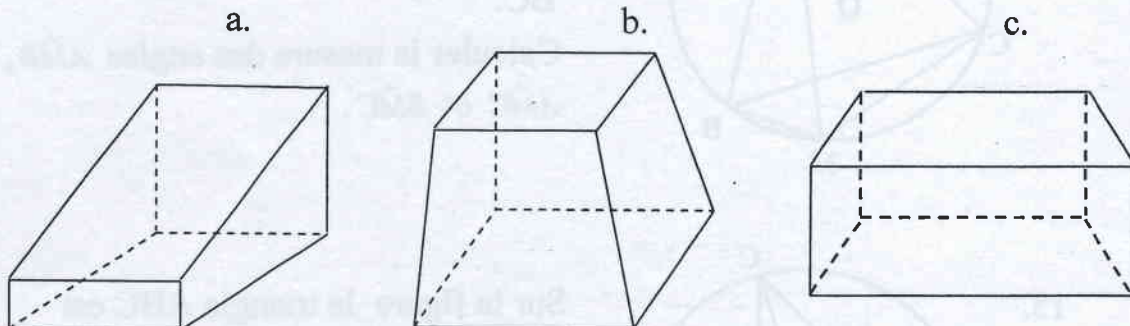


# Chapitre 8 Aire et volume

## Leçon 25 Le prisme

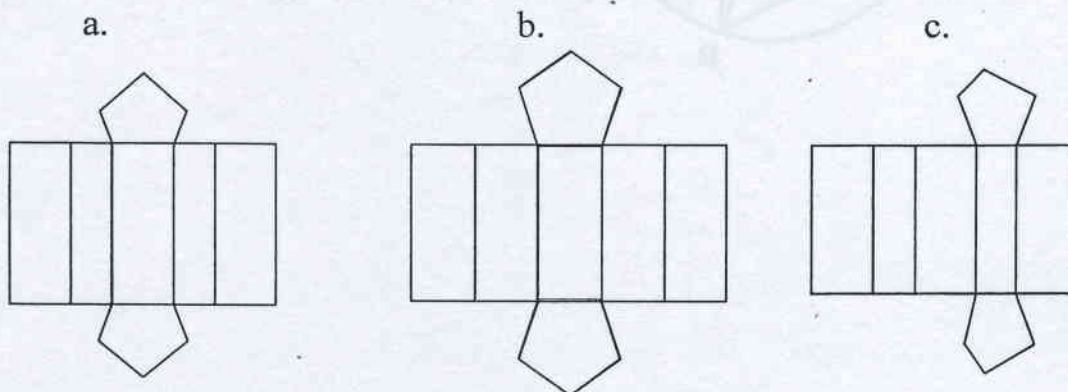
### Activité 1

Parmi les dessins suivants, lequel est un prisme ?

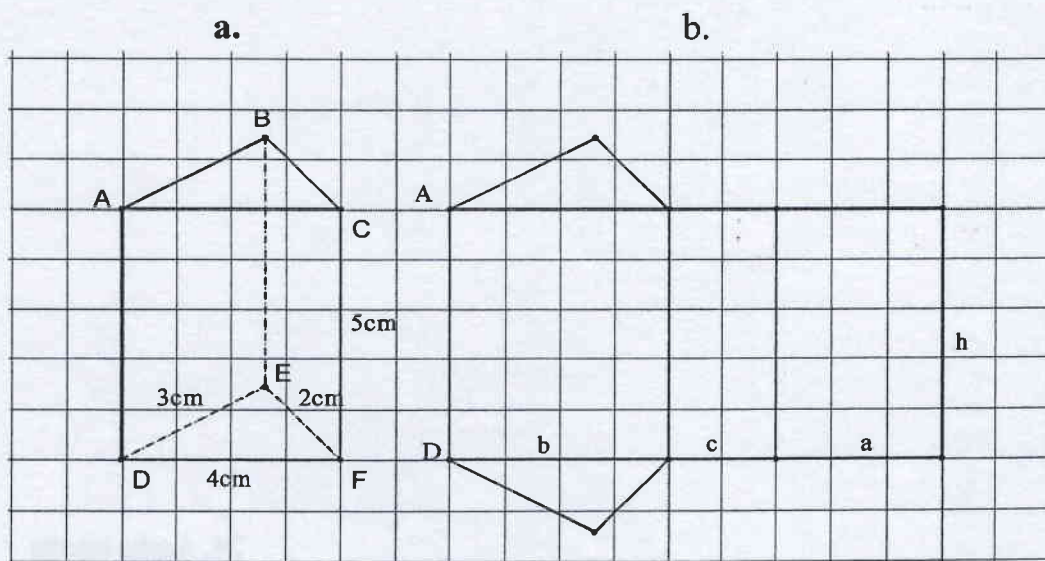


### Activité 2

Parmi les figures suivantes, laquelle est le patron d'une prisme dont la base est un pentagone régulier ?



