CELLULE BILINGUE

PHYSIQUE

Niveau : L3

Année scolaire 2017-2018

Traducteur : Dr. Bounseng BOUNTHONG

Mobile : 02029822860
Email : bounsengbo@gmail.com

Table des matières

Chapitre I : Mouvement de rotation d'un solide

Leçon 1 : Mouvement de rotation

1. **Rotation et vitesse angulaire**

La rotation (ou mouvement de rotation) est l'un des deux mouvements simples fondamentaux des solides, avec le mouvement rectiligne. En génie mécanique, il correspond au mouvement d'une pièce en liaison pivot par rapport à une autre.

La notion de mouvement circulaire est une notion de cinématique du point : on décrit la position d'un point dans le plan. La rotation est une notion de cinématique du solide : on décrit l'orientation d'un solide dans l'espace.

L'étude du mouvement de rotation est la base de la méthode du centre instantané de rotation

Définition : Un solide est en rotation si la trajectoire de tous ses points sont des cercles dont le centre est une même droite ; cette droite est appelée « axe de rotation » , et habituellement notée Δ.

En cinématique dans le plan, les trajectoires des points sont des cercles concentriques, le centre commun de ces cercles est appelé « centre de rotation » et habituellement noté O.

La rotation est donc un mouvement bien distinct de la translation circulaire, mouvement dans lequel les trajectoires des points sont également des cercles, mais de même rayons et de centre différents.

Exemple : La rotation autour un axe (oy) d'une tige voir la figure 1.1. On constate que les points P et Q ont la même période. Si le mouvement est uniforme, on désigne par T et ω respectivement la période et la vitesse angulaire d'une rotation autour un axe fixe et O un point fixe sur l'axe de rotation. L'angle de rotation a une certaine valeur mais c'est difficile de préciser ces valeurs, parce que les points P et Q ont le rayon différentes.

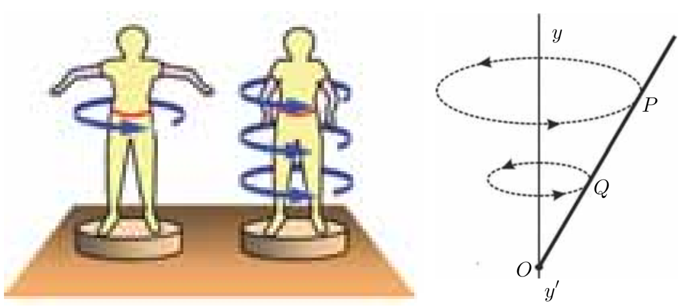


FIGURE 1.1 – Rotation autour un axe

Considérons la rotation indiquée sur la figure 1.2. Les résultats de rotation autour l'axe z à 90° puis autour l'axe x à 90°, les résultats sont différents par rapport à la rotation autour l'axe x puis z. Signifie que la rotation deux fois ne respacte pas la règle de la somme des deux vecteurs. C'est-à-dire l'ordre est important dans la rotation.

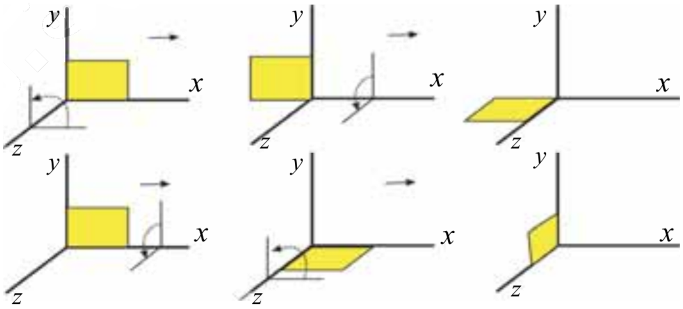


FIGURE 1.2 – Rotation autour l'axe z et x ; rotation autour l'axe x et z

La rotation en trois dimension est compliquer. Donc, on se limite au cas d'une rotation autour un axe fixe, par exemple une rotation d'un disque autour l'axe fixe y voir le figure 1.3.

