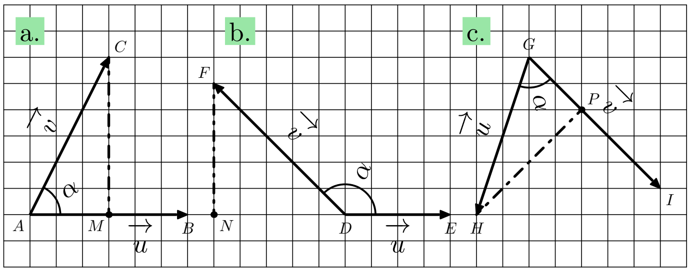
Produits Scalaires et Applications aux Droites - Cercles

C.1



1 • ⇨ $\|\vec{u}\| = 6$

⇨ $\|\vec{v}\| = \sqrt{3^2+6^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$

⇨ Le point M est le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB). Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires et de même sens :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB} = AM\times AB = 3\times 6 = 18$$

• ⇨ $\|\vec{u}\| = 4$

⇨ $\|\vec{v}\| = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$

⇨ Le point N est le projeté orthogonal du point F sur la droite (DE). Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DN}$ sont colinéaires et de même sens :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DN} = -DE\times DN = -4\times 5 = -20$$

• ⇨ $\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2+6^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$

⇨ $\|\vec{v}\| = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$

⇨ Le point P est le projeté orthogonal du point H sur la droite (GI). Les vecteurs $\overrightarrow{GP}$ et $\overrightarrow{GI}$ sont colinéaires et de même sens :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \overrightarrow{GP}\cdot\overrightarrow{GI} = GP\times GI = \sqrt{8}\times\sqrt{50}$$
$$= \sqrt{8\times 50} = \sqrt{400} = 20$$

2 • Le produit scalaire est donné par la formule :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|\cdot\cos(\alpha)$$
$$18 = 6\times\sqrt{45}\times\cos\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{18}{6\times\sqrt{45}}$$
$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{18}{6\times\sqrt{45}}\right)$$
$$\alpha \approx 63{,}435$$
$$\alpha \approx 63{,}4^o$$

• Le produit scalaire est donné par la formule :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|\cdot\cos(\alpha)$$
$$-20 = 4\times\sqrt{50}\times\cos\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{-20}{4\times\sqrt{50}}$$
$$\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{20}{4\times\sqrt{50}}\right)$$
$$\alpha = 135^o$$

• Le produit scalaire est donné par la formule :

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|\cdot\cos(\alpha)$$
$$20 = \sqrt{40}\times\sqrt{50}\times\cos\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{20}{\sqrt{40}\times\sqrt{50}}$$
$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{20}{\sqrt{40}\times\sqrt{50}}\right)$$
$$\alpha \approx 63{,}435$$
$$\alpha \approx 63{,}4^o$$

C.2

1 Dans le triangle BHC rectangle en H et d'après le théorème de Pythagore, on a la propriété :

$$AC^2 = BH^2 + HC^2$$
$$13^2 = 12^2 + HC^2$$
$$169 = 144 + HC^2$$
$$HC^2 = 169 - 144$$
$$HC^2 = 25$$
$$HC = \sqrt{25}$$
$$HC = 5$$

La relation de Chasles permet d'écrire les décompositions :

- $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HA}$
- $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HC}$

Le produit scalaire peut s'exprimer par :

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = \left(\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HA}\right)\left(\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HC}\right)$$
$$= \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HC}$$
$$= 12^2 + 0 + 0 + \left(-9\times 5\right) = 144 - 45 = 99$$

2 Ce produit scalaire s'exprime aussi par :

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = BA\times BC\times\cos\widehat{ABC} = 15\times 13\times\cos\widehat{ABC}$$

De l'égalité de ces deux expressions du produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$:

$$99 = 15\times 13\times\cos\widehat{ABC}$$
$$\cos\widehat{ABC} = \frac{99}{15\times 13}$$
$$\widehat{ABC} = \cos^{-1}\left(\frac{99}{15\times 13}\right)$$
$$\widehat{ABC} \approx 59{,}489$$
$$\widehat{ABC} \approx 59{,}5$$

C.3

1 Par lecture du graphique, la droite (d) passe par les deux points :

$$A(-3\,;-1)\quad;\quad B(2\,;1)$$

Ainsi, la droite (d) admet pour vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{AB}$ dont les coordonnées sont :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (2-(-3)\,;1-(-1))$$
$$= (2+3\,;1+1) = (5\,;2)$$

La droite (d) admet l'équation suivante pour équation cartésienne :

