

LIVRET DE LIAISON
SECONDE – PREMIÈRE GÉNÉRALE
(SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES)

Table des matières

I	Fiche 1 – Symboles \in, \notin, \cap, \cup	2
II	Fiche 2 – Calcul numérique	4
III	Fiche 3 – Pourcentages	6
IV	Fiche 4 – Calcul littéral	8
V	Fiche 5 – Fonctions	9
VI	Fiche 6 – Équations	11
VII	Fiche 7 – Inéquations	12
VIII	Fiche 8 – Équations de droites	13
IX	Fiche 9 – Géométrie analytique et vecteurs	15
X	Fiche 10 – Statistiques	19
XI	Fiche 11 – Probabilités	21
XII	Fiche 12 – Algorithmique	24

I Fiche 1 – Symboles \in, \notin, \cap, \cup



Prérequis :

✕ **Vocabulaire :**

Soient A et E deux ensembles.

Un ensemble A est un **sous-ensemble** de l'ensemble E si tous les éléments de A sont dans l'ensemble E .

On note $A \subset E$ et on lit : « A est inclus dans E ».

Pour dire qu'un élément x appartient à A , on écrit : $x \in A$.

✕ **Vocabulaire :**

Soient A et E deux ensembles tels que $A \subset E$.

L'ensemble noté \bar{A} est l'ensemble de tous les éléments de l'ensemble E qui n'appartiennent pas à l'ensemble A , on l'appelle le **complémentaire de A dans l'ensemble E** et on lit : « A barre ».

Soit x un élément de E , on a : $x \notin A$ si et seulement si $x \in \bar{A}$.

✕ **Vocabulaire :**

Soient A, B et E deux ensembles tels que $A \subset E$ et $B \subset E$.

$A \cup B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à A ou à B . On l'appelle le **réunion des deux ensembles A et B** et on lit : « A union B ».

$A \cap B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à A et à B . On l'appelle l'**intersection des deux ensembles A et B** et on lit : « A inter B ».

Remarque : Si $A \cap B = \emptyset$ alors on dit que les deux ensembles sont **disjoints** ou **incompatibles**.

Exercice 1 :

Le tableau ci-dessous donne le nombre de chômeurs (en milliers) selon le sexe et l'âge en 2012.

	Femmes (F)	Hommes (H)	Ensemble
15 ans ou plus (C)	1 361	1 451	2 812
15-24 ans (C_1)	297	361	658
25-49 ans (C_2)	812	816	1 628
50-64 ans (C_3)	250	272	522
65 ans ou plus (C_4)	2	2	4

Source : INSEE, enquête Emploi 2012

- Combien d'éléments possède l'ensemble F ?
- Concrètement, dans cet exemple, l'ensemble de tous les éléments étudiés est l'ensemble de tous les
Quel est le nom donné à cet ensemble dans le tableau? Combien d'éléments possède-t-il?
Quel symbole peut-on mettre entre l'ensemble F et l'ensemble C ?
- $H \cap C_2$ est l'ensemble des Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il?
- $F \cup C_3$ est l'ensemble des Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il?
- \bar{F} est l'ensemble des Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il?
- \bar{C}_1 est l'ensemble des Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il?

Exercice 2 :

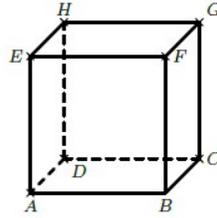
Recopier et compléter les pointillés :

- $3 \dots \mathbb{N}; -3, 1 \dots \mathbb{N}; \mathbb{N} \dots \mathbb{R}; \sqrt{5} \dots \mathbb{Q}$.
- Soit x un nombre compris entre 1 et 2 mais différent de 2 alors $x \dots [1; 2[$ et $[1; 2[\dots \mathbb{R}$.
- $[1; 3[\cap [0; 2[= \dots$
- $[1; 3[\cup [0; 2[= \dots$
- Les deux intervalles $[1; 3[$ et $[4; +\infty[$ sont
- L'ensemble de tous les nombres réels qui ne sont pas strictement supérieurs à 4 est l'intervalle
- Soit x un nombre réel. Si $x \notin [1; 3[$ alors $x \in \dots$
Le complémentaire de l'ensemble $[1; 3[$ dans \mathbb{R} est donc
- Le complémentaire de l'ensemble des réels x tels que $x > -1$ est l'intervalle

Exercice 3 :

- Soit $(O; I, J)$ un repère du plan.
Soient \mathcal{D}_1 la droite d'équation $y = 2x + 1$ et \mathcal{D}_2 la droite d'équation $y = -x + 3$.
Soit le point A de coordonnées $(-1; -1)$.
 - Justifier que le point A appartient à \mathcal{D}_1 . On peut écrire : $A \dots \mathcal{D}_1$.
 - De même, $A \notin \mathcal{D}_2$ car
 - Déterminer $\mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2$.
- Dans l'espace, on considère le cube ci-dessous. Recopier et compléter les pointillés.

- a) $F \dots (EGB)$. b) $(FG) \dots (FBC)$.
d) $(EHB) \cap (FG) = \dots$ e) $(HD) \cap (ABC) = \dots$
c) $(EHB) \cap (ABD) = \dots$



II Fiche 2 – Calcul numérique



Prérequis :

- ✗ Règles de calculs sur les fractions et les puissances.
- ✗ Racine carrée d'un nombre réel positif et règles de calculs sur les racines carrées.

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x+1}$.

- 1) Montrer que, pour tout $x \neq -1$, on a : $f(x) = \frac{2x^2 - x - 2}{x+1}$.
- 2) Effectuer les calculs d'images suivants. On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible.
 - a) $f\left(\frac{2}{3}\right)$;
 - b) $f(\sqrt{5})$;
 - c) $f(\sqrt{3}-1)$.

Exercice 2 :

Sans utiliser la calculatrice, écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ ou $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ le plus petit possible.

- a) $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$;
- b) $B = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right)$;
- c) $C = \frac{\frac{3}{2} - \frac{7}{5}}{\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} + 1}$.
- d) $D = \sqrt{48}$;
- e) $E = \sqrt{36 + 64}$;
- f) $F = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48}$;
- g) $G = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$.

