

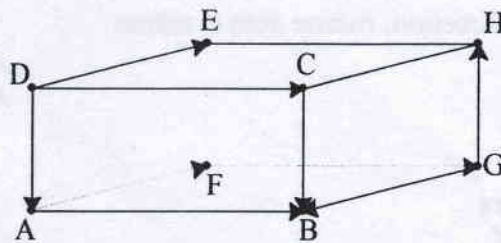
Chapitre 4 Vecteurs

Leçon 30 Généralité sur les vecteurs, vecteurs colinéaires, vecteurs égaux, vecteurs opposés

Activités

Sens et direction

- Étudier l'affirmation suivante :
 - Une voiture parcourt 150km de distance.
 - Un taxi parcourt 150km de distance vers le Sud.
- ABGF.DGHE est un parallélépipède. À l'aide des flèches marquées sur ses côtés, lesquelles sont de même direction, lesquelles sont égales et lesquelles sont opposées ?



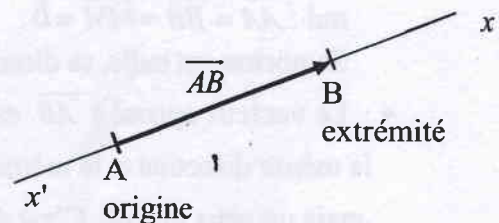
Le cours

1. Vecteur

Définition :

Un vecteur est un segment de droite orienté.

Le premier point, A, est l'origine, le second, B, est l'extrémité du vecteur AB.



On désigne ce vecteur par la notation \vec{AB} (lire « vecteur AB »).

On peut utiliser une seule lettre pour désigner un vecteur quelconque d'une famille de vecteurs

égaux : $\vec{u} = \vec{AB}$.

- La droite (xx') est le support de \vec{AB} ;

- La direction de (xx') est la direction de \vec{AB} ;

- Le sens de A vers B est le sens de \vec{AB} ;

- Une unité de longueur étant choisie, la longueur du segment $[AB]$ est la longueur de

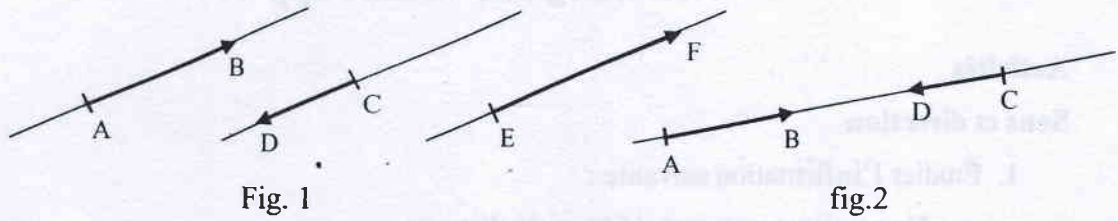
\vec{AB} (on dit

parfois son module, ou son intensité). Cette longueur se note $\|\vec{AB}\|$.

2. Vecteurs de même direction

Ce sont des vecteurs dont les supports sont des droites parallèles (fig. 1) ou confondues (fig. 2)

Ces vecteurs sont également dits *colinéaires*.



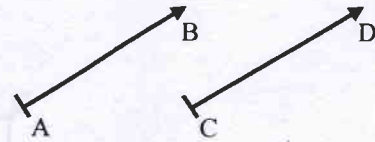
Vecteurs de même direction ou colinéaires

3. Égalité de vecteurs

Définition

On dit que deux vecteurs sont *égaux (équipollents)* lorsqu'ils ont même direction, même sens et même longueur.

On note : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.



4. Vecteurs particuliers

- Le vecteur nul $\vec{0}$:

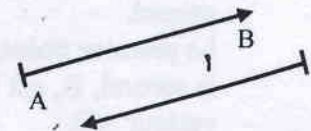
Tout vecteur ayant l'extrémité confondue avec l'origine est le vecteur

nul : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{MM} = \vec{0}$.

Sa norme est nulle, sa direction n'est pas définie.

- Le vecteur opposé à \overrightarrow{AB} est le vecteur ayant la même direction et la même longueur que \overrightarrow{AB} mais un sens opposé. C'est donc le vecteur \overrightarrow{BA}

On note : $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

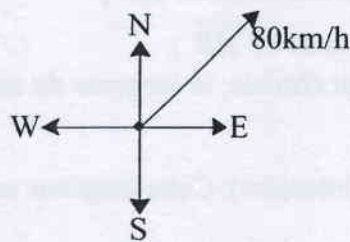


Exemple 1: Construire un vecteur qui représente le trajet d'une voiture qui roule vers le Nord-Est à la vitesse de 80 km/h.

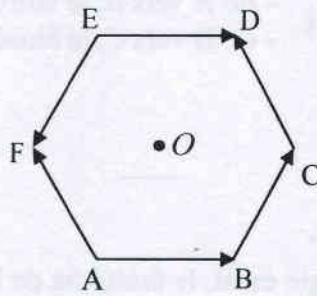
Solution :

À l'aide de l'échelle : 1,5 cm pour 40 km (par exemple).

On obtient la figure ci-dessous.



Exemple 2 : ABCDEF est un hexagone régulier de centre O. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs égaux, tous les vecteurs opposés.



Solution :

D'après la figure, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CD}$$

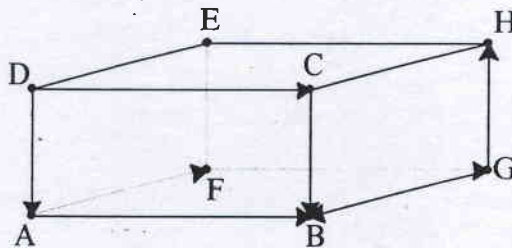
$$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{EF}$$

On a donc :

- les vecteurs égaux : \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{ED} , \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{AF} .