$2\cdot x - 5\cdot y + c = 0 \quad$ où $c\in\mathbb{R}$

Les coordonnées du point B vérifient cette équation :

$$\begin{aligned} 2\times2 - 5\times1 + c &= 0\\ 4 - 5 + c &= 0\\ -1 + c &= 0\\ c &= 1 \end{aligned}$$

On en déduit que l'équation ci-dessous est une équation cartésienne de (d) :

$2\cdot x - 5\cdot y + 1 = 0$

2. a. Le point C de la droite (Δ) d'abscisse 0 vérifie l'équation :

$$\begin{aligned} 5\cdot x_C + 6\cdot y_C - 6 &= 0\\ 5\times0 + 6\cdot y_C - 6 &= 0\\ 6\cdot y_C - 6 &= 0 \end{aligned} \quad\Bigg|\quad \begin{aligned} 6\cdot y_C &= 6\\ y_C &= \frac{6}{6}\\ y_C &= 1 \end{aligned}$$

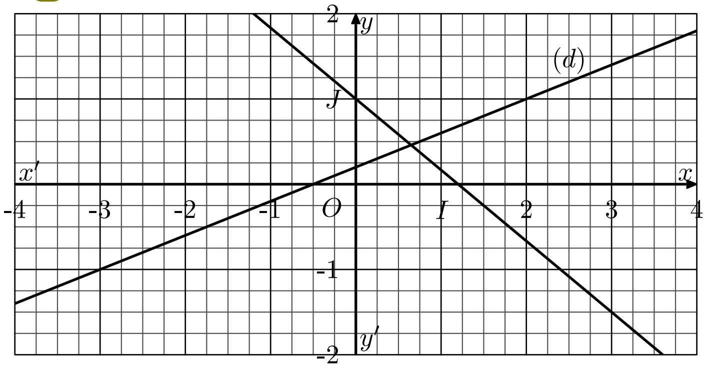
Le point C a pour coordonnées $C(0\,;1)$

Le point D de la droite (Δ) d'abscisse 3 vérifie l'équation :

$$\begin{aligned} 5\cdot x_D + 6\cdot y_D - 6 &= 0\\ 5\times3 + 6\cdot y_D - 6 &= 0\\ 15 + 6\cdot y_D - 6 &= 0\\ 9 + 6\cdot y_D &= 0 \end{aligned} \quad\Bigg|\quad \begin{aligned} 6\cdot y_D &= -9\\ y_D &= \frac{-9}{6}\\ y_D &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Le point D a pour coordonnées $D\left(3\,;-\dfrac{3}{2}\right)$.

b. Voici la représentation de la droite (Δ) :



3. Le point d'intersection des deux droites a ses coordonnées qui doivent vérifier les équations cartésiennes de ces deux droites. Ainsi, ses coordonnées doivent vérifier le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x - 5y + 1 = 0\\ 5x + 6y - 6 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 10x - 25y + 5 = 0\\ 10x + 12y - 12 = 0 \end{cases}$$

Par soustraction, membre à membre, de ces deux équations, on obtient :

$$\begin{aligned} 0x - 37y + 17 &= 0\\ -37y &= -17 \end{aligned} \quad\Bigg|\quad \begin{aligned} y &= \frac{-17}{-37}\\ y &= \frac{17}{37} \end{aligned}$$

Utilisons la valeur de l'ordonnée trouvée dans la première équation :

$$\begin{aligned} 2x - 5y + 1 &= 0\\ 2x - 5\times\frac{17}{37} + 1 &= 0\\ 2x - \frac{85}{37} + 1 &= 0\\ 2x &= \frac{85}{37} - 1 \end{aligned} \quad\Bigg|\quad \begin{aligned} 2x &= \frac{85-37}{37}\\ 2x &= \frac{48}{37}\\ x &= \frac{24}{37} \end{aligned}$$

Ainsi, le point d'intersection des droites (d) et (Δ) a pour coordonnées $\left(\dfrac{24}{37}\,;\dfrac{17}{37}\right)$

C.4

On a :

$$\begin{cases} x + 2y - z = -2\\ 3x + y + 2z = -1\\ x - y + 3z = 3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ 3x + y + 2z = -1\\ 3x - 3y + 9z = 9 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ 5y - 5z = -5\\ 9y - 12z = -15 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ 45y - 45z = -45\\ 45y - 60z = -75 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ 45y - 45z = -45\\ 15z = 30 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ 45y - 45z = -45\\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ 45y - 90 = -45\\ z = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ 45y = 45\\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6\\ y = 1\\ z = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6 - 6 = -6\\ y = 1\\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x = -6\\ y = 1\\ z = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = -2\\ y = 1\\ z = 2 \end{cases}$$

