

Chapitre 3 : Symétrie centrale

La symétrie centrale est utilisée dans les chapitres sur les triangles, les angles. On utilisera le compas et l'équerre.

1) Définitions :

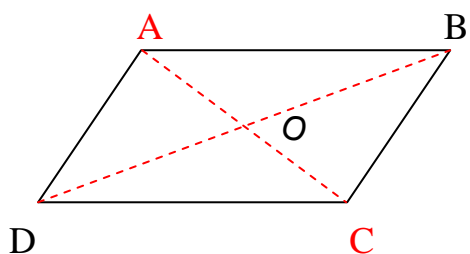
Deux figures sont symétriques par rapport à un point O si elles se superposent après un demi-tour autour du point O .

Le point O s'appelle le centre de symétrie.

Exemples :

Sur une carte de jeu qui est paire, le centre de la carte est un centre de symétrie.

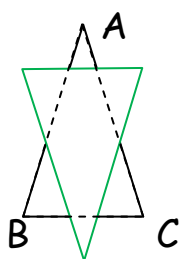
Le rectangle, le cercle, le losange, le carré, le parallélogramme ont un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales.



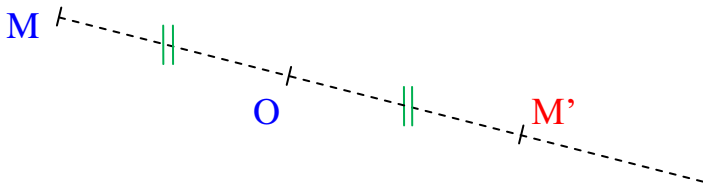
Le point C est le symétrique du point A par rapport à O .

Le point D est le symétrique du point B par rapport au point O .

Attention, les triangles n'ont pas de centre de symétrie : après un demi-tour, les sommets ne se superposent pas.



2) Construction du symétrique d'un point :



Le symétrique du point M par rapport au point O est le point M' qui vérifie : O est le milieu du segment $[MM']$.

On trace en pointillés la demi-droite $[MO)$ et on y place M' tel que $MO = OM'$, en utilisant la règle ou le compas.

Remarques :

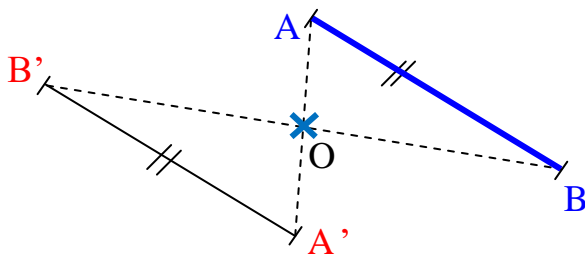
- Si M' est le symétrique de M par rapport à O alors M est le symétrique de M' par rapport à O .

On dit que M et M' sont symétriques par rapport au point O .

- Le symétrique du point O est O . C'est le seul point dans ce cas.

- On trace toujours les pointillés qui indiquent la méthode de construction.

3) Symétrique d'un segment :



Pour construire le symétrique d'un segment $[AB]$, on construit le point A' symétrique de A et B' symétrique de B .

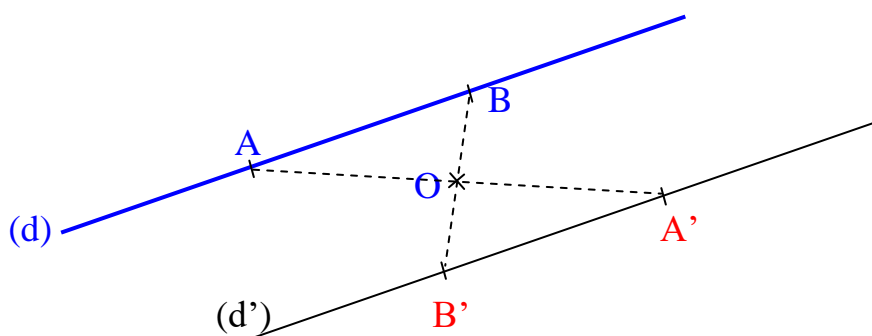
Le symétrique du segment $[AB]$ est le segment $[A'B']$.