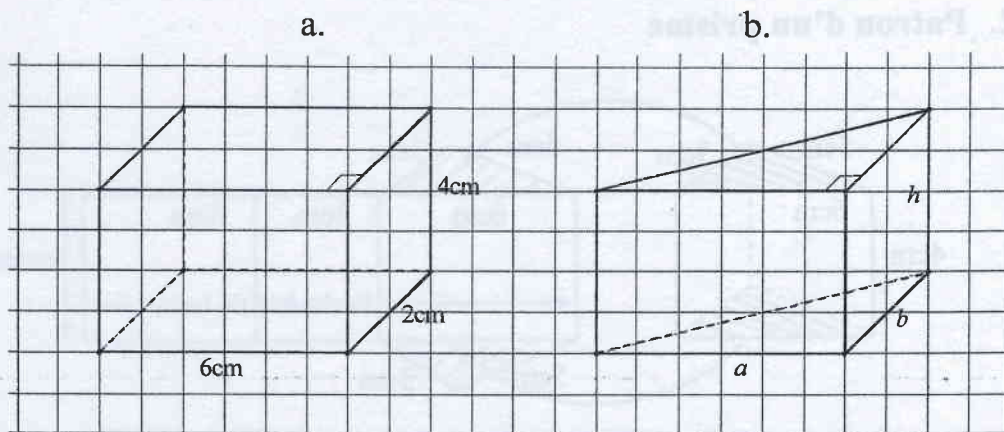
### Activité 3



Considérons un prisme (figure a) et son patron (figure b) ci-dessus.

- Sur son patron, marquer ses sommets correspondant.
  - Sur son patron, préciser les valeurs  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $h$ .
  - Calculer l'aire des faces latérales de ce prisme.
  - Calculer le produit du périmètre base et de la hauteur de cette prisme.
- Que constate-t-on ?

#### Activité 4



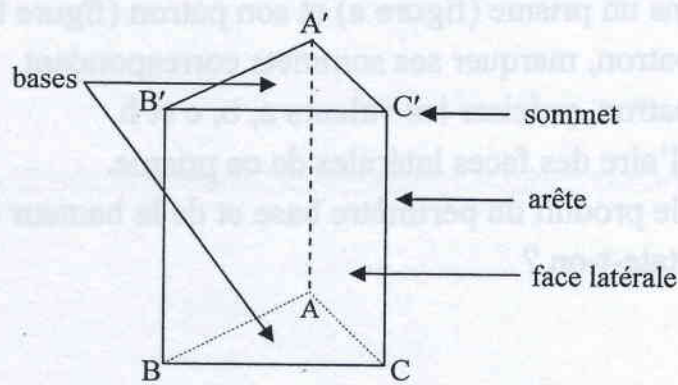
Les figures ci-dessus représentent un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) (figure a) et son moitié (figure b).

- Sur la figure b, préciser les valeurs  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $h$ .
- Calculer le volume du parallélépipède rectangle (la figure a).
- À l'aide du volume de la figure a, en déduire le volume de la figure b.

