1ère spé — SOS maths : La Dérivation - *Corrigé* — Avril 2024

***Ex 1* : (*) - 4 pts** – *Lectures graphiques*

tableau de signes de f :

x	-2		-1		2		6
$f(x)$		+	0	−	0	+	0

tableau de signes de f' :

x	-2		0,5		4		6
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0

Tableau de valeurs de f :

x	-1	0	1	2	4
$f(x)$	0	-2	-2	0	4

Tableau de valeurs de f' :

x	$0,5$	1	4	5
$f(x)$	-1	1	0	-2

équations des tangentes à C_f :
$(T_{0,5}): y=-2,2$; $(T_1): y=x-3$; $(T_4): y=4$; $(T_5): y=-2x+13$

tableau de variations de f :

x	-2		0,5		4		6
signe de f'		−	0	+	0	−	
f	4	↘	-2,2	↗	4	↘	0

***Ex 2* : (**) - 3 pts** – *Équations de tangentes*

Soit la fonction f définie sur $[-4;2]$ par $f(x)=x^3+3x^2-4$

on a : $(x-1)(x^2+4x+4)=x^3+4x^2+4x-x^2-4x-4=x^3+3x^2-4=f(x)$
ainsi $f(x)=0$ donne $x-1=0$ ou $x^2+4x+4=0$
donc $x=1$ ou $(x+2)^2=0$ donc $x=1$ ou $x=-2$ (racines de f)

dérivée de f : $f'(x)=3x^2+6x=(3x)(x+2)$

donc $f'(x)=0$ donne $3x=0$ ou $x+2=0$ soit $x=0$ ou $x=-2$

On en déduit que la courbe C_f admet 2 tangentes horizontales aux points $A(0;-4)$ et $B(-2;0)$

équation de la tangente (T_2) à la courbe C_f :
$(T_{-1}): y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$ avec $f(-1)=-2$ et $f'(-1)=-3$

donc $(T_{-1}): y=-3(x+1)-2$ donc $(T_{-1}): y=-3x-5$

***Ex 3* : (**) - 3 pts** – *Calculs de fonctions dérivées*
Pour chaque fonction *f*, donner le domaine de définition puis calculer $f'(x)$

a) $f(x)=4x^3-5x^2+7x-1$ donc $f'(x)=12x^2-10x+7$

b) $f(x)=(2x-1)(-x^2+2x)$ donc $f'(x)=2(-x^2+2x)+(2x-1)(-2x+2)$
donc $f'(x)=-2x^2+4x-4x^2+4x+2x+2=-6x^2+10x+2$

c) $f(x)=(-4x+3)^3$ donc $f'(x)=3(-4)(-4x+3)^2=-12(-4x+3)^2$

d) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-1}$ donc $f'(x)=\dfrac{2(x^2-1)-(2x)(2x-1)}{(x^2-1)^2}$

donc $f'(x)=\dfrac{2x^2-2-4x^2+2x}{(x^2-1)^2}=\dfrac{-2x^2+2x-2}{(x^2-1)^2}$

e) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+3}}{x+1}$ donc $f'(x)=\dfrac{\dfrac{2}{2\sqrt{2x+3}}\times(x+1)-\sqrt{2x+3}}{(x+1)^2}$

donc $f'(x)=\dfrac{x+1-(\sqrt{2x+3})^2}{\sqrt{2x+3}(x+1)^2}=\dfrac{x+1-2x-3}{\sqrt{2x+3}(x+1)^2}=\dfrac{-x-2}{\sqrt{2x+3}(x+1)^2}$

***BONUS* : (***) - 2 pts** – *Problème sur la dérivation*

$f(x)=\sqrt{u(x)}$ avec $u(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$, $u'(x)=\dfrac{2(x-1)-2x-1}{(x-1)^2}=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$

donc $f'(x)=\dfrac{-3}{(x-1)^2}\times\dfrac{\sqrt{x-1}}{2\sqrt{2x+1}}=\dfrac{-1,5}{(x-1)^{1,5}.(2x+1)^{0,5}}$

$f'(x)=\dfrac{-1}{6}$ donne $(x-1)^{1,5}.(2x+1)^{0,5}=9$
avec une calculatrice on obtient $x=-2$