Exercice 3 :

Calculer sans calculatrice et simplifier les expressions suivantes :

- a) $A = \frac{a^2(-a)^3(-b^2)b^5a}{(-b)^4a^5(ab)^2}$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$;
- b) $B = \frac{16^{25}}{2^{100}}$;
- c) $C = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab}$ avec $b^2 + ab \neq 0$;
- d) $D = \sqrt{2^6(1+2^3)}$;
- e) $E = \frac{\frac{1}{1-\pi} - \frac{1}{1+\pi}}{1 + \frac{1}{\pi^2-1}}$.

Exercice 4 :

Écrire sans radical au dénominateur et simplifier les expressions suivantes :

- a) $A = \frac{3}{\sqrt{5}+1}$;
- b) $B = \frac{-2}{\sqrt{7}-2}$;
- c) $C = \frac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$;
- d) $D = \frac{6-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}$.

Exercice 5 :

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

- 1) Montrer que : $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}}$.
- 2) Le nombre $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé le nombre d'or. Montrer que $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$.
- 3) Pour tout n de \mathbb{N} , montrer que $\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.
- 4) Calculer, sans calculatrice : $\left(\sqrt{12-3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}}\right)^2$.

Exercice 6 :

Définition :

Si x est un nombre réel, on appelle **racine cubique** de x et on note $\sqrt[3]{x}$, l'unique réel dont le cube est égal à x . Par exemple, on a : $\sqrt[3]{64} = 4$ et $\sqrt[3]{1000} = 10$.

Propriété : (admise)

Pour tous réels a et b , on a :

$$\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}.$$

Soit $\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$, montrer que $\alpha^3 + 3\alpha - 4 = 0$.

On pourra utiliser l'identité remarquable suivante **après l'avoir démontrée** :

Pour tous réels a et b , on a :

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Exercice 7 :

Calculer sans calculatrice :

- a) $A = \frac{3^{27} - 3^{29}}{3^{28}}$;
- b) $B = \frac{(2^5)^3 \times 4^{-5}}{8}$;
- c) $C = \frac{3^{-6} \times 5^5}{(5^2)^3 \times 3^{-5}}$;
- d) $D = \frac{8^2 \times 9^{-5}}{3^{-11} \times 2^8}$;
- e) $E = \frac{3^{1505} + 3^{1505} + 3^{1505}}{3^{1506}}$.

Exercice 8 :

Soit n un entier naturel.

Factoriser les expressions suivantes :

- a) $A = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} - 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$;
- b) $B = -2 \times 5^{n+1} + 2 \times 5^n$;
- c) $C = (n+1) \times 2^{n+1} - n \times 2^n$.

Exercice 9 :

Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a : $2^n + 2^n = 2^{n+1}$.

Exercice 10 :

Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a : $12 \times \frac{1 - \frac{1}{5^{n+1}}}{1 - \frac{1}{5}} = 15 - \frac{3}{5^n}$.

Exercice 11 : 

Étudier le signe de $\frac{3^{n+1}}{n+1} - \frac{3^n}{n}$ où n est un entier naturel non nul.

III Fiche 3 – Pourcentages**Prérequis :**

✗ Appliquer un pourcentage, calculer un pourcentage.

Exercice 1 :

Dans un lycée de 1200 élèves, il y a 700 filles.
Quel est le pourcentage de filles ?

Exercice 2 :

Dans un club de sport, il y a 450 adhérents dont 54 pratiquent le volley-ball.

- 1) Quel est le pourcentage d'adhérents qui pratiquent le volley-ball ?
- 2) Quel est le pourcentage d'adhérents qui ne pratiquent pas le volley-ball ?

Exercice 3 :

Vingt-sept pour cent des habitants d'un village de 900 habitants achètent le journal local chaque jour.
Combien d'habitants achètent chaque jour le journal local ?

Exercice 4 :

Trente-cinq pour cent des élèves de Première d'un lycée sont en Première Technologique.
On sait qu'il y a 224 élèves en Première Technologique.
Quel est le nombre d'élèves de Première ?

Exercice 5 :

Il y a 800 élèves au lycée Alfred Hitchcock.
Dans ce lycée,

- 15 % des élèves sont des filles de Première ;
- 48 % des élèves de Première sont des filles ;
- 25 % des filles du lycée sont en Première.

1) Compléter le tableau ci-dessous en écrivant les calculs utiles.

Classe \ Sexe	Filles	Garçons	Total
Premières			
Autres			
Total			800

2) Calculer le pourcentage d'élèves de Première dans ce lycée.

Exercice 6 :

Un commerçant veut revoir sa politique commerciale et avoir une meilleure compréhension du prix de vente des articles mis en vente.

- 1) Le prix d'un article A augmente de 10 % puis il diminue de 10 %. Son prix final est-il égal à son prix de départ ?
- 2) Le prix d'un article B augmente de 20 %.
De quel pourcentage son nouveau prix doit-il baisser pour retrouver son prix initial ? (On demande un résultat avec une décimale de précision.)
- 3) Le prix d'un article C subit les variations de prix suivantes :
+7 % ; +15 % ; -10 % ; -20 % ; +12 %
Quel est le pourcentage global de variations ? (On donnera le résultat avec deux décimales de précision.)

Exercice 7 :

Compléter le tableau suivant :

Prix initial	Prix final	Pourcentage de variation	Coefficient multiplicateur
17 €		+14 %	
	120 €	-20 %	
544 €			0,915
	11 €		1,237
4 €		+7,3 %	
123 €	132 €		
11 €	9,5 €		

IV Fiche 4 – Calcul littéral**Prérequis :**

- ✗ Maîtriser les identités remarquables et les priorités de développements.
- ✗ Repérer ou mettre en évidence un facteur commun pour factoriser.
- ✗ Mettre en évidence $a^2 - b^2$ pour factoriser.
- ✗ Réduire des fractions au même dénominateur.