Une symétrie centrale transforme un segment en un segment de même longueur.

Remarque :

Le symétrique par rapport à O du milieu I de $[AB]$ est le milieu I' de $[A'B']$.

4) Symétrique d'une droite :



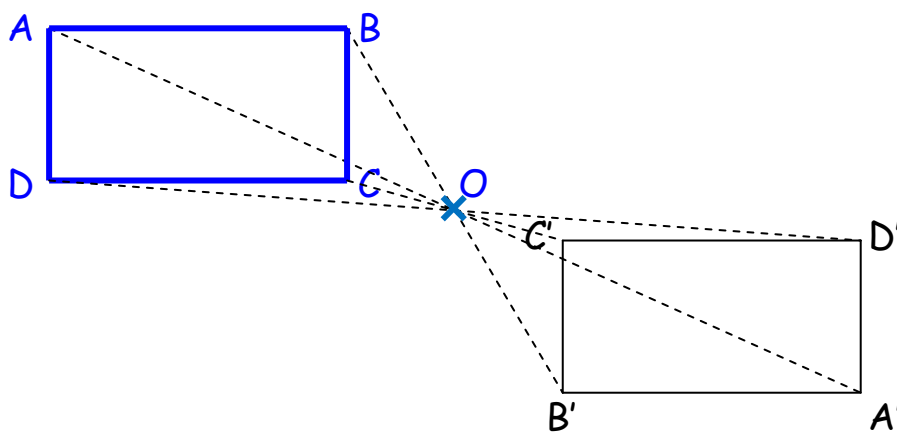
Pour construire la symétrique d'une droite (d), on choisit deux points A et B bien écartés sur la droite puis on construit leurs symétriques A' et B' par rapport au point O.

La symétrique de la droite (d) est la droite (d') passant par A' et B'.

Une symétrie centrale transforme une droite en une droite qui lui est parallèle.

Remarque : Lorsque la droite (d) passe par le centre de symétrie, alors (d) et (d') sont confondues.

5) Symétrique d'un rectangle :

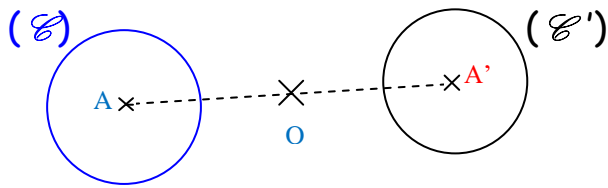


Le symétrique d'un rectangle est un rectangle de mêmes dimensions. Les droites (AD) et (BC) qui sont parallèles se transforment en deux droites parallèles.

Une symétrie centrale transforme deux droites parallèles en deux droites parallèles.

Pour prouver que deux droites sont parallèles, il suffit de montrer qu'elles sont les symétriques par rapport à un point de deux droites parallèles.

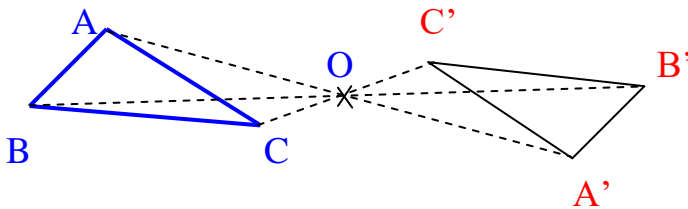
6) Symétrie d'un cercle et d'un triangle :



Pour construire le symétrique d'un cercle (\mathcal{E}) de centre A , on construit A' le symétrique du point A .

(\mathcal{E}') est le cercle de centre A' et de même rayon que (\mathcal{E}) .

Une symétrie centrale transforme un cercle en un cercle de même rayon.