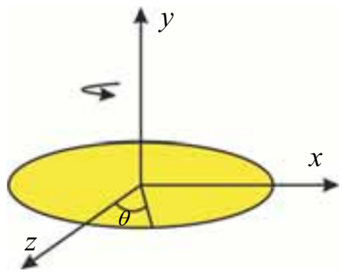


FIGURE 1.3 – Rotation d'un disque autour un axe fixe

Lorsqu'on pose un solide sur le plan zx et tourne autour l'axe y. Soient θ un angle de rotation et t la durée. La vitesse angulaire moyenne de mouvement est le rapport entre la variation des angles de rotation par la durée et calculée par :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1.1}$$

La vitesse angulaire instantanée est

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{1.2}$$

ω exprime en radian par seconde (rad/s), θ en radian (rad) et t en seconde (s).

2. Accélération angulaire

Accélération angulaire est le rapport entre la variation de la vitesse angulaire et la durée :

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{1.3}$$

L'accélération angulaire instantatnée est :

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \tag{1.4}$$

ε exprime en radian par seconde carré (rad/s^2)

3. Équation horaire d'un mouvement de rotation

Si un objet tourne autour un axe fixe, à l'instant initial $t_0 = 0$, sa vitesse angulair est ω_0 ; à l'instant t, sa vitesse angulaire est ω, l'équation horaire du mouvement de rotation est calculée par :

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} \tag{1.5}$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \tag{1.6}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\varepsilon t^2 + \omega_0 t = \frac{(\omega + \omega_0)t}{2} \tag{1.7}$$

À l'aide de l'équation (1.5) et (1.7) on a :

$$\theta = \frac{(\omega + \omega_0)}{2}\frac{(\omega - \omega_0)}{\varepsilon}$$

$$\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon} \Leftrightarrow \omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\theta \tag{1.8}$$

Les équations horaires du mouvement de rotation autour un axe fixe est resemble au mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV).

Équation du MRUV	Équation du mouvement de rotation
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
$s = \frac{(v+v_0)t}{2}$	$\theta = \frac{(\omega+\omega_0)t}{2}$
$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$	$\theta = \frac{1}{2}\varepsilon t^2 + \omega_0 t$
$v^2 - v_0^2 = 2as$	$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\theta$

4. Tortion

Dans un mouvement rectiligne, lorsqu'un corps subit à une force extérieure, le corps déplacera accélérer dans le même sens que la force. Dans un mouvement de rotation, lorsqu'un corps subit à une force, le corps se déplacera à une accélération angulaire.

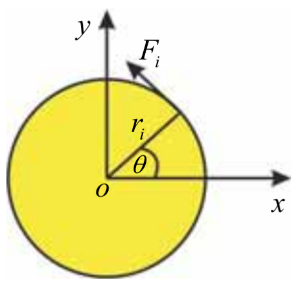


FIGURE 1.4 – Rotation d'un disque

Considérons les petits morceaux du disque voir la figure 1.4. Soient F_i la force subit sur le disque, Δm_i la masse et r_i le rayon (la distance entre le point appliqué et l'axe de rotation).

Le mouvement de la masse Δm_i avec une accélération tangentille a_i qui est perpendiculaire au rayon, selon la deuxième loi de Newton on a : $F_i = \Delta m_i a_i$. La torsion (ou le moment d'une force) subit par Δm_i dans le mouvement de rotation autour l'axe y est calculé par :

$$\vec{\tau}_i = \vec{r}_i \wedge \vec{F}_i \tag{1.9}$$

Le module de ce vecteur est

$$\tau_i = r_i F_i \sin\theta$$

où θ est l'angle former par les vecteur $\vec{r}_i$ et $\vec{F}_i$; si $\theta = 90°$ alors

$$\tau_i = r_i F_i$$

Dans un mouvement de rotation de masse Δm_i, la relation entre l'accélération tangentielle et l'accélération angulaire est : $a_i = \varepsilon_i r_i$, l'expression ci-dessus devient :

$$\tau_i = r_i(\Delta m_i \varepsilon_i r_i) = (\Delta m_i r_i^2)\varepsilon_i \tag{1.10}$$