Exercice 1 :

Développer et réduire les expressions suivantes pour tout x réel.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= (3x - 5)(3x + 2); & \text{b) } B &= (3x + 7)(4x + 7); & \text{c) } C &= \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{7}\right)\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}x\right); \\ \text{d) } D &= \left(\frac{8}{7}x - \frac{7}{9}\right)^2; & \text{e) } E &= \left(5 + \frac{4}{3}x\right)^2; & \text{f) } F &= (x + 2\sqrt{5})(x - 5\sqrt{3}). \end{aligned}$$

Exercice 2 :

Développer et réduire les expressions suivantes pour tout x réel.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= (2x + 7)^2 - (3 - 4x)^2; & \text{b) } B &= \frac{3}{5}(x - 5) - x(4 - 3x); \\ \text{c) } C &= (x + 3)^2 + \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right); & \text{d) } D &= (1 - 2x)^2 - (5 - x)(3 - 2x). \end{aligned}$$

Exercice 3 : ☀

Développer et réduire les expressions suivantes pour tout x réel.

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \left(\frac{5}{3}x + \frac{2}{7}\right)(-x - 3) - x + (2x + 1)(2x - 1); & \text{b) } B &= \left(\frac{3}{2}x + 2\right)\left(1 - \frac{5}{2}x\right)\left(\frac{11}{2} - \frac{4}{3}x\right); \\ \text{c) } C &= (2x + 1)^2(2x - 1); & \text{d) } D &= (7x + 2)^3 \end{aligned}$$

Exercice 4 :

Pour tout x réel, factoriser les expressions suivantes (il faudra parfois factoriser plusieurs fois et penser aux identités remarquables) :

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= 12x^3 - 3x; & \text{b) } B &= 27x^3 - 36x^2 + 12x \\ \text{c) } C &= (x + 1)(4x + 3) - (x + 1)(7x - 8); & \text{d) } D &= (2x + 1)(2x - 6) + (x - 2)(x - 3); \\ \text{e) } E &= (3x + 8)(x - 1) - 1 + x; & \text{f) } F &= (4x - 3)^2 - 25x^2; \\ \text{g) } G &= x^2 - 4 - (x + 2)^2; & \text{h) } H &= (2x + 3)^2 - (7x - 5)^2. \end{aligned}$$

Exercice 5 :

Mettre les expressions suivantes sous la forme d'une seule fraction.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \text{Pour tout } x \text{ de } \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{5}{8}; -\frac{3}{4}\right\}, A = \frac{9}{8x + 5} + \frac{5}{4x + 3}. \\ \text{b) } & \text{Pour tout } x \text{ de } \mathbb{R} \setminus \left\{0; \frac{7}{2}\right\}, B = \frac{6}{2x - 7} + \frac{10}{9x}. \\ \text{c) } & \text{Pour tout } x \text{ de } \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{7}{6}; -\frac{3}{4}\right\}, C = \frac{2x}{-4x - 3} + \frac{3x}{6x + 7}. \end{aligned}$$

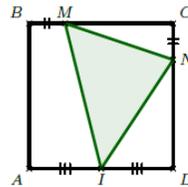
Exercice 6 : ☀

Soit $ABCD$ un carré de côté 6 cm.

Soit I le milieu de $[AD]$.

Soient M un point de $[BC]$ et N un point de $[CD]$ tels que $BM = CN = x$ cm où $x \in [0; 6]$.

Exprimer l'aire du triangle IMN en fonction de x pour tout x de $[0; 6]$.

**V Fiche 5 – Fonctions****Prérequis :**

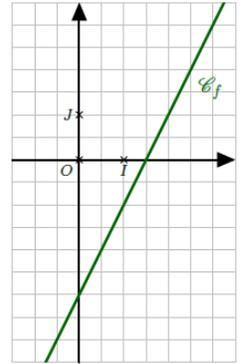
- ✗ Notions de fonction, d'image, d'antécédent.
- ✗ Fonctions affines.
- ✗ Résolution d'équations.
- ✗ Fonctions polynômes du second degré.

Exercice 1 :

On considère la fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x - 3$.

Sa représentation graphique \mathcal{C}_f est donnée ci-contre.

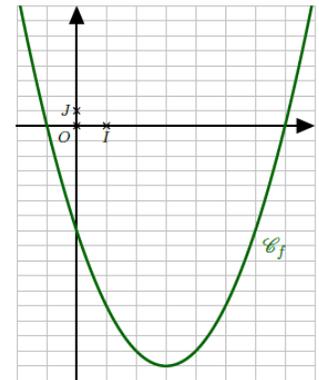
- 1) a) Déterminer graphiquement l'image de 2 par la fonction f .
b) Retrouver ce résultat par le calcul.
- 2) a) Déterminer graphiquement l'antécédent de $-0,5$ par la fonction f .
b) Retrouver ce résultat par le calcul.

**Exercice 2 :**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 6x - 7$.

Sa représentation graphique \mathcal{C}_f est donnée ci-contre.

- 1) a) Déterminer graphiquement l'image de 5 par la fonction f .
b) Retrouver ce résultat par le calcul.
- 2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par la fonction f .
b) Montrer que, pour tout x réel, on a : $f(x) = (x - 3)^2 - 16$.
c) Déterminer algébriquement les antécédents de 0 par la fonction f .
- 3) Donner le tableau de variation de la fonction f sur \mathbb{R} .
- 4) Donner le tableau de signes de la fonction f sur \mathbb{R} .
- 5) a) Avec la précision permise par le graphique, résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
b) En utilisant l'expression démontrée à la question 2) b), résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 2$.



Exercice 3 :

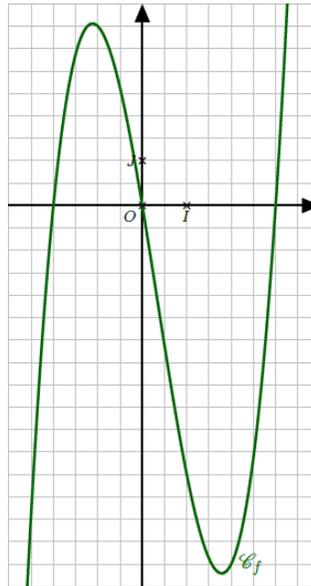
On considère les deux algorithmes ci-dessous pour lesquels on saisit au départ une valeur pour x :

Algorithme 1	Algorithme 2
$a \leftarrow x^2$	$a \leftarrow x - 3$
$b \leftarrow -6 \times x$	$b \leftarrow a^2$
$c \leftarrow a + b + 8$	$c \leftarrow b - 1$
Afficher c	Afficher c

- 1) Programmer ces deux algorithmes en Python. Les tester sur quelques nombres.
- 2) Quelle conjecture pouvez-vous formuler ? La démontrer.
- 3) Quels nombres doit-on saisir pour obtenir 48 comme résultat ? (On attend une résolution algébrique.)