C.5

a. La droite (d) admettant le vecteur $\vec{u}\,(1\,;-2)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :

$(d) : x - 2\cdot y + c = 0 \qquad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} x_A - 2\cdot y_A + c &= 0\\ -5 - 2\times2 + c &= 0\\ -9 + c &= 0\\ c &= 9 \end{aligned}$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :

$x - 2\cdot y + 9 = 0$

b. La droite (d) admettant le vecteur $\vec{u}\,(-2\,;-4)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :

$(d) : -2\cdot x - 4\cdot y + c = 0 \qquad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$\begin{aligned} -2\cdot x_A - 4\cdot y_A + c &= 0\\ -2\times(-1) - 4\times3 + c &= 0\\ 2 - 12 + c &= 0\\ -10 + c &= 0\\ c &= 10 \end{aligned}$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :

$-2\cdot x - 4\cdot y + 10 = 0$

C.6

1. a. La droite (Δ) admettant le vecteur $\vec{u}\,(2\,;-1)$, on en déduit qu'elle admet pour équation cartésienne :

$2\cdot x - y + c = 0 \quad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (Δ), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de (Δ) :

$$\begin{aligned} 2{\cdot}x_A - y_A + c &= 0 \\ 2{\cdot}\Big(-\frac{1}{3}\Big) - 1 + c &= 0 \\ -\frac{2}{3} - 1 + c &= 0 \\ -\frac{5}{3} + c &= 0 \\ c &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

On en déduit une équation cartésienne de la droite (Δ) : $\quad 2{\cdot}x - y + \frac{5}{3} = 0$

(b) La droite (d) admet pour vecteur normal $\overrightarrow{v}(3\,;4)$ et la droite (Δ) admet pour vecteur normal $\overrightarrow{u}(2\,;-1)$.
Le déterminant de ces deux vecteurs a pour valeur :

$$\det\big(\overrightarrow{u}\,,\overrightarrow{v}\big) = 2{\times}4 - 3{\times}(-1) = 8 + 3 = 11$$

On en déduit que les deux vecteurs normaux $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ne sont pas colinéaires : les droites (d) et (Δ) ne sont pas parallèles.
Ainsi, les deux droites (d) et (d') sont sécantes.

(2) (a) Résolvons le système d'équations :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x - 3y = -51 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 6x + 8y = 10 \\ 6x - 3y = -5 \end{cases}$$

Par soustraction des deux équations, on a :

$$\begin{aligned} 8y - (-3y) &= 10 - (-5) \\ 8y + 3y &= 10 + 5 \\ 11y &= 15 \\ y &= \frac{15}{11} \end{aligned}$$

En utilisant la première équation, on obtient :

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 5 \\ 3x + 4{\times}\frac{15}{11} &= 5 \\ 3x + \frac{60}{11} &= 5 \\ 3x &= 5 - \frac{60}{11} \\ 3x &= \frac{55}{11} - \frac{60}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x &= \frac{-5}{11} \\ x &= \frac{\;\frac{-5}{11}\;}{3} \\ x &= -\frac{5}{11}\times\frac{1}{3} \\ x &= -\frac{5}{33} \end{aligned}$$

Ce système d'équation admet pour solution le couple $\Big(-\frac{5}{33}\,;\frac{15}{11}\Big)$

(b) Le point d'intersection des droites (d) et (Δ) a ses coordonnées qui vérifient les équations cartésiennes de ces deux droites :

$$\begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 2x - y + \frac{5}{3} = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 6x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$$

D'après la question précédente, on en déduit que les deux droites (d) et (Δ) s'interceptent au point :

$$M\Big(-\frac{5}{33}\,;\frac{15}{11}\Big)$$

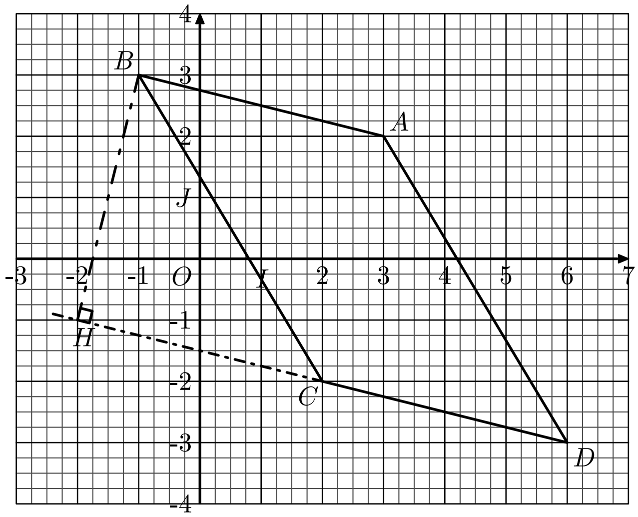
C.7

(1) On a les coordonnées des vecteurs :

- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (-1-3\,;3-2) = (-4\,;1)$
- $\overrightarrow{DC}(x_C - x_D\,;y_C - y_D) = (2-6\,;-2-(-3))$
  $= (-4\,;-2+3) = (-4\,;1)$

On en déduit que : $\quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

(2) Notons H le projeté orthogonal du point B sur la droite (CD).



- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur normal à la droite (BH).
  Ainsi, la droite (BH) admet pour équation cartésienne :
  $$-4{\cdot}x + y + c = 0 \quad c\in\mathbb{R}$$
  Le point B appartenant à la droite (BH), ses coordonnées vérifient cette équation cartésienne :
  $$\begin{aligned} -4{\cdot}x_B + y_B + c &= 0 \\ -4{\times}(-1) + 3 + c &= 0 \\ 4 + 3 + c &= 0 \\ 7 + c &= 0 \\ c &= -7 \end{aligned}$$
  La droite (BH) a pour équation cartésienne :
  $$-4{\cdot}x + y - 7 = 0$$
- Le vecteur $\overrightarrow{u}(1\,;4)$ est un vecteur normal à la droite (CD) car :
  $$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{DC} = 1{\times}(-4) + 4{\times}1 = -4 + 4 = 0$$
  Ainsi, la droite (CD) admet pour équation cartésienne :
  $$x + 4{\cdot}y + c = 0 \quad c\in\mathbb{R}$$
  Le point C appartenant à la droite (CD), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne :
  $$\begin{aligned} x_C + 4{\cdot}y_C + c &= 0 \\ 2 + 4{\times}(-2) + c &= 0 \\ 2 - 8 + c &= 0 \\ -6 + c &= 0 \\ c &= 6 \end{aligned}$$
  La droite (CD) admet pour équation cartésienne :
  $$x + 4{\cdot}y + 6 = 0$$
- Le point H est le point d'intersection des droites (CD) et (BH). On en déduit que le point H a ses coordonnées qui sont solution du système d'équations :
  $$\begin{cases} -4{\cdot}x + y - 7 = 0 \\ x + 4{\cdot}y + 6 = 0 \end{cases}$$
  $$\Longrightarrow \begin{cases} -4{\cdot}x + y - 7 = 0 \\ -4{\cdot}x - 16{\cdot}y - 24 = 0 \end{cases}$$
  Par soustraction membre à membre des deux équations, on a :

$$y-(-16\cdot y)-7-(-24)=0$$
$$y+16\cdot y-7+24=0$$
$$17\cdot y+17=0$$
$$17\cdot y=-17$$
$$y=\frac{-17}{17}$$
$$y=-1$$

En utilisant la seconde équation, on a:

$$x+4\cdot y+6=0$$
$$x+4\times(-1)+6=0$$
$$x-4+6=0$$
$$x+2=0$$
$$x=-2$$

Le point H a pour coordonnées: $H(-2\,;-1)$

- On a les longueurs:

➩ $AB=\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-4)^2+1^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$

➩ $BH=\sqrt{(x_H-x_B)^2+(y_H-y_B)^2}$
$=\sqrt{[-2-(-1)]^2+(-1-3)^2}$
$=\sqrt{(-2+1)^2+(-4)^2}=\sqrt{(-1)^2+16}$
$=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$

Le parallélogramme $ABCD$ a pour aire:
$\mathcal{A}_{ABCD}=AB\times BH=\sqrt{17}\times\sqrt{17}=17$

C.8

- En utilisant la formule du cours, le cercle $\mathscr{C}$ admet pour équation cartésienne:

$$x^2+y^2+(-2\cdot x_A)\cdot x+(-2\cdot y_A)\cdot y+({x_A}^2+{y_A}^2-r^23)=0$$
$$x^2+y^2+(-2\times2)\cdot x+(-2\times1)\cdot y+(2^2+1^2-4^2)=0$$
$$x^2+y^2-4\cdot x-2\cdot y+(4+1-16)=0$$
$$x^2+y^2-4\cdot x-2\cdot y-11=0$$