Si on compte tous des morceaux de masse, on a

$$\tau = \sum_i \tau_i = \sum_i (\Delta m_i r_i^2)\varepsilon_i \tag{1.11}$$

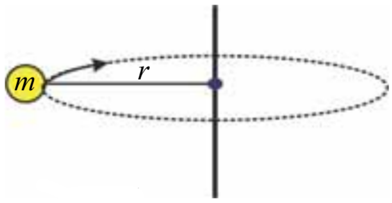
Supposons que l'accélération angulaire ε est constante. Donc, la quantitée $\sum_i(\Delta m_i r_i^2)$ est appelée **moment d'inertie** d'un corps et on se note par I. La torsion peut obtenue par une force subit sur un point quelconque du corps. Tenir compte la force subit sur le corps peut disperser à tout point du corps. Donc, l'équation peut reécrire par :

$$\tau = I\varepsilon \tag{1.12}$$

τ et ε ont le même sens.

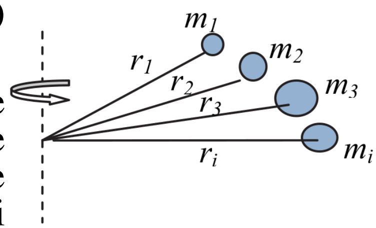
5. Moment d'inertie

Le moment d'inertie mesure l'inertie de rotation, c'est-à-dire la tendance d'un objet à s'opposer à un changement de vitesse angulaire. Si le moment d'inertie est important alors la force subit sur le corps est aussi importante.



Le moment d'inertie I d'un solide est défini par la relation

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \tag{1.13}$$



où m_i est la masse de chaque particule qui constitue cet objet, et r_i est la distance de cette particule à l'axe de rotation. Plus précisément, r_i est la distance entre l'objet de masse m_i et le point de l'axe de rotation qui lui est le plus proche, de sorte que le vecteur r_i est donc perpendiculaire à l'axe de rotation.

Dans le cas où le solide a une forme plus grande, le moment d'inertie peut calculer par la méthode d'intégration :

$$I = \int r^2 dm \tag{1.14}$$

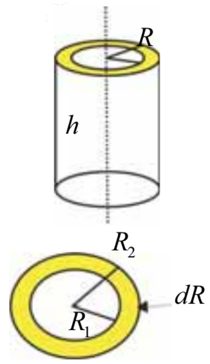
Dans le cas d'une seule particule, la formule se réduit à

$$I = mr^2 \tag{1.15}$$

Exemple 1 : Soit un cylindre creux de rayon R_1 et R_2, de masse m et de hauteur h voir la figure ci-contre. Déterminer le moment d'inertie de ce cylindre.

Solution : La définition du moment d'inertie est :

$$I = \int R^2 dm$$



L'élément de masse dm a la distance R par rapport à l'axe de rotation.

$$\begin{aligned} dm &= \rho dV; \;\; dV = 2\pi R h dR \\ \Rightarrow dm &= \rho 2\pi R h dR \end{aligned}$$

La masse totale m du cylindre creux est :

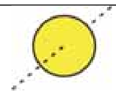
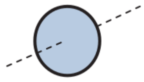
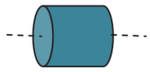
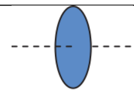
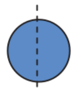
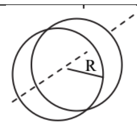
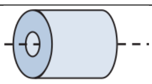
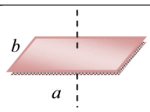
$$m = \pi \rho h (R_2^2 - R_1^2)$$

Le moment d'inertie

$$\begin{aligned} I &= \int_{R_1}^{R_2} R^2 dm \\ &= 2\pi\rho h \int_{R_1}^{R_2} R^3 dR \\ &= \frac{1}{2}\rho\pi h (R_2^4 - R_1^4) \\ &= \frac{1}{2}\rho\pi h (R_2^2 - R_1^2)(R_2^2 + R_1^2) \\ I &= \frac{1}{2} m (R_2^2 + R_1^2) \end{aligned}$$

On constate que le moment d'inertie du cylindre creux ne dépend pas de la hauteur mais dépend de la masse et la distance par rapport à l'axe de rotation.