Exercice 4 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$.
Sa représentation graphique \mathcal{C}_f est donnée ci-contre.



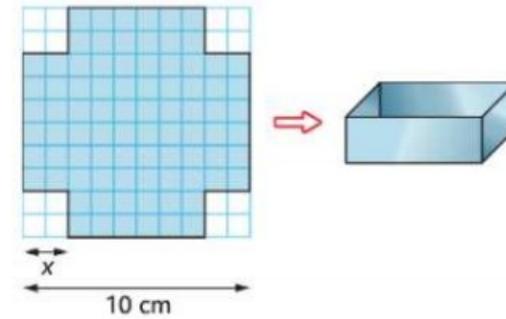
- 1) a) Avec la précision permise par le graphique, déterminer graphiquement l'image de $-\frac{3}{2}$ par la fonction f .
b) Retrouver ce résultat par le calcul.
- 2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par la fonction f .
b) Pour tout x réel, développer $(x - 3)(x + 2)$.
En déduire une factorisation de la fonction f .
c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
- 3) En utilisant la factorisation trouvée précédemment, dresser le tableau de signes de la fonction f sur \mathbb{R} .
- 4) a) Avec la précision permise par le graphique, déterminer graphiquement les antécédents de -6 par la fonction f .
b) Factoriser, pour tout x réel, $x^3 - x^2$ et $-6x + 6$.
c) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = -6$.

Exercice 5 :

On dispose d'un carré de métal de 10 cm de côté.

Pour fabriquer une boîte sans couvercle, on enlève à chaque coin un carré de côté x cm et on relève les bords pour obtenir un pavé droit.

- 1) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles on peut fabriquer une boîte.
- 2) Exprimer le volume $\mathcal{V}(x)$ de la boîte en fonction de x .
- 3) Utiliser la calculatrice pour déterminer le volume maximal et la valeur de x correspondante (on arrondira au dixième).

**Exercice 6 :**

En s'aidant des représentations graphiques des fonctions de référence suivantes : carré, cube, racine carré, inverse, résoudre les inéquations suivantes :

- | | | |
|------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $x^3 < -1000$ | c) $5 < x^2 < 20$ | e) $x^2 > -4$ |
| b) $\frac{1}{3} < \frac{1}{x} < 9$ | d) $\frac{1}{x} < -\frac{1}{15}$ | f) $-8 < \frac{1}{x} < \frac{1}{4}$ |

VI Fiche 6 – Équations**Prérequis :**

- ✗ Savoir développer et factoriser une expression.
- ✗ Connaître et savoir utiliser les identités remarquables.
- ✗ Résolution d'une équation du premier degré et d'une équation produit nul.

Exercice 1 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|---|
| a) $2x + 3 = -3x + 7$; | b) $-4x + 1 = 9$; | c) $-x = x + 16$; |
| d) $(-x - 4)(-x + 7) = 0$; | e) $9(-4x + 1)(6x - 36) = 0$; | f) $-x(x + 16)(2 - 5x) = 0$. |
| g) $\frac{5 - 8x}{x - 2} = 3$; | h) $\frac{-3x - 1}{8 - 5x} = 0$; | i) $\frac{-2 + 10x}{2x + 4} = \frac{5x}{x - 4}$ |

Exercice 2 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- | | |
|---|--|
| a) $(5x - 1)(x - 9) - (x - 9)(2x - 1) = 0$; | b) $2(x - 1)(x - 3,5) = 4x^2 - 28x + 49$; |
| c) $x + 1 = \frac{9}{x + 1}$; | d) $\frac{3x - 1}{x - 5} = \frac{3x - 4}{x}$; |
| e) $\frac{16x^2 - 25}{2x - 3} = \frac{4x - 5}{3}$; | f) $\frac{x^2 - 3x}{(x - 3)^2} = 4$. |

Exercice 3 : ☀

On cherche une méthode pour résoudre l'équation suivante : $x^2 + 2x - 8 = 0$.
L'idée est de se ramener à la résolution d'une équation produit nul

- 1) a) En utilisant une identité remarquable, compléter l'égalité ci-dessous :

$$x^2 + 2x = (x + \dots)^2 - \dots$$

- b) En déduire que l'équation $x^2 + 2x - 8 = 0$ équivaut à $(x + 1)^2 - 9 = 0$.

- c) En remarquant la présence d'une identité remarquable, déduire les solutions de l'équation $x^2 + 2x - 8 = 0$.

- 2) En s'inspirant de la méthode précédente, résoudre l'équation $x^2 + 12x + 11 = 0$.

VII Fiche 7 – Inéquations**Prérequis :**

- ✗ Savoir développer et factoriser une expression.
- ✗ Règle des signes pour un produit ou un quotient.
- ✗ Étudier le signe d'une fonction affine.

Exercice 1 :

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| a) $6x + 7 > 4x + 8$; | b) $x + 1 \geq 9x + 25$; | c) $-7 \leq 4x + 9$; |
| d) $(x - 8)(-1 - 10x) \leq 0$; | e) $(x - 1)(9x + 27) > 0$; | f) $-7x(x + 9)(2 - x) \geq 0$; |
| g) $\frac{3x + 9}{x - 2} \leq 0$; | h) $\frac{-2x + 3}{x + 4} \geq 0$; | i) $\frac{-6x - 7}{1 + x} > 0$. |

Exercice 2 :

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

- | | |
|---|---|
| a) $(3x + 2)^2 - (3x + 2)(5x + 1) \leq 0$; | b) $(2 - x)^2 > 36$; |
| c) $5 + \frac{2}{x + 3} \leq 0$; | d) $\frac{3}{2x - 1} \geq \frac{2}{-3x + 15}$. |

Exercice 3 : ☀

On considère deux nombres réels x et y dont la somme vaut 20.
On souhaite que leur produit P soit supérieur ou égal à 91.

