

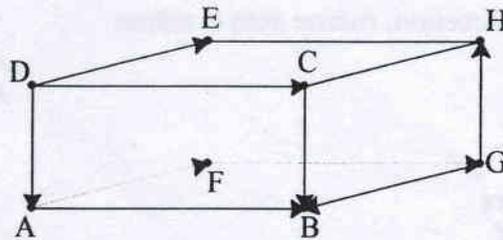
## Chapitre 4 Vecteurs

### Leçon 30 Généralité sur les vecteurs, vecteurs colinéaires, vecteurs égaux, vecteurs opposés

#### Activités

##### Sens et direction

- Étudier l'affirmation suivante :
  - Une voiture parcourt 150km de distance.
  - Un taxi parcourt 150km de distance vers le Sud.
- ABGF.DGHE est un parallélépipède. À l'aide des flèches marquées sur ses côtés, lesquelles sont de même direction, lesquelles sont égales et lesquelles sont opposées ?



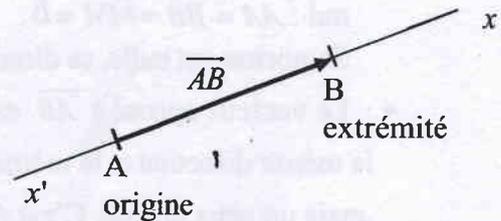
#### Le cours

##### 1. Vecteur

###### Définition :

Un vecteur est un segment de droite orienté.

Le premier point, A, est l'origine, le second, B, est l'extrémité du vecteur AB.



On désigne ce vecteur par la notation  $\vec{AB}$  (lire « vecteur AB »).

On peut utiliser une seule lettre pour désigner un vecteur quelconque d'une famille de vecteurs

égaux :  $\vec{u} = \vec{AB}$ .

- La droite  $(xx')$  est le support de  $\vec{AB}$  ;

- La direction de  $(xx')$  est la direction de  $\vec{AB}$  ;

- Le sens de A vers B est le sens de  $\vec{AB}$  ;

- Une unité de longueur étant choisie, la longueur du segment  $[AB]$  est la longueur de

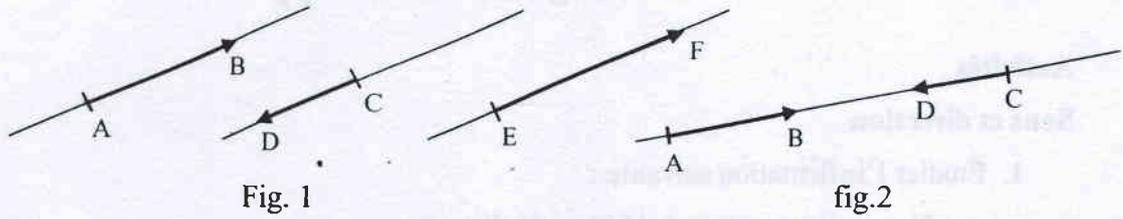
$\vec{AB}$  (on dit

parfois son module, ou son intensité). Cette longueur se note  $\|\vec{AB}\|$ .

## 2. Vecteurs de même direction

Ce sont des vecteurs dont les supports sont des droites parallèles (fig. 1) ou confondues (fig. 2)

Ces vecteurs sont également dits *colinéaires*.



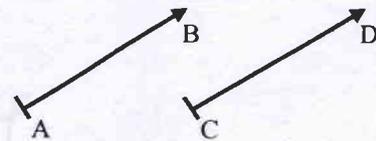
Vecteurs de même direction ou colinéaires

## 3. Égalité de vecteurs

### Définition

On dit que deux vecteurs sont *égaux (équipollents)* lorsqu'ils ont même direction, même sens et même longueur.

On note :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .



## 4. Vecteurs particuliers

- Le vecteur nul  $\vec{0}$  :

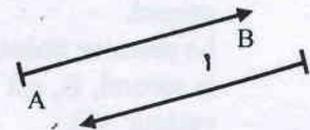
Tout vecteur ayant l'extrémité confondue avec l'origine est le vecteur

nul :  $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}$ .

Sa norme est nulle, sa direction n'est pas définie.

- Le vecteur opposé à  $\overrightarrow{AB}$  est le vecteur ayant la même direction et la même longueur que  $\overrightarrow{AB}$  mais un sens opposé. C'est donc le vecteur  $\overrightarrow{BA}$

On note :  $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

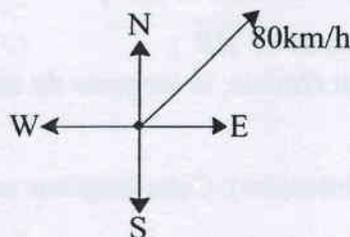


Exemple 1: Construire un vecteur qui représente le trajet d'une voiture qui roule vers le Nord-Est à la vitesse de 80 km/h.

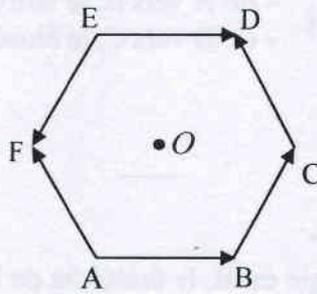
Solution :

À l'aide de l'échelle : 1,5 cm pour 40 km (par exemple).

On obtient la figure ci-dessous.



Exemple 2 : ABCDEF est un hexagone régulier de centre O. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs égaux, tous les vecteurs opposés.



Solution :

D'après la figure, on a :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CD}$$

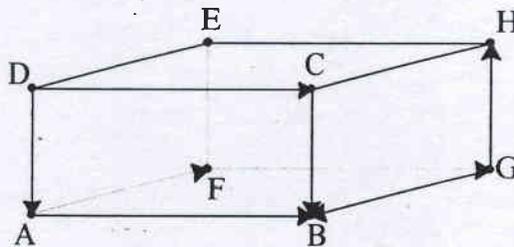
$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{EF}$$

On a donc :

- les vecteurs égaux :  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{ED}$ ,  $\overrightarrow{CD}$  et  $\overrightarrow{AF}$ .

- les vecteurs opposés :  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{EF}$ .

Exemple 3 : ABCDEFGH est un parallélépipède. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs égaux, tous les vecteurs opposés.



Solution:

D'après la figure, on a :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FG}$

$$\overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{AF}$$

$$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{GH}$$

On a donc :

- les vecteurs égaux :  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DC}$  et  $\overrightarrow{FG}$ ;  $\overrightarrow{DA}$  et  $\overrightarrow{CB}$ ,

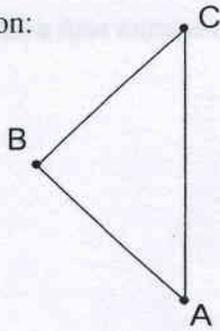
- les vecteurs opposés :  $\overrightarrow{GB}$  et  $\overrightarrow{AF}$

$$\overrightarrow{DA} \text{ et } \overrightarrow{GH}$$

$$\overrightarrow{CB} \text{ et } \overrightarrow{GH}$$

Exemple 4 : Un oiseau parcourt vers le Nord-Ouest 2km de distance, puis vers le Nord-Est 2km. Quelle est la position de cet oiseau et à quelle distance du point de départ est-il situé ?

Solution:



Soit A, le point de départ, l'oiseau parcourt :

- de A vers B, le Nord-Ouest de 2km puis,
- de B vers C, le Nord-est de 2 km.