Moment d'inertie des objets divers

Objets	Emplacement de l'axe de rotation	Figure	Moment d'inertie de centre de masse
Sphère pleine de rayon R	Au centre		$I=\frac{2}{5}mR^2$
Sphérique creuse (Coquille) de rayon R	Au centre		$I=\frac{2}{3}mR^2$
Cylindre plein de rayon R	Au centre du cylindre		$I=\frac{1}{2}mR^2$
Disque plein de rayon R	Au centre		$I=\frac{1}{2}mR^2$
Disque plein de rayon R	Au diamètre		$I=\frac{1}{4}mR^2$
Tige mine de longueur L	Au centre, perpendiculaire à la tige		$I=\frac{1}{12}mL^2$
Anneau (ou cylindre creux) de rayon R	Au centre		$I=mR^2$
Cylindre semi-plein petit rayon r et grand rayon R	Au centre		$I=\frac{1}{2}m(R^2+r^2)$
Mince plaque en forme rectangle (longueur a, largeur b)	Au centre		$I=\frac{1}{12}m(a^2+b^2)$

Le théorème des axes parallèles stipule que le moment d'inertie I d'un objet de masse m par rapport à un axe de rotation parallèle et séparé d'une distance L d'un axe passant par le centre de masse de cet objet est donné par :

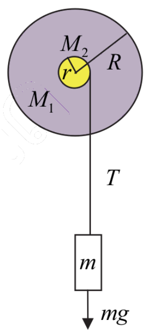
$$I = I_{cm} + mL^2 \tag{1.16}$$

Exemple 2 : Un système de roue et d'arbre dont la roue se compose une masse de M_1 et de rayon R, cette roue est attachée à l'arbre de masse M_2 et de rayon r. Si on accroche une masse m à une extrémitée d'une corde et l'autre côté du corde est enroulé avec l'arble (voir la figure ci-contre). Quelle est l'accélération angulaire du système ?

Solution

Le moment d'inertie de la roue et de l'arbre est

$$I = \frac{1}{2}M_1R^2 + \frac{1}{2}M_2r^2$$



Soit T la tension du fil, l'équation du mouvement de masse m et l'équation du système s'écrit :

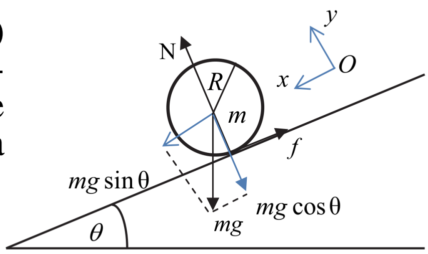
$$\begin{cases} mg - T = ma & (1) \\ \tau = Tr = I\varepsilon & (2) \end{cases}$$

À l'aide de l'équation (1), on a $T = mg - ma$ puis remplace T dans l'équation (2) et en utilisant la relation $a = \varepsilon r$, on obtient :

$$(mg - mr\varepsilon)r = I\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{mgr}{I + mr^2}$$

Exemple 3 : Un cylindre mince de masse m et de rayon R roule sur un plan incliné, θ est l'angle inclination avec le plan horizontal. Déterminer l'accélération du centre du cylindre.