- 1) Exprimer y en fonction de x .
- 2) Démontrer que résoudre l'inéquation $P \geq 91$ revient à résoudre l'inéquation $(7 - x)(x - 13) \geq 0$.
- 3) Conclure.

Exercice 4 : ☀

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

- | | |
|---|---|
| a) $\frac{x^2 - 16}{9 - 4x^2} \geq 0$; | b) $\frac{2x + 3}{x + 1} \leq \frac{x + 1}{2x + 3}$. |
|---|---|

VIII Fiche 8 – Équations de droites**Prérequis :**

- ✗ Équations de droites dans le plan.

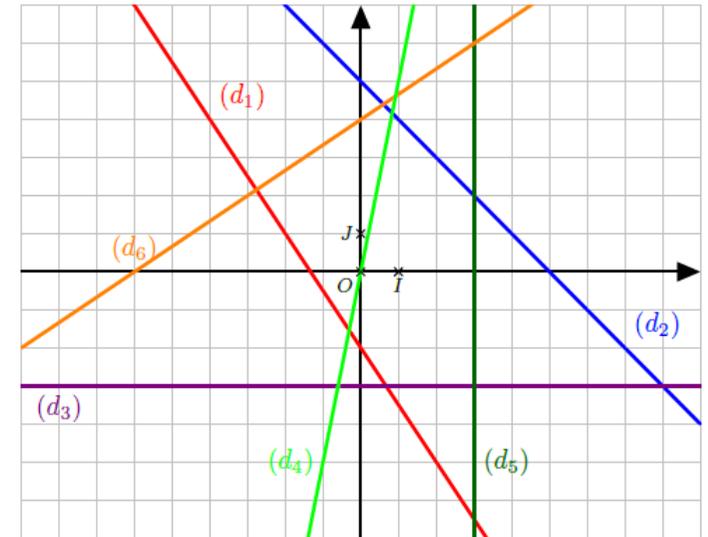
Exercice 1 :

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(-3; 2)$, $B(4; 4)$, $C(4; -2)$ et $D(1; -4)$.

- 1) Déterminer, par le calcul, une équation de chacune des droites (AB) , (AC) et (BC) .
- 2) a) Calculer les coordonnées des points d'intersection de la droite (AB) avec les axes du repère.
b) Calculer l'abscisse du point de la droite (AB) dont l'ordonnée est 5.
- 3) a) Vérifier que le point D n'appartient pas à la droite (AC) .
b) Déterminer, par le calcul, une équation de la droite (Δ) parallèle à (AC) et passant par D .

Exercice 2 :

Pour chaque droite tracée sur le graphique ci-dessous, déterminer son équation réduite.

**Exercice 3 :**

Le plan est rapporté à un repère $(O; I, J)$.

- 1) Tracer les droites (d_1) et (d_2) d'équations respectives $(d_1) : y = -0,5x - 2$ et $(d_2) : y = 4x - 20$.
- 2) a) Tracer la droite (d_3) passant par le point $A(-2; 5)$ et de coefficient directeur $m = -\frac{3}{2}$.
b) Déterminer l'équation réduite de (d_3) .
- 3) a) Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes.
b) Calculer les coordonnées de M point d'intersection de (d_1) et (d_2) .
c) Le point M appartient-il à (d_3) ? (Si c'est le cas, on dit que les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) sont concourantes en M .)

Exercice 4 :

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les droites : $d_1 : y = -2x + 5$, $d_2 : y = -5x - 4$ et $d_3 : y = 4x + 7$. Soit Δ la droite d'équation $y = mx + p$ où m et p sont deux réels.

Déterminer m et p tels que Δ soit parallèle à d_3 et que Δ , d_1 et d_2 soient concourantes.

Exercice 5 :

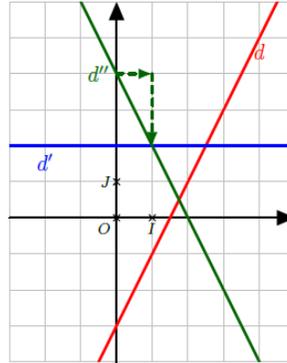
Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses.

On se place dans un repère $(O; I, J)$.

Soit Δ la droite d'équation $y = 5x + 3$.

- 1) Le point $C(-2; 7)$ appartient à la droite Δ .
- 2) La droite Δ' d'équation $y = 3x - 2$ et la droite Δ sont parallèles.
- 3) Le point $D(-2,5; -9,5)$ appartient aux deux droites Δ et Δ' .

Les questions 4 à 10 se réfèrent au graphique ci-contre.



- 4) Une équation de la droite d est $y = -3x + 2$.
- 5) La droite d' a pour équation $y = 2$.
- 6) Le coefficient directeur de la droite d est 2.
- 7) Le coefficient directeur de la droite d' est 1.
- 8) La droite d' est la représentation graphique d'une fonction linéaire.
- 9) Les flèches en pointillés permettent de lire graphiquement le coefficient directeur de la droite d'' .
- 10) Le coefficient directeur de la droite d'' est égal à $-\frac{1}{2}$.

Exercice 6 :

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les points $A(-14; 3)$, $B(2; -1)$, $C(3; 2)$ et un vecteur

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la droite d_1 passant par C et de vecteur directeur \vec{u} .
- 3) Déterminer une équation cartésienne de la droite d_2 passant par C et parallèle à la droite (AB) .

IX Fiche 9 – Géométrie analytique et vecteurs**Prérequis :**

- ✗ Connaître et savoir utiliser la formule de la distance entre deux points.
- ✗ Connaître et savoir utiliser la formule donnant les coordonnées du milieu d'un segment.
- ✗ Connaître et savoir utiliser les définitions et les propriétés des figures usuelles.
- ✗ Somme de deux vecteurs, produit d'un vecteur par un réel, relation de Chasles.
- ✗ Coordonnées d'un vecteur dans un repère, relation de colinéarité.