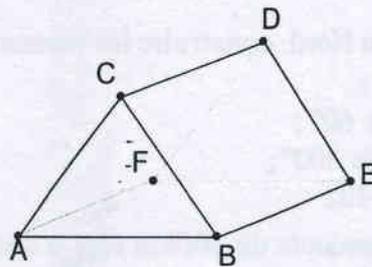
Le triangle ABC est rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \\ AC &= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

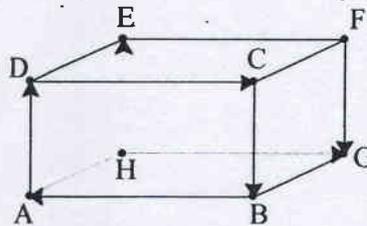
L'oiseau est distant de  $2\sqrt{2}$  km au Nord-Est du point de départ.

## Exercices

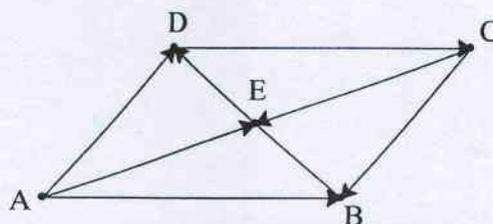
1. Donner trois exemples qui indiquent une quantité scalaire et trois exemples qui indiquent une quantité vectorielle.
2. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
  - a. deux vecteurs contraires ont la même direction.
  - b. deux vecteurs égaux ont la même direction.
  - c. deux vecteurs de même direction sont opposés.
  - d. deux vecteurs de même direction sont égaux.
3. Construire :
  - a. deux vecteurs égaux
  - b. deux vecteurs non égaux de même direction
  - c. deux vecteurs opposés
  - d. deux vecteurs de différentes directions.
4. Sur la figure ci-dessous, marqués les flèches puis citer :
  - a. quatre couples vecteurs de même direction.
  - b. quatre couples vecteurs de même sens et de même direction.
  - c. quatre couples vecteurs opposés.
  - d. quatre couples vecteurs de différentes directions.



5. Sur la figure ci-dessous, ABCDHGFE est un parallélépipède. Des vecteurs sont marqués.
  - a. Citer trois couples vecteurs parallèles.
  - b. Citer trois couples vecteurs égaux.
  - c. Citer trois couples vecteurs opposés.



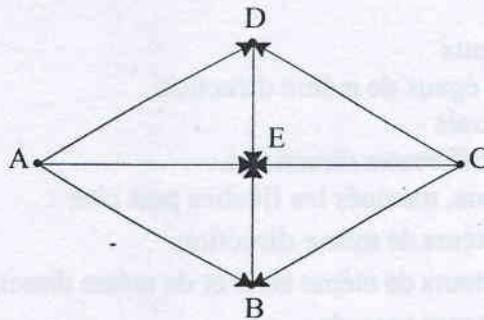
6. Dans la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs égaux à chacun des vecteurs suivants :



- a.  $\overrightarrow{AB}$                       b.  $\overrightarrow{AE}$                       c.  $-\overrightarrow{BC}$   
 d.  $\overrightarrow{BC}$                       e.  $\overrightarrow{ED}$                       f.  $-\overrightarrow{AE}$

7. ABCD est un losange. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs opposés à chacun des vecteurs suivants :

- a.  $\overrightarrow{AB}$                       b.  $\overrightarrow{AD}$   
 c.  $\overrightarrow{AE}$                       d.  $\overrightarrow{BE}$



8. Si la mesure d'un angle est comprise entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ , orienté dans le sens de celui des aiguilles

d'une montre à partir du Nord, construire les vecteurs représentant un parcours de :

- a. 120m vers le Nord ;  
 b. 30m vers le sens de  $60^\circ$  ;  
 c. 80km vers le sens de  $300^\circ$  ;  
 d. 10km vers le Nord-Est.

9.  $\vec{u}$  est le représentant du parcours de 300km vers le sens de  $75^\circ$ . Donner l'information du parcours

représentant par  $-\vec{u}$ .

10. Un homme parcourt 3km vers le Nord-Est puis 3 km vers la direction de  $315^\circ$ . Quelle est la position de cet homme et à quelle distance du point de départ est-il ?