Solution : Le moment d'inertie du cylindre est calculé par : $I = mR^2$
En projetant le poids du cylindre sur l'axe (ox) et (oy) et en appliquant les relations trigonométriques dans le triangle rectangle voir la figure ce-contre, selon l'axe (ox) et en appliquant la deuxième loi de Newton, on a :



$$\begin{cases} mg\sin\theta - f = ma \\ \tau = fR = I\varepsilon \end{cases}$$

Comme $f = \frac{I\varepsilon}{R}$ et $\varepsilon = \frac{a}{R}$, on obtient :

$$mg\sin\theta - \frac{Ia}{R^2} = ma \Leftrightarrow mg\sin\theta = (m + \frac{I}{R^2})a$$

Or $I = mR^2$, et finalement l'accélération du centre du cylindre est :

$$a = \frac{1}{2}g\sin\theta$$

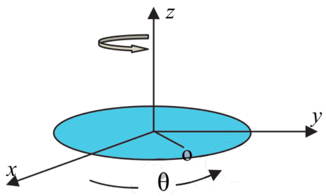
Exercices

1. Une roue roule du repos, après 20 s sa vitesse angulaire est de 100 rad/s. Déterminer l'accélération angulaire et l'angle total du mouvement.
2. Une roue de rayon 25 cm, roule sur une route rectiligne sans frottement avec une vitesse angulaire de 2.25 rad/s, lorsqu'on exerce une force constante de 90 N dans la direction de la tangente qui est perpendiculaire au rayon. Déterminer le moment d'inertie de la roue.
3. Déterminer un moment (ou une torsion) d'un cercle de masse 8 kg et de rayon 25 cm, tourne autour son centre à une accélération angulaire de 3 $\mathrm{rad/s^2}$.
4. Une roue de masse 5 kg et de rayon 20 cm, roule à une vitesse de 210 tours par minutes. Lorque la torsion de 1.1 Nm qui produit par la force de frottement. Quand la roue sera-t-elle arrêter ?
5. Une voiture roule sur une route rectiligne, on constate que l'accélération angulaire de la voiture est de 2 $\mathrm{rad/s^2}$, si le diamètre de la roue est de 50 cm. Déterminer la distance parcourue de la voiture pendant 20 s du repos.
6. Un disque de rayon 20 cm et de masse 100 kg tourne autour son centre. Si sa vitesse angulaire varie de 4 rad/s à 14 rad/s pendant 20 s. Déterminer une force appliquée sur le disque.
7. Une poulie de moment d'inertie 2 $\mathrm{Nm^2}$ est appliquée par une torsion de 0.5 Nm. Initialement, elle est au repos, après 10 s, qelle sera la vitesse angulaire de la poulie ?

Leçon 2 : Énergie et travail d'un mouvement de rotation

1. **L'énergie cinétique d'un mouvement de rotation**

Le mouvement de rotation d'un disque plein autour son centre, tous des points du disque tournent autour l'axe central à la même vitesse angulaires mais de vitesse tangentielles différentes parce que cette dernières dépendent ses rayons. Lorsqu'un objet de masse m se déplace à une vitesse v, son énergie cinétique est E_c.



Dans un mouvement de rotation, on considère les particules qui constituent de l'objet, chaque particule a une vitesse tangentielle différente. L'énergie cinétique totale est la somme d'énergie de chaque masse m_1, m_2, $\cdots$, m_n qui tournent autour l'axe central de vitesse angulaire ω.

$$E_c = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i v_i^2 \tag{2.1}$$

où E_c énergie cinétique totale de mouvement de rotation, v_i la vitesse tangentielle de particule de masse m_i. La relation de vitesse tangentielle et vitesse angulaire est $v_i = \omega r_i$, r_i est la distance entre la particule m_i et l'axe central, donc, on peut reécrire l'expression précédente par

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i(\omega r_i)^2 \\ &= \frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2)\omega^2 \end{aligned}$$

posons $I = \sum\limits_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ le moment d'inertie de mouvement de rotation. Donc, l'énergie cinétique d'un mouvement de rotation est

$$E_c = \frac{1}{2} I\omega^2 \tag{2.2}$$

On constate que l'énergie cinétique de rotation est ressemble à l'énergie cinétique de translation. Mais le mouvement de rotation sans glisser se compose deux mouvement : le mouvement de rotation et le mouvement de translation par exemple les roues d'une voiture roulent sans glisser.