Exercice 1 :

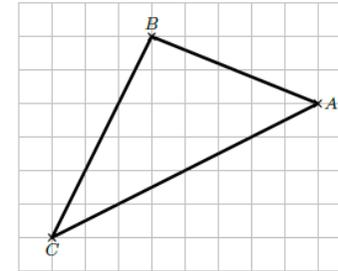
Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on donne les points $A(-2; 3)$; $B\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ et $C(5; 1)$.

- 1) Calculer la distance AB .
- 2) Calculer les coordonnées du milieu E du segment $[BC]$.
- 3) Calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à A .

Exercice 2 :

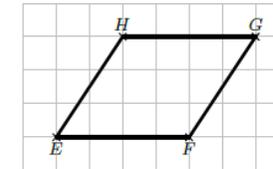
On considère un triangle ABC , construire les points D , E et F tels que :

- a) $\vec{AE} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$;
- b) $\vec{BD} = -\frac{1}{2}\vec{AC}$;
- c) $\vec{FB} = \frac{3}{2}\vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{BC}$.

**Exercice 3 :**

On considère un parallélogramme $EFGH$, construire les points A et B tels que :

- a) $\vec{EA} = -3\vec{FH}$;
- b) $\vec{FB} = \frac{1}{2}\vec{EF} - \frac{3}{4}\vec{GH}$.

**Exercice 4 :**

On considère A , B et C trois points de la droite graduée ci-dessous :



- 1) Placer le point D tel que $\vec{AD} = -0,5\vec{BC}$.
- 2) À l'aide de la figure, compléter avec un nombre réel les égalités suivantes :
 - a) $\vec{AB} = \dots \vec{AC}$;
 - b) $\vec{BC} = \dots \vec{BA}$;
 - c) $\vec{CA} = \dots \vec{BC}$.

Exercice 5 :

On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs :

- a) $\vec{u} + \vec{v}$;
- b) $-3\vec{v}$;
- c) $-3\vec{u} + 2\vec{v}$.

Exercice 6 :

Soient les points $A(-1; -2)$, $B(9; -3)$, $C(1; 2)$, $D(7; 1)$ et $E(4; -5)$ dans un repère du plan.

- 1) Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles?
- 2) Les droites (AC) et (DE) sont-elles parallèles?

Exercice 7 :

- 1) Soient les points $A(-1; -2)$, $B(5; 1)$ et $C(2; -1)$ dans un repère du plan.
Les points A , B et C sont-ils alignés?
- 2) Même question avec les points $A(-1; -4)$, $B(5; -3)$ et $C(11; -2)$.

Exercice 8 :

On considère un repère du plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points $M(-3; -2)$, $N(-1; 3)$ et $R(4; 2)$.

Calculer les coordonnées du point S tel que $MNRS$ soit un parallélogramme.

Exercice 9 :

Soient les points $A(-4; -3)$, $B(-2; 5)$ et $C(3; -1)$ dans un repère du plan.

Déterminer les coordonnées du point G tel que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Exercice 10 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque affirmation, trouver la (ou les) réponse(s) correcte(s).

Pour certaines questions, on aura besoin des figures ci-dessous :

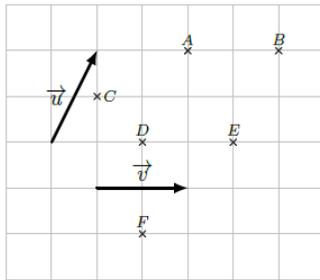


Figure 1.

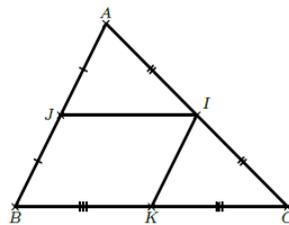


Figure 2.

- 1) Si $REVI$ est un parallélogramme alors :

a) $\vec{RE} = \vec{VI}$; b) $\vec{ER} = \vec{VI}$; c) $\vec{RV} = \vec{EI}$; d) $\vec{IR} = \vec{VE}$.

- 2) Si $SION$ est un parallélogramme alors :

a) $\vec{SO} = \vec{SI} + \vec{IO}$; b) $\vec{SO} = \vec{OI} + \vec{NI}$; c) $\vec{SN} = \vec{SI} + \vec{ON}$; d) $\vec{IN} = \vec{IS} + \vec{IO}$.

- 3) Dans la figure 1, le vecteur \vec{u} est égal à :

a) \vec{CA} ; b) \vec{DA} ; c) \vec{BE} ; d) \vec{FE} .

- 4) Dans la figure 1, le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ est égal à :

a) \vec{EA} ; b) \vec{CB} ; c) \vec{FE} ; d) \vec{DB} .

- 5) Dans la figure 1, le vecteur $\vec{u} - \vec{v}$ est égal à :

a) \vec{EA} ; b) \vec{CB} ; c) \vec{FE} ; d) \vec{DB} .

- 6) Dans la figure 1, le vecteur $\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$ est égal à :

a) \vec{EA} ; b) \vec{CB} ; c) \vec{FE} ; d) \vec{DB} .

- 7) Dans la figure 2, les vecteurs \vec{IJ} et \vec{BC} sont :

a) colinéaires ; b) égaux ; c) opposés ; d) non colinéaires.

- 8) Dans la figure 2, les vecteurs \vec{IJ} et \vec{KB} sont :

a) colinéaires ; b) égaux ; c) opposés ; d) non colinéaires.

- 9) Dans la figure 2, les vecteurs \vec{IK} et \vec{JA} sont :

a) colinéaires ; b) égaux ; c) opposés ; d) non colinéaires.

- 10) Dans la figure 2, on peut écrire :

a) $\vec{JI} = \frac{1}{2}\vec{BC}$; b) $\vec{CI} = \vec{CK} + \vec{IK}$; c) $\vec{BI} = \vec{BJ} + \vec{BK}$; d) $\vec{IK} = \vec{BJ}$.

Exercice 11 :

Dans chacun des cas suivants, préciser si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

1) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$

2) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ \sqrt{6} \end{pmatrix}$

Exercice 12 : Trouver le réel x tel que $\begin{vmatrix} x-4 & -1 \\ 2x+1 & -3 \end{vmatrix} = 0$

Exercice 13 : Déterminer la valeur du réel m pour que les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} m-2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} m+2 \\ -4 \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

X Fiche 10 – Statistiques



Prérequis :

- ✗ Notion de série statistique, d'effectifs, d'effectifs cumulés croissants.
- ✗ Paramètres de position d'une série statistique : moyenne, quartiles, interprétation des résultats.
- ✗ Distribution des fréquences.
- ✗ Notion d'intervalle de fluctuation.

