E.1

Proposition : pour tous nombres réels a et b
$a=b \iff e^a=e^b$

Résoudre les équations suivantes :

(a) $e^{5x+1}=e^{2x}$ (b) $e^{3x+1}=1$ (c) $\dfrac{e^{1-3x}}{e}=1$

E.2

Proposition : la fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ et admet pour tableau de variation :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
Variation de exp	0 ↗	1 ↗	e ↗	$+\infty$

Résoudre les inéquations suivantes :

(a) $e^x<1$ (b) $e^{-x}>0$

(c) $e^{-x}>1$ (d) $e^{2x}-1\geqslant 0$

E.3

Proposition : Pour tout nombre réels a et b :
- $e^a>e^b \iff a>b$
- $e^a<e^b \iff a<b$

Remarque : cette propriété vient de la stricte croissante de la fonction f.

Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$:

(a) $e^{2x-4}\geqslant 1$ (b) $e^{2x-1}<e^x$

E.4 Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$:

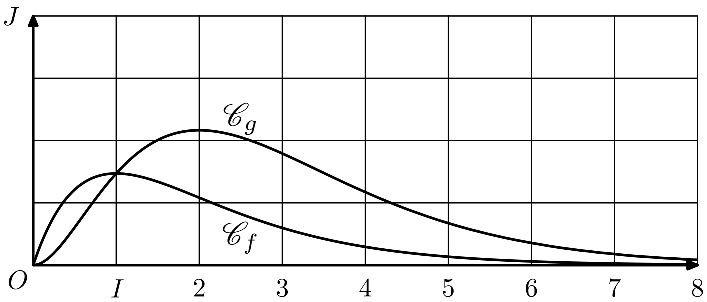
(a) $e^{2x}+3e^x<4$ (b) $e^x+e^{-x}<2$

Indication : on identifiera ces inéquations à des inéquations polynomiales de degré 2.

E.5 Soit f et g les fonctions définies sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par :

$f(x)=x{\cdot}e^{-x}$; $g(x)=x^2{\cdot}e^{-x}$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les représentations graphiques des fonctions f et g dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.



(1) Graphiquement, conjecturer les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

(2) (a) Factoriser l'expression $f(x)-g(x)$.

(b) En déduire les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

E.6

Proposition : soit a et b deux nombres réels et la fonction f définie par : $f(x)=e^{ax+b}$
La fonction f', dérivée de f, admet pour expression :
$f'(x)=a{\cdot}e^{ax+b}$

Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

(a) $f(x)=e^x$ (b) $f(x)=e^{2\cdot x}$ (c) $f(x)=e^{3-x}$

E.7 Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction dérivée :

(1) $f(x)=2{\cdot}e^x+x^2$ (2) $g(x)=\dfrac{1}{4}{\cdot}e^{3x+1}+e^{-2x}$

E.8 Pour chacune des fonctions ci-dessous définies sur $\mathbb{R}$, déterminer l'expression de leur fonction dérivée, puis étudier leur sens de variations sur $\mathbb{R}$:

(1) $f(x)=x-e^x$ (2) $g(x)=6x+3{\cdot}e^{-2x}$

E.9

Proposition : soit f une fonction définie sur un intervalle I par le produit : $f(x)=u(x){\times}v(x)$
où les fonctions u et v sont définies et dérivables sur I.

Alors la fonction f est dérivable sur I et sa fonction dérivée est définie par : $f'(x)=u'(x){\cdot}v(x)+u(x){\cdot}v'(x)$

Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

(a) $f(x)=x{\cdot}e^x$ (b) $f(x)=\big(1-2{\cdot}x\big){\cdot}e^x$

E.10 Déterminer l'expression des fonctions dérivées suivantes :

(1) $f(x)=\big(x+3\big){\cdot}e^{-x}$ (2) $g(x)=x{\cdot}e^{2\cdot x-1}$

E.11 Déterminer l'expression des fonctions dérivées suivantes :

(1) $h(x)=x{\cdot}e^{x+1}$ (2) $j(x)=\big(x^2+1\big){\cdot}e^{3x+1}$

E.12

Proposition : soit f une fonction définie sur un intervalle I par le produit : $f(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$
où les fonctions u et v sont définies et dérivables sur I.

Alors la fonction f est dérivable sur I et sa fonction dérivée est définie par : $f'(x)=\dfrac{u'(x){\cdot}v(x)-u(x){\cdot}v'(x)}{\big[v(x)\big]^2}$

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions suivantes :

(1) $f(x)=\dfrac{1}{1-e^x}$ (2) $g(x)=\dfrac{e^{x+1}}{2{\cdot}x+1}$

E.13 Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions suivantes :

(1) $h(x)=\dfrac{1-e^{-2x}}{e^x}$ (2) $j(x)=\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{2x}}$