Dans un mouvement de rotation sans glisser, l'énergie cinétique totale est la somme des énergies cinétiques de translations et des énergies cinétiques de rotations autour un axe fixe.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \tag{2.3}$$

Exemple 1 : Un système de carrousel a un moment d'inertie 900 kgm^2. Si fait tourner ce carrousel à une vitesse de 12 tours par minute. Quelle est l'énergie cinétique de ce carrousel ?

Solution : Les données $I = 900$ kgm^2, $f = 12$ tr/mn, $E_c = ?$
En utilisant la relation $E_c = \frac{1}{2}I\omega^2$ où

$$\omega = 2\pi f, \quad f = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} \text{ Hz}$$
$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{5} \text{ rad/s}$$

Donc

$$E_c = \frac{1}{2}(900)(\frac{2\pi}{5})^2$$
$$= 710 \text{ J}$$

Exemple 2 : Un cylindre mince roule sans glisser dans un plan incliné d'une hauteur de 100 m. Quelle est la vitesse du centre du cylindre lorsqu'il arrive au pied du plan ?

Solution : Les données $h = 100$ m, calculer $v = ?$
En utilisant le principe de conservation d'énergie mécanique

$$E_2 = E_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$$
$$I = mr^2, \quad \omega = \frac{v}{r}$$
$$mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{gh}$$
$$= \sqrt{10(100)}$$
$$\approx 31.6 \text{ m/s}$$

2. Moment cinétique d'une rotation

Par définition une force de torsion s'écrit :

$$\vec{\tau} = I\vec{\varepsilon}, \quad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$
$$= I\frac{d\vec{\omega}}{dt}$$
$$= \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}$$

Posons $\vec{L} = I\vec{\omega}$. Le vecteur $\vec{L}$ est appelé **le moment cinétique (ou le moment angulaire)**.

On peut exprimer la force de torsion en fonction du moment cinétique :

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \tag{2.4}$$

Le sens de la force de torsion peut varier et nécessairement pas le même sens que l'axe de rotation, mais le sens de variation du moment angulaire est toujours le même sens que la force de rotation.

La figure ci-après est un mouvement de précession par exemple un mouvement d'une toupie. L'équation (2.4) nous montre qu'en absence de force extérieure, *le moment cinétique du système par rapport à un point est constant au cours du temps.* La conservation du moment cinétique d'une patineuse qui lui permet d'augmenter sa vitesse de rotation en rapprochant les bras de son corps. Ce principe marche aussi pour un plongeur quand il saute vers l'eau.

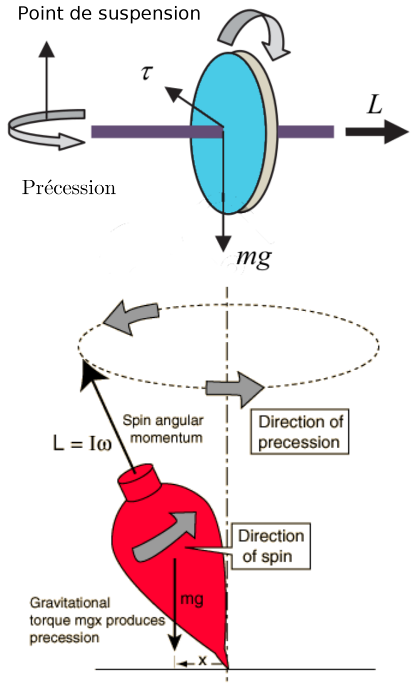


FIGURE 2.1 – Mouvement de précession

Exemple 3 : Un homme porte chaque main une haltère et debout sur un plan qui peut tourner sans frottement autour un axe perpendiculaire au plan. Lorsqu'il s'éloigne ses bras son moment d'inertie est 2.25 kg.m^2, la vitesse angulaire initiale est 5 rad/s. Lorsqu'il rapproche ses bras son moment d'inertie est 1.8 kg.m^2. Calculer la vitesse angulaire de rotation quand il rapproche ses bras.

