2 \\ 3x+y+2z=-1 \\ x-y+3z=3 \end{cases}$$

(On montrera que ce système admet un unique triplet solution).

E.5 On considère le plan muni d'un repère $(O\,,I\,;J)$ orthonormé. Pour chaque question, déterminer l'équation cartésienne de la droite (d) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}$ pour vecteur normal et passant par le point A où :

a. $\overrightarrow{u}(1\,;-2)$; $A(-5\,;2)$ b. $\overrightarrow{u}(-2\,;-4)$; $A(-1\,;3)$

E.6 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la droite (d) ayant pour équation cartésienne :
(d) : $3\cdot x+4\cdot y-5=0$

1. On considère la droite (Δ) admettant $\overrightarrow{u}(2\,;-1)$ pour vecteur normal et passant par le point $A\left(-\dfrac{1}{3}\,;1\right)$
   a. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ).
   b. Justifier que les droites (d) et (Δ) sont sécantes.
2. a. Résoudre le système d'équations :
   $$\begin{cases} 3x+4y-5=0 \\ 6x-3y+5=0 \end{cases}$$
   b. En déduire les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (Δ).

E.7 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et des quatre points :
$A(3\,;2)$; $B(-1\,;3)$; $C(2\,;-2)$; $D(6\,;-3)$

1. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Déterminer l'aire du parallélogramme $ABCD$.

E.8 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(2\,;1)$ et de rayon 4.

Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

E.9 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé et des trois points suivants :
$A(-1\,;2)$; $B(0\,;-5)$; $C(3\,;4)$

1. a. Déterminer l'équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$.
   b. Déterminer l'équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AC]$.
2. a. En déduire le centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC.
   b. Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