Pour construire le symétrique d'un triangle, on construit les symétriques des trois côtés. L'angle \hat{A} se transforme en \hat{A}' de même mesure.

Une symétrie centrale transforme un triangle en un triangle de même aire et de même périmètre.

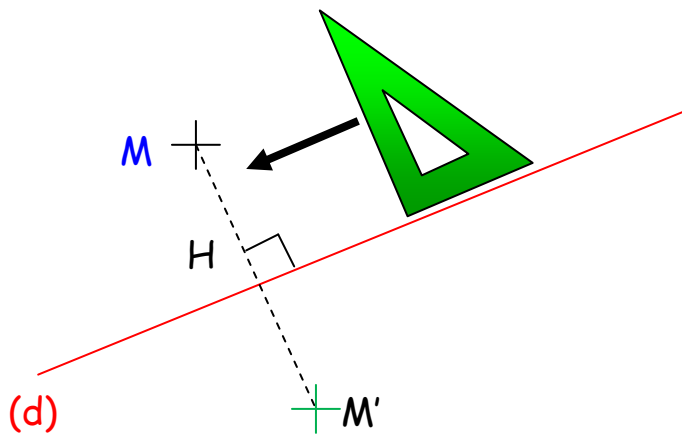
Une symétrie centrale transforme un angle en un angle de même mesure.

7) Rappel : symétrie axiale :

C'est la symétrie « miroir », par rapport à une droite.

Attention à ne pas confondre les constructions :

- Par rapport à un point, on trace des pointillés jusqu'au point et on prolonge.
- Par rapport à une droite, on trace des pointillés PERPENDICULAIREMENT à la droite et on prolonge :

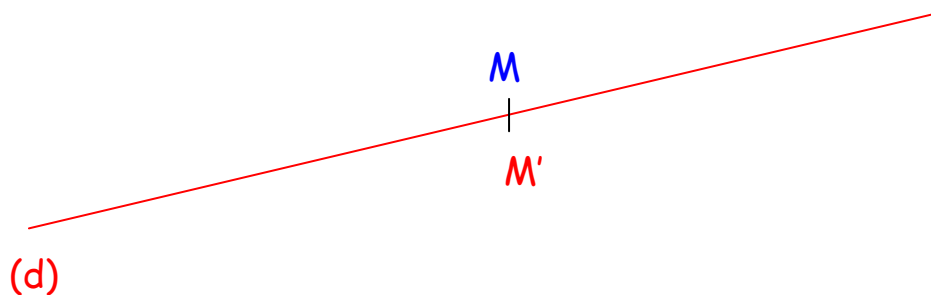


Pour construire le symétrique du point M par rapport à la droite (d) :

- On fait glisser l'angle droit de l'équerre le long de la droite (d) jusqu'au point M et on trace en pointillés la perpendiculaire à (d) passant par M . On appelle H le point d'intersection.
- On place M' sur cette droite tel que $HM' = HM$. (On reporte la longueur en pointillés en prolongeant de l'autre côté de la droite).

Remarques :

- Si le point M est sur la droite, il est confondu avec son symétrique M' ($M = M'$).



- Comme la symétrie centrale, la symétrie axiale conserve le parallélisme, les longueurs et les angles.
- Pour prouver que deux droites sont parallèles, il suffit de montrer qu'elles sont les symétriques par rapport à un point ou une droite de deux droites parallèles

Annexe : extrait du programme officiel 2019 :



MATHÉMATIQUES > Attendus de fin d'année de 5^e

Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques

Ce que sait faire l'élève

- Il comprend l'effet des symétries (axiale et centrale) : conservation du parallélisme, des longueurs et des angles.

Exemples de réussite

- ♦ Il détermine des longueurs et des mesures d'angles en utilisant les propriétés de conservation des symétries (axiale et centrale).
- ♦ Il prouve que deux droites sont parallèles en utilisant la conservation du parallélisme par les symétries (axiale et centrale).