- En retrouvant cette équation cartésienne par la définition d'un cercle:
Soit $M(x\,;y)$ un point du cercle $\mathscr{C}$. Le point M est à une distance de 4 du centre A:

$$AM=4$$
$$AM^2=4^2$$
$$\left[\sqrt{(x-x_A)^2+(y-y_A)^2}\right]^2=16$$
$$(x-2)^2+(y-1)^2=16$$
$$x^2-4\cdot x+4+y^2-2\cdot y+1-16=0$$
$$x^2+y^2-4\cdot x-2\cdot y-11=06$$

C.9

1 a
- Le point K milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées:
$K\Big(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\Big)=\Big(\frac{-1+0}{2}\,;\frac{2+(-5)}{2}\Big)$
$=\Big(-\frac{1}{2}\,;-\frac{3}{2}\Big)$
- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées:
$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=(0-(-1)\,;-5-2)$
$=(1\,;-7)$
- La médiatrice (d) du segment $[AB]$ admet le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour vecteur normal. Son équation cartésienne est de la forme:
$x-7\cdot y+c=0\quad c\in\mathbb{R}$
Le point K appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient son équation cartésienne:

$$x_K-7\cdot y_K+c=0$$
$$\Big(-\frac{1}{2}\Big)-7\cdot\Big(-\frac{3}{2}\Big)+c=0$$
$$-\frac{1}{2}+\frac{21}{2}+c=0$$
$$\frac{20}{2}+c=0$$
$$10+c=0$$
$$c=-10$$

La médiatrice (d) a pour équation cartésienne:
$x-7\cdot y-10=0$

b
- Le point L milieu du segment $[AC]$ a pour coordonnées:
$L\Big(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\frac{y_A+y_C}{2}\Big)=\Big(\frac{-1+3}{2}\,;\frac{2+4}{2}\Big)$
$=\Big(\frac{2}{2}\,;\frac{6}{2}\Big)=(1\,;3)$
- Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées:
$\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\,;y_C-y_A)=(3-(-1)\,;4-2)$
$=(4\,;2)$
- La médiatrice (d') du segment $[AC]$ admet le vecteur $\overrightarrow{AC}$ pour vecteur normal. La droite (d') admet pour équation cartésienne:
$4\cdot x+2\cdot y+c=0\quad c\in\mathbb{R}$
Le point L appartenant à cette droite, ses coordonnées vérifient son équation cartésienne:

$$4\cdot x_L+2\cdot y_L+c=0$$
$$4\times1+2\times3+c=0$$
$$4+6+c=0$$
$$10+c=0$$
$$c=-10$$

La droite (d') a pour équation cartésienne:
$4\cdot x+2\cdot y-10=0$

2 a Le centre du cercle circonscrit est sur le point de concourt de la médiatrice. Les coordonnées de centre sont solutions du système:

$$\begin{cases} x-7\cdot y-10=0\\ 4\cdot x+2\cdot y-10=0\end{cases}$$
$$\Longrightarrow\begin{cases} 4\cdot x-28\cdot y-40=0\\ 4\cdot x+\ \ 2\cdot y-10=0\end{cases}$$

Par différence de ces deux équations, on a:

$$-28\cdot y-2\cdot y-40-(-10)=0$$
$$-30\cdot y-40+10=0$$
$$-30\cdot y-30=0$$
$$-30\cdot y=30$$
$$y=\frac{30}{-30}$$
$$y=-1$$

En utilisant la première équation:

$$x-7\cdot y-10=0$$
$$x-7\times(-1)-10=0$$
$$x+7-10=0$$
$$x-3=0$$
$$x=3$$

Le centre du cercle circonscrit du triangle ABC a pour coordonnées $L(3\,;-1)$.

(b) Déterminons la distance LA :

$$LA = \sqrt{\left(x_A - x_L\right)^2 + \left(y_A - y_L\right)^2} = \sqrt{\left(-1-3\right)^2 + \left[2-(-1)\right]^2}$$

$$= \sqrt{\left(-4\right)^2 + \left(2+1\right)^2} = \sqrt{16+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

Le cercle circonscrit au triangle ABC a pour centre $L(3\,;-1)$ et pour rayon 5. On en déduit l'équation cartésienne vérifiée par les coordonnées de tous les points $M(x\,;y)$:

$$\begin{aligned} LM^2 &= 5^2 \\ \left(x-3\right)^2 + \left[y-(-1)\right]^2 &= 25 \\ x^2 - 6x + 9 + y^2 + 2y + 1 &= 25 \\ x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 &= 0 \end{aligned}$$