Exercice 1 :

À l'issue de la saison régulière du Top 14 2018/2019 de rugby, on donne le classement final :

Rang	Équipe	Points
1	 Stade Toulousain	98
2	 ASM Clermont	83
3	 Lyon LOU	78
4	 Racing 92	74
5	 Stade Rochelais	71
6	 Montpellier Hérault Rugby	70
7	 Castres Olympique	69
8	 Stade Français	64
9	 Rugby Club Toulonnais	57
10	 Union Bordeaux-Bègles	57
11	 Section Paloise	43
12	 SU Agen	38
13	 FC Grenoble	29
14	 USA Perpignan	12

Source : *Rugbyrama.fr*

- 1) Quelles sont les deux équipes médianes du classement ? Justifier.
- 2) Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3 des points marqués par les équipes du Top 14.
- 3) Le Stade Toulousain finit la saison 2018/2019 du Top 14 avec un score d'environ 32,4 % supérieur à celui obtenu lors de la saison 2017/2018. Quel était-il alors ?
- 4) Le nombre de points du Racing 92 est en baisse de 7,5 % par rapport à celui de la saison précédente. Quel était-il alors ?

5) Gérald crée une feuille dans un tableur pour automatiser certains calculs :

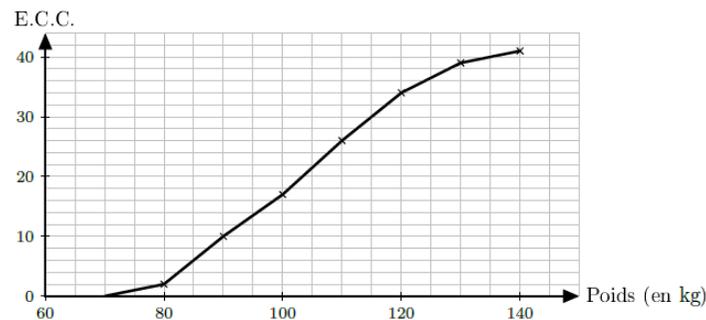
	A	B	C	D	E	F	G
1	Nombre d'essais	0	1	2	3	4	5
2	Effectif	4	7	9	3	1	2
3	Fréquence (en %)						
4	Effectifs cumulés croissants	4					

- a) Quelle formule doit-il entrer en B3, qui, recopiée vers la droite, donnera la fréquence en % de chaque catégorie (Les cellules B3 à G3 sont au format « pourcentage ») ?
- b) Quelle formule doit-il entrer en C4 qui, recopiée vers la droite, donnera les effectifs cumulés croissants ?

Exercice 3 :

On a relevé les poids en kg des joueurs du Castres Olympique.

Le graphique ci-dessous représente le polygone des effectifs cumulés croissants de la série statistique obtenue.



- 1) Quel est l'effectif total de la série ?
- 2) Déterminer graphiquement les quartiles et une médiane de la série.
- 3) Compléter le tableau suivant :

Masse (en kg)	[70; 80[[80; 90[[90; 100[[100; 110[[110; 120[[120; 130[[130; 140[
Effectif							

- 4) Estimer le poids moyen d'un rugbyman du Castres Olympique.

Exercice 4 :

En se basant sur les statistiques des saisons précédentes, les dirigeants du Castres Olympique estiment que l'équipe gagne 53,4 % de ses matchs.

Lors de la saison 2018/2019, l'équipe a joué 26 matchs et en a gagné 15.

- 1) Déterminer un intervalle de fluctuation, au niveau de confiance 95 %, de la proportion de matchs gagnés dans les échantillons de taille 26. On arrondira les bornes à 10^{-3} près.
- 2) Les résultats de la saison 2018/2019 sont-ils en accord avec ceux des années précédentes ?

XI Fiche 11 – Probabilités



Prérequis :

- ✗ Notion d'expérience aléatoire et de modélisation (notamment à l'aide d'arbres).
- ✗ Calculs de probabilités.
- ✗ Langage des événements.
- ✗ Réunion et intersection d'événements.
- ✗ Événement contraire.

Exercice 1 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, seule une réponse parmi celles proposées est exacte.

- 1) À Noël, Robin s'est fait offrir la trilogie des films « Batman » (trois films, sortis en 2005, 2008 et 2012). Il insère au hasard l'un des DVD dans son lecteur. Quel est la probabilité que ce soit le film le plus récent ?
 - a) $\frac{1}{6}$;
 - b) $\frac{1}{3}$;
 - c) $\frac{1}{2}$;
 - d) $\frac{2}{3}$.
- 2) Robin place les trois DVD côte à côte, mais au hasard, sur une étagère. Quelle est la probabilité que les films soit rangés dans l'ordre chronologique de gauche à droite ?
 - a) $\frac{1}{6}$;
 - b) $\frac{1}{3}$;
 - c) $\frac{1}{2}$;
 - d) $\frac{2}{3}$.
- 3) On tire au hasard deux cartes dans un jeu de 32. On note A l'événement : « Obtenir au moins un roi ». L'événement \bar{A} est :
 - a) « Obtenir exactement un roi » ;
 - b) « N'obtenir aucun roi » ;
 - c) « Obtenir au moins une dame » ;
 - d) « Obtenir deux rois ».
- 4) Soient A et B deux événements issus d'une même expérience aléatoire. Sachant que $\mathbb{P}(B) = 0,3$; $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,1$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,5$, on peut dire que la probabilité de l'événement A est :
 - a) 0,1 ;
 - b) 0,2 ;
 - c) 0,3 ;
 - d) 0,4.
- 5) On lance une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir « Pile » est :
 - a) 0,25 ;
 - b) 0,5 ;
 - c) 0,75 ;
 - d) 1.
- 6) On lance 2 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir deux fois « Pile » est :
 - a) 0,25 ;
 - b) 0,5 ;
 - c) 0,75 ;
 - d) 2.
- 7) On lance 8 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir huit fois « Pile » est :
 - a) $\frac{1}{8}$;
 - b) $\frac{1}{4}$;
 - c) environ 0,001 à 10^{-3} près ;
 - d) environ 0,004 à 10^{-3} près.