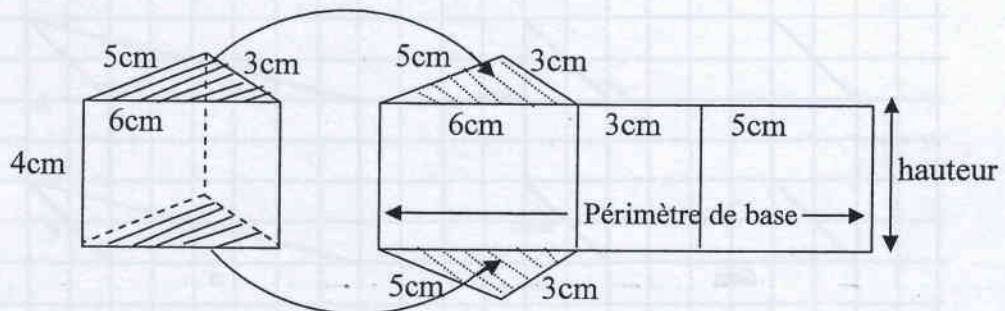
#### Le cours

##### 1. Prisme

- Un prisme droit est un solide dont les deux faces sont parallèles et ont la même forme appelées « *bases* » (triangle, carré, rectangle, trapèze ...). Elles sont superposables :  $ABC$ ,  $A'B'C'$ .
- Les autres faces sont des rectangles. On dit que ce sont des « *faces latérales* » :  $ABB'A'$ ,  $ACC'A'$ ,  $BCC'B'$ .
- L'arête  $[AA']$  est perpendiculaire à la face  $ABC$ . On appelle « *hauteur* » la distance entre les bases c'est-à-dire  $AA'$ ,  $BB'$  ou  $CC'$ .



## 2. Patron d'un prisme



## 3. Aire d'un prisme

### Aire latérale

L'aire latérale  $A_l$  d'un prisme est la somme des aires de ses faces latérales, est égale au produit du périmètre  $p$  de base par la hauteur  $h$  du prisme.

- Aire latérale = (périmètre de base)  $\times$  hauteur

$$A_l = p \times h$$

### Aire totale

L'aire totale  $A_t$  d'un prisme est la somme d'aire latérale et celle de bases.

- Aire totale =  $2 \times$  (aire de base) + (aire latérale)

$$A_t = 2 \times B + A_l$$

## 4. Volume d'un prisme

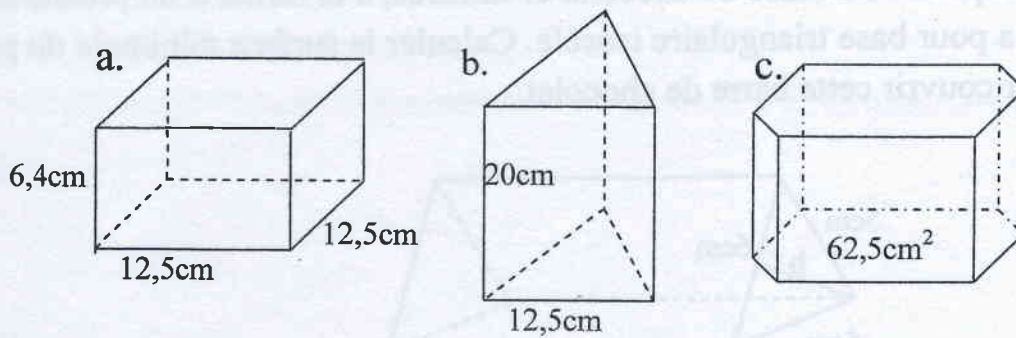
Le volume d'un prisme de base d'aire  $B$  et de hauteur  $h$  a pour volume :

- Volume = aire de base  $\times$  hauteur

$$V = B \times h$$



Exemple 1 : Trois récipients ci-dessous ont la même contenance.



1. Le récipient (a) est un pavé droit. Calculer son volume.
2. Le récipient (b) est un prisme dont la base est un triangle. Calculer son aire de base et la hauteur de base correspondant au côté de longueur 12,5 cm.
3. Le récipient (c) est un prisme dont la base est un hexagone. Calculer son hauteur.

**Solution :**

1. Le volume du récipient (a) :

D'après la formule  $V = a \times a \times h$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} V &= a \times a \times h \\ &= 12,5 \times 12,5 \times 6,4 \\ &= 1000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

2. L'aire de base du récipient (b) : et de la hauteur de base.

D'après la formule  $V = B \times h$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} B &= \frac{V}{h} \\ &= \frac{1000}{20} = 50 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

La hauteur de base du récipient (b).

$$\begin{aligned} \text{On a : } B &= \frac{1}{2} a \times h \\ h &= \frac{2B}{a} = \frac{50 \times 2}{12,5} = 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

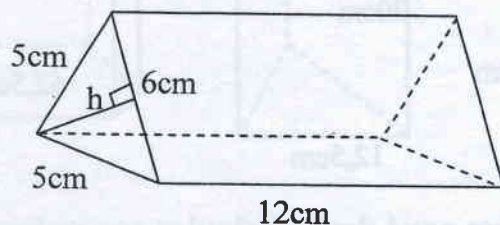
3. La hauteur du récipient (c).