Solution : En appliquant le principe de conservation de moment cinétique

$$\begin{aligned} L_i = L_f \Leftrightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \omega_2 &= \frac{I_1\omega_1}{I_2} \\ &= \frac{2.25(5)}{1.8} \\ &= 6.25 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

3. Travail d'une rotation

Lorsqu'une force constante F est appliquée sur un corps et le corps parcourt à une distance ds. Le travail de force F est $dW = Fds$ et la puissance de cette force est : $P = \frac{dW}{dt}$.

De manière analogue, dans un mouvement de rotation, le travail de force de torsion est $dW = \vec{\tau} \wedge d\vec{\theta}$ et la puissance est calculée par

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{\tau} \wedge d\vec{\theta}}{dt} = \vec{\tau} \wedge \vec{\omega} \tag{2.5}$$

Dans un mouvement de rotation qui ne change pas du sens de l'axe de rotation, le travail total est calculé par

$$W = \tau\theta \tag{2.6}$$

Dans le cas où la force de torsion est constante et le sens de l'axe de rotation est fixé, on a la relation :

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\varepsilon\theta$$

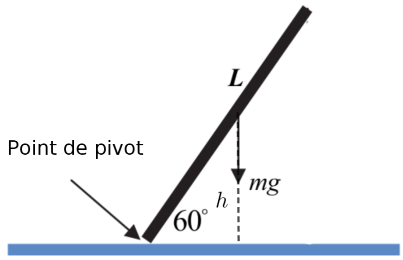
Si on multiplie par I membre à membre, on écrit :

$$I\omega^2 = I\omega_0^2 + 2I\varepsilon\theta, \qquad \tau = I\varepsilon$$

$$\Rightarrow W = \tau\theta = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 \tag{2.7}$$

Cette dernière équation nous montre que le travail d'une force de torsion est égale à la variation de l'énergie cinétique de rotation.

Exemple 4 : Une tige homogène de masse m et de longueur L, est fixée à une de ses extrémités par une charnière ; elle tombe en pivotant sous l'effet de son propre poids (schéma ci-contre) si elle fait un angle 60°. Déterminer la vitesse et l'accélération tangentielle lorsqu'elle arrive au sol.



Solution : Le travail du poids réagit sur la tige, en appliquant le principe de conservation d'énergie mécanique :

$$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2, \quad h = \frac{1}{2}L\sin 60°$$

$$\frac{1}{2}mgL\sin 60° = \frac{1}{2}I\omega^2$$

où I est le moment d'inertie du point de pivotant selon le théorème de l'axe parallèle on a :

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{12}mL^2 + m(\frac{L}{2})^2 \\ &= \frac{1}{3}mL^2 \end{aligned}$$

on remplace I dans l'expression précédente

$$\frac{1}{2}mgL\sin 60° = \frac{1}{6}mL^2\omega^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}mgL = \frac{1}{6}mL^2\omega^2, \quad \omega = \frac{v}{L}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}mgL = \frac{1}{6}mL^2(\frac{v}{L})^2$$

$$\Rightarrow v = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}gL\right)^{\frac{1}{2}}$$

L'accélération tangentielle quand la tige arrive au sol, en utilisant la relation

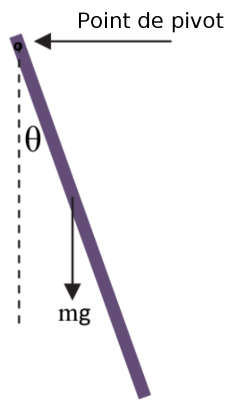
$$\tau = I\varepsilon$$

$$mg\frac{L}{2} = \frac{1}{3}mL^2\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{3}{2L}g, \quad \varepsilon = \frac{a}{L}$$

$$\frac{a}{L} = \frac{3g}{2L} \Rightarrow a = \frac{3}{2}g$$

4. Oscillation simple d'un corps

Une oscillation d'un corps autour un point de pivot par exemple : l'oscillation d'une tige de masse m et de longueur l autour un point de pivot (schéma ci-contre), cette oscillation est appelée « pendule physique ».



