E.1 Résoudre les systèmes d'équations suivants :

a $\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 4x + y = -7 \end{cases}$ b $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 5x + 10y = 20 \end{cases}$

E.2 Résoudre le système suivant :
$$\begin{cases} x + 2y - z = -2 \\ 3x + y + 2z = -1 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases}$$
(On montrera que ce système admet un unique triplet solution).

E.3 Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on considère la droite (d) d'équation cartésienne : $-3{\cdot}x + y + 7 = 0$

1. Donner un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de la droite (d).
2. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à la droite (d) et passant par le point de coordonnées $A(-2\,;2)$.
3. Soit (d') la droite perpendiculaire à la droite (d) et passant par le point $B(3\,;-1)$.
   a. Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ normal à la droite (d').
   b. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (d').

E.4 Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on considère la droite (d) ayant pour équation cartésienne :
(d) : $3{\cdot}x + 4{\cdot}y - 5 = 0$

1. On considère la droite (Δ) admettant $\overrightarrow{u}(2\,;-1)$ pour vecteur normal et passant par le point $A\Big(-\dfrac{1}{3}\,;1\Big)$
   a. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ).
   b. Justifier que les droites (d) et (Δ) sont sécantes.
2. a. Résoudre le système d'équations : $\begin{cases} 3x + 4y - 5 = 0 \\ 6x - 3y + 5 = 0 \end{cases}$
   b. En déduire les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (Δ).

E.5

> **Proposition-définition :** dans le plan, on considère une droite (d) et un point A n'appartenant pas à (d). Il existe un unique point H tel que la droite (AH) soit perpendiculaire à la droite (d).
>
> Le point H s'appelle le **projeté orthogonal du point A sur la droite (d)**.

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, on considère les points $A(-1\,;1)$, $B(3{,}5\,;-2)$, $M(4\,;2)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Montrer que le point $H(2\,;-1)$ est le projeté orthogonal du point M sur la droite (AB).

E.6 Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on considère les trois points : $A(-3\,;2)$; $B(3\,;5)$; $C(2\,;2)$

1. Soit (d) la droite passant par le point C est orthogonale à la droite (AB) :
   a. Déterminer les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ normal à la droite (d).
   b. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (d).
   c. Déterminer les coordonnées du pied H de la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.
2. Déterminer l'aire du triangle ABC.

E.7 On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé et des trois points suivants :
$A(-1\,;2)$; $B(0\,;-5)$; $C(3\,;4)$

1. a. Déterminer l'équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$.
   b. Déterminer l'équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AC]$.
2. a. En déduire le centre du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABC.
   b. Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

E.8 On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé et le cercle $\mathscr{C}$ dont les points $A(-2\,;1)$ et $B(3\,;0)$ sont diamétralement opposés.

Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

E.9 Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on considère les trois équations cartésiennes :

a. $x^2 + y^2 - 10{\cdot}x + 2{\cdot}y + 22 = 0$
b. $x^2 + y^2 - 2{\cdot}x - 4{\cdot}y + 5 = 0$
c. $x^2 + y^2 + 2{\cdot}x + 2{\cdot}y + 5 = 0$

Déterminer la nature, et si besoin les éléments caractéristiques, de l'ensemble défini par chacune de ces équations cartésiennes.

E.10 On considère le plan muni d'un repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$.

1. a. Soit (d) la droite ayant pour vecteur directeur $(1\,;2)$ et passant par le point $A(0\,;-1)$.
   Déterminer l'équation cartésienne de cette droite.
   b. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre $A(1\,;1)$ et de rayon 3.
   Déterminer l'équation cartésienne de ce cercle.
2. Dans cette question, on s'intéresse au point d'intersection de (d) et de $\mathscr{C}$.
   a. Justifier que si $M(x\,;y)$ est un point d'intersection de la droite et du cercle alors ses coordonnées vérifient le système d'équation :
   $$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2{\cdot}x - 2{\cdot}y - 7 = 0 \\ \qquad\quad - 2{\cdot}x + y + 1 = 0 \end{cases}$$
   b. Par substitution, résoudre ce système d'équation.