D'après la formule  $V = B \times h$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ h &= \frac{V}{B} = \frac{1000}{62,5} = 16 \text{ cm} \end{aligned}$$

Exemple 2 : La barre de chocolat ci-dessous, a la forme d'un prisme droit qui a pour base triangulaire isocèle. Calculer la surface minimale du papier pour couvrir cette barre de chocolat.



Solution :

- D'après la figure, on a :  $h^2 = 5^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 25 - 9 = 16$

Donc  $h = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$

- L'aire de deux bases :  $B = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4\right) = 24 \text{ cm}^2$

- La surface latérale de cette barre :

$$S_l = (5 \times 12) + (5 \times 12) + (6 \times 12) = 192 \text{ cm}^2$$

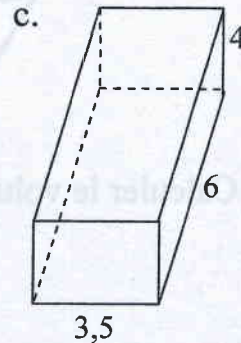
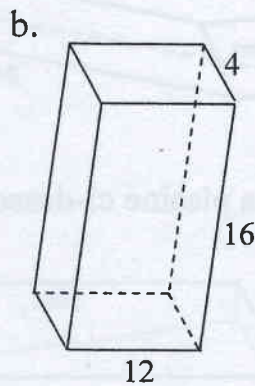
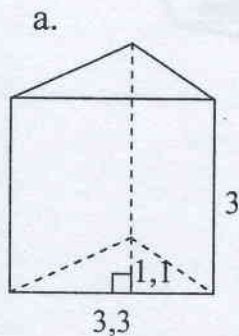
- La surface totale de cette barre :

$$S_t = S_l + 2B = 24 + 192 = 216 \text{ cm}^2$$

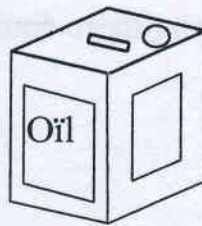
Donc pour couvrir cette barre de chocolat, il faut du papier d'aire  $216 \text{ cm}^2$  au minimum.

## Exercices

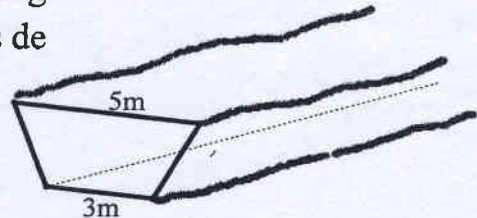
1. Calculer l'aire et le volume de chacun des prismes suivants (les dimensions données sont en cm).



2. Une boîte à l'œil est un prisme à base carré de 30 cm de côté et 55 cm de hauteur. Combien de bouteilles de 0,75 ℓ peut-on remplir ?



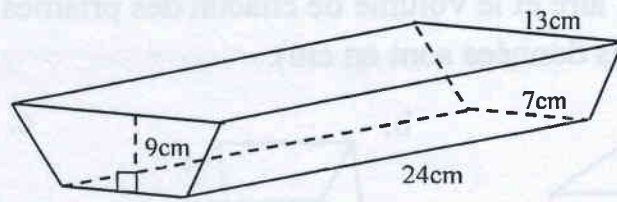
3. Un canal hydraulique mesure 12 km de long.  
Sa section est un trapèze qui a pour bases de 3m et 5m. Le volume intérieur est  $160\ 000\text{ cm}^3$ .  
Quel est la profondeur de ce canal ?



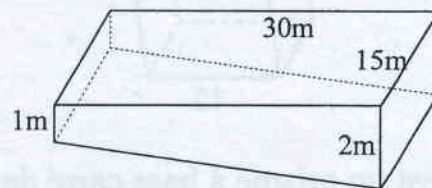
4. Un bassin a la forme d'un prisme à base pentagone régulier qui a pour aire  $6\text{ m}^2$  et de hauteur 1,35 m. Le volume d'eau dans la piscine est  $7,5\text{ m}^3$ .  
Quel est le niveau de l'eau dans cette piscine ?
5. Une piscine a la forme d'un prisme droit qui a pour base rectangulaire de 12m de long et de 10m de large.  
Cette piscine contient  $300\text{ m}^3$  d'eau. Calculer le niveau de l'eau dans cette piscine.



6. Calculer le volume du prisme ci-dessous.



7. Calculer le volume de la piscine ci-dessous.



8. On veut construire un prisme en argile. Combien a-t-on utilisé de l'argile pour fabriquer une base triangulaire équilatérale de 12 cm de côté et de 12 cm de hauteur ?