Ex 1 : Calculer les limites suivantes

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x^2-3x+5}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x - x$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} (x-1)\,e^x$ 5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x-3}{e^x+2}$ 6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x+1}{e^{2x}}$

Ex 2 : Déterminer les fonctions dérivées

$f(x) = e^{2x^2+x-3}$; $g(x) = e^{\frac{x}{x^2+1}}$; $h(x) = \dfrac{3e^x}{e^{2x}+1}$

Ex 3 : Résoudre dans R les équations suivantes

$e^{4-x} = e^2$; $e^{x+1} \times e^{3x+2} = 1$; $e^{2x} + e^x - 2 = 0$; $(e^x - e^{3x+1})\left(e^{\frac{1}{x}} - e^3\right) = 0$

Ex 4 : Résoudre dans R les inéquations suivantes :

$e^{2x} - 1 > 0$; $\dfrac{e^x+3}{e^x+1} > 2$; $e^{2x} + e^x - 2 \geq 0$; $e^{2x+5} < e^{1-x}$

Ex 5 : On considère la fonction $f(x) = x - \dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

1. Calculer la dérivée de f et en déduire les variations
2. Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$
3. En déduire l'existence de 2 droites asymptotes à C_f

Ex 6 : L'objectif est l'étude de la fonction $f(x) = x(e^{-x} + 1)$

Partie 1 : *Étude d'une fonction auxiliaire g*

Soit $g : x \mapsto e^{-x}(1-x) + 1$.

1) Étudier les variations de g puis dresser son tableau de variations.
2) En déduire le signe de $g(x)$ pour tout réel x.

Partie 2 : *Étude de la fonction f*

1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
2) Soit (d) la droite d'équation $y = x$. Démontrer que (d) est asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ et donner la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à (d).
3) Déterminer f'.
4) À l'aide de la partie 1, déterminer le tableau de variations de f.
5) Déterminer une équation de la tangente T_0 à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
6) Déterminer les coordonnées du point de $\mathcal{C}_f$ dont la tangente T_1 à $\mathcal{C}_f$ est parallèle à l'asymptote (d).
7) Tracer (d), T_0, T_1 et $\mathcal{C}_f$.

SOS maths - Les Exponentielles - Mai 2024

Ex 1 : Calculer les limites suivantes

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x^2-3x+5}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x - x$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} (x-1)\,e^x$ 5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x-3}{e^x+2}$ 6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x+1}{e^{2x}}$

Ex 2 : Déterminer les fonctions dérivées

$f(x) = e^{2x^2+x-3}$; $g(x) = e^{\frac{x}{x^2+1}}$; $h(x) = \dfrac{3e^x}{e^{2x}+1}$

Ex 3 : Résoudre dans R les équations suivantes

$e^{4-x} = e^2$; $e^{x+1} \times e^{3x+2} = 1$; $e^{2x} + e^x - 2 = 0$; $(e^x - e^{3x+1})\left(e^{\frac{1}{x}} - e^3\right) = 0$

Ex 4 : Résoudre dans R les inéquations suivantes :

$e^{2x} - 1 > 0$; $\dfrac{e^x+3}{e^x+1} > 2$; $e^{2x} + e^x - 2 \geq 0$; $e^{2x+5} < e^{1-x}$

Ex 5 : On considère la fonction $f(x) = x - \dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

4. Calculer la dérivée de f et en déduire les variations
5. Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$
6. En déduire l'existence de 2 droites asymptotes à C_f

Ex 6 : L'objectif est l'étude de la fonction $f(x) = x(e^{-x} + 1)$

Partie 1 : *Étude d'une fonction auxiliaire g*

Soit $g : x \mapsto e^{-x}(1-x) + 1$.

1) Étudier les variations de g puis dresser son tableau de variations.
2) En déduire le signe de $g(x)$ pour tout réel x.

Partie 2 : *Étude de la fonction f*

1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
2) Soit (d) la droite d'équation $y = x$. Démontrer que (d) est asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ et donner la position relative de $\mathcal{C}_f$ par rapport à (d).
3) Déterminer f'.
4) À l'aide de la partie 1, déterminer le tableau de variations de f.
5) Déterminer une équation de la tangente T_0 à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
6) Déterminer les coordonnées du point de $\mathcal{C}_f$ dont la tangente T_1 à $\mathcal{C}_f$ est parallèle à l'asymptote (d).
7) Tracer (d), T_0, T_1 et $\mathcal{C}_f$.