Exercice 2 :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

On considère les événements suivants : A : « Tirer un trèfle » et B : « Tirer un roi ».

- 1) Déterminer les probabilités des événements A et B .
- 2) Définir par une phrase l'événement \bar{A} puis calculer sa probabilité.
- 3)
 - a) Définir par une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$.
 - b) Déterminer $\mathbb{P}(A \cap B)$.
 - c) En déduire $\mathbb{P}(A \cup B)$.

Exercice 3 :

Une roue de loterie est formée de cinq secteurs. La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Secteur	1	2	3	4	5
Probabilité	0,2	0,25	0,1	p_4	p_5

- 1) Déterminer p_4 et p_5 sachant que p_5 est le double de p_4 .
- 2) On lance cette roue puis on attend l'arrêt.
 - a) Quelle est la probabilité que la flèche indique un multiple de 2 ?
 - b) Quelle est la probabilité que la flèche indique un secteur avec un numéro inférieur ou égal à 3 ?

Exercice 4 :

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : deux bleues « B » et trois rouges « R ».

On dispose également de deux sacs contenant des jetons : l'un est bleu et contient un jeton bleu « b » et trois jetons rouges « r » ; l'autre est rouge et contient deux jetons bleus « b » et deux jetons rouges « r ».

On extrait une boule de l'urne puis on tire un jeton dans le sac qui est de la même couleur que la boule tirée.

- 1) Représenter cette expérience à l'aide d'un arbre pondéré.
- 2) Déterminer la probabilité de l'événement A : « La boule et le jeton sont de la même couleur ».

Exercice 5 :

Dans un lycée de 1 280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe.

Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10% des élèves contractent la maladie. De plus, 3% des élèves vaccinés ont la grippe.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

- 1) Compléter le tableau ci-dessous :

	Nombre d'élèves ayant eu la grippe	Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	Total
Nombre d'élèves vaccinés			
Nombre d'élèves non vaccinés			
Total			1 280

- 2) On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis. Calculer la probabilité des événements suivants :
 - a) A : « L'élève a été vacciné » ;
 - b) B : « L'élève a eu la grippe » ;
 - c) C : « L'élève a été vacciné et a eu la grippe ».
- 3) On choisit au hasard l'un des élèves non vaccinés. Calculer la probabilité de l'événement D : « L'élève a eu la grippe ».

XII Fiche 12 – Algorithmique



Prérequis :

- ✗ Instructions élémentaires (affectation, calcul, fonction).
- ✗ Boucles et instructions conditionnelles.

Exercice 1 :

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1) On considère l'algorithme ci-dessous.

```

a ← 2
b ← 1
Si a < b
    Alors a ← 0,5 × a + 2 × b
    Sinon a ← 0,5 × a - 2 × b
Fin Si
Si a < b
    Alors a ← 5 × a
    Sinon a ← 10 × a
Fin Si
    
```

Quelle est la valeur de la variable a à la fin de l'algorithme ?

2) On considère l'algorithme ci-dessous.

```

a ← 10
Tant que a ≠ 1
    Si a est pair
        Alors a ← a ÷ 2
        Sinon a ← 3 × a + 1
    Fin Si
    Afficher a
Fin Tant que
    
```

Quelles sont les valeurs successives de la variable a ?

3) On considère l'algorithme ci-dessous.

```

a ← 1
b ← 2
Pour i variant de 0 à 4
    c ← a
    a ← b
    b ← 5 × a - 6 × c
Fin Pour
    
```

Quelle est la valeur des variables a , b et c à la fin de l'algorithme ?

Exercice 2 :

1) Voici quatre algorithmes, très semblables, rédigés par quatre élèves. Néanmoins, si on les programme avec un logiciel adapté, on obtiendra des résultats à l'écran tout à fait différents. Associer chacun de ces quatre algorithmes avec leur résultat obtenu à l'écran après programmation.

Algorithmes	Résultats obtenus à l'écran		
Algorithme de Chloé $P \leftarrow 1$ Pour i variant de 1 à 5 $P \leftarrow P \times i$ Fin Pour Afficher P	•	•	0
Algorithme de Laura Pour i variant de 1 à 5 $P \leftarrow 1$ $P \leftarrow P \times i$ Fin Pour Afficher P	•	•	120

Algorithme de Thibault

```

P ← 0
Pour i variant de 1 à 5
  | P ← P × i
Fin Pour
Afficher P
    
```

• • 1 1 2 6 24

Algorithme de Thomas

```

P ← 1
Pour i variant de 1 à 5
  | Afficher P
  | P ← P × i
Fin Pour
    
```

• • 5

- 2) En fait, on avait demandé à ces quatre élèves de rédiger un algorithme permettant de calculer le produit $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$, que l'on peut aussi noter $5!$ (on lit « factorielle 5 »).
Quel est le seul élève qui a rédigé un algorithme correct ?
- 3) Rédiger un algorithme qui permette de calculer la somme des entiers de 1 à 10 000.

Exercice 3 : 

On imagine que la fonte d'un iceberg de masse initiale 1 000 t est de 2% par jour.
On souhaite déterminer au bout de combien de jours sa masse deviendra inférieure à 900 t.

- 1) Pour cela, compléter l'algorithme suivant :

```

n ← .....
m ← .....
Tant que .....
  | n ← .....
  | m ← .....
Fin Tant que
Afficher .....
    
```

- 2) Programmer cet algorithme en Python et conclure quant à l'exercice.

Alphabet Grec

α	alpha
β	beta
γ Γ	gamma
δ Δ	delta
ϵ	epsilon
ζ	zeta
η	eta
θ Θ	theta
ι	iota
κ	kappa
λ Λ	lambda
μ	mu

ν	nu
ξ	xi
\omicron	omicron
π Π	pi
ρ, ϱ	rho
σ Σ	sigma
τ	tau
υ	upsilon
ϕ, φ Φ	phi
χ	chi
ψ Ψ	psi
ω Ω	omega