Pour calculer la période, considérons la tige quand il fait un angle θ très petit par rapport à la position d'équilibre. Une force de torsion est crée due à son propre poids

$$\tau = I\varepsilon$$

$$-mg\frac{L}{2}\sin\theta = I\varepsilon \tag{2.8}$$

Comme $I = \frac{1}{3}mL^2$ et θ est très petit $\sin\theta \approx \theta$, on a

$$\varepsilon = -\frac{3g}{2L}\theta \tag{2.9}$$

Si la tige ou le pendule physique oscille autour la position d'équilibre sous forme une oscillation harmonique simple, ce type de mouvement sera étudier dans le prochain chapitre. Donc, la vitesse angulaire de l'oscillation est :

$$\omega^2 = \frac{3g}{2L}$$

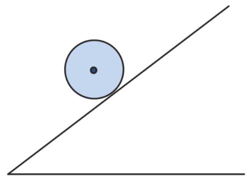
et la période de l'oscillation est

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} \tag{2.10}$$

Exercices

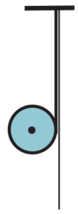
1. Un objet de forme d'un disque de rayon 0.5 m, de masse 5 kg est en mouvement rectiligne à une vitesse de 3 m/s. Calculer l'énergie cinétique de l'objet
   a) si il se déplace sur le plan horizontal sans frottement
   b) si il roule autour son centre de masse

2. Un disque de métal initialement au repos, roule sur un plan incliné, quand il descend à la position où son centre de masse est plus base qu'à la position initiale 1 m voir le schéma ci-contre. Calculer la vitesse du disque

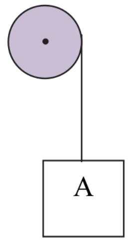


   a) si il glisse sans frottement, prend $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$;
   b) si il roule sans glisser autour son centre de masse

3. Un cylindre plein enroulé par un fil, une des extrémités du fil est attachée au plafond, laisse decendre ce cylindre verticalement, il se roule, quand son centre de masse parcourt à une distance de 2 m (schéma ci-contre). Calculer la vitesse du cylindre et si on prend $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$



4. Un objet A de masse de 5 kg est attaché à un fil inextensible de masse négligeable, une des extrémités de fil est enroulée sur une poulie de masse 1 kg et de rayon 0.2 m, le centre de la poulie est fixé voir le schéma ci-après. Quand l'objet descend à une distance de 2 m, quelle est la vitesse de l'objet ? si on prend $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$



5. Un disque de masse 20 kg roule sur une route rectiligne à une vitesse de 4 m/s. Calculer l'énergie cinétique totale du disque. Si son moment d'inertie est $I = \frac{1}{2}mr^2$.
6. Un cylindre de masse 20 kg et de rayon 0.5 m tourne autour son axe central à une vitesse angulaire de 10 rad/s, si son moment d'inertie est mr^2. Calculer l'énergie cinétique du cylindre.
7. Un disque de masse m et de rayon r, si ce disque roule sur un plan horizontal sans glisser et si l'axe central du disque est parallèle au plan. Combien de fois l'énergie cinétique de rotation sera-t-elle plus grande que l'énergie cinétique de translation ?
8. Un objet de masse 0.2 kg est attaché à un fil de longueur de 2 m. Lorsqu'on tient une autre extrémité du fil puis pivoter (fait tourner), l'objet se déplace avec une trajectoire circulaire sur la plan horizontal à une vitesse constante de 10 m/s. Calculer le moment cinétique de cet objet.