- les vecteurs opposés : \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{EF} .

Exemple 3 : ABCDEFGH est un parallélépipède. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs égaux, tous les vecteurs opposés.



Solution:

D'après la figure, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FG}$

$$\overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{AF}$$

$$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{GH}$$

On a donc :

- les vecteurs égaux : \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{DC} et \overrightarrow{FG} ; \overrightarrow{DA} et \overrightarrow{CB} ,

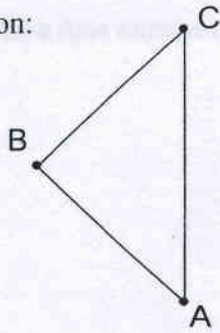
- les vecteurs opposés : \overrightarrow{GB} et \overrightarrow{AF}

$$\overrightarrow{DA} \text{ et } \overrightarrow{GH}$$

$$\overrightarrow{CB} \text{ et } \overrightarrow{GH}$$

Exemple 4 : Un oiseau parcourt vers le Nord-Ouest 2km de distance, puis vers le Nord-Est 2km. Quelle est la position de cet oiseau et à quelle distance du point de départ est-il situé ?

Solution:



Soit A, le point de départ, l'oiseau parcourt :

- de A vers B, le Nord-Ouest de 2km puis,
- de B vers C, le Nord-est de 2 km.

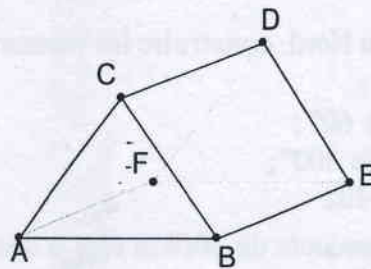
Le triangle ABC est rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \\ AC &= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

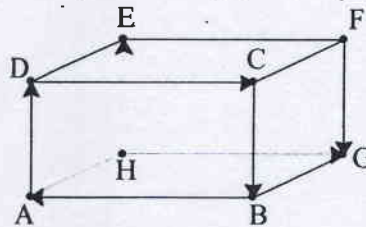
L'oiseau est distant de $2\sqrt{2}$ km au Nord-Est du point de départ.

Exercices

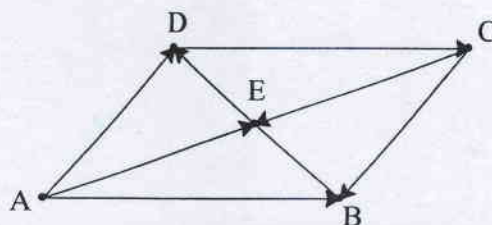
1. Donner trois exemples qui indiquent une quantité scalaire et trois exemples qui indiquent une quantité vectorielle.
2. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
 - a. deux vecteurs contraires ont la même direction.
 - b. deux vecteurs égaux ont la même direction.
 - c. deux vecteurs de même direction sont opposés.
 - d. deux vecteurs de même direction sont égaux.
3. Construire :
 - a. deux vecteurs égaux
 - b. deux vecteurs non égaux de même direction
 - c. deux vecteurs opposés
 - d. deux vecteurs de différentes directions.
4. Sur la figure ci-dessous, marqués les flèches puis citer :
 - a. quatre couples vecteurs de même direction.
 - b. quatre couples vecteurs de même sens et de même direction.
 - c. quatre couples vecteurs opposés.
 - d. quatre couples vecteurs de différentes directions.



5. Sur la figure ci-dessous, ABCDHGFE est un parallélépipède. Des vecteurs sont marqués.
 - a. Citer trois couples vecteurs parallèles.
 - b. Citer trois couples vecteurs égaux.
 - c. Citer trois couples vecteurs opposés.



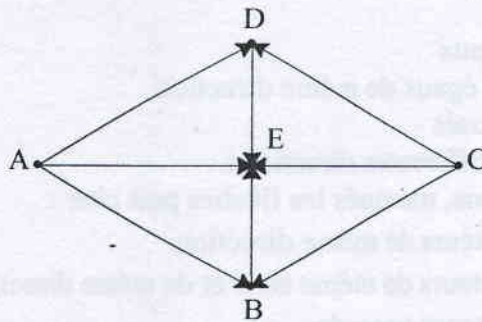
6. Dans la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs égaux à chacun des vecteurs suivants :



- a. \overrightarrow{AB} b. \overrightarrow{AE} c. $-\overrightarrow{BC}$
 d. \overrightarrow{BC} e. \overrightarrow{ED} f. $-\overrightarrow{AE}$

7. ABCD est un losange. Des vecteurs sont marqués. Citer tous les vecteurs opposés à chacun des vecteurs suivants :

- a. \overrightarrow{AB} b. \overrightarrow{AD}
 c. \overrightarrow{AE} d. \overrightarrow{BE}



8. Si la mesure d'un angle est comprise entre 0° et 360° , orienté dans le sens de celui des aiguilles

d'une montre à partir du Nord, construire les vecteurs représentant un parcours de :

- a. 120m vers le Nord ;
 b. 30m vers le sens de 60° ;
 c. 80km vers le sens de 300° ;
 d. 10km vers le Nord-Est.

9. \vec{u} est le représentant du parcours de 300km vers le sens de 75° . Donner l'information du parcours

représentant par $-\vec{u}$.

10. Un homme parcourt 3km vers le Nord-Est puis 3 km vers la direction de 315° . Quelle est la position de cet homme et à quelle distance du point de départ est-il ?