

Combien de copies
le photocopieur peut-il
imprimer en 1 minute ?

Je sais qu'il imprime 225 copies
en 5 minutes.

Moi, je sais qu'il imprime
90 copies en 2 minutes.

J'observe

Le photocopieur imprime 90 copies en 2 minutes.

Le nombre de copies imprimées et la durée de l'impression sont deux **grandeurs proportionnelles**.



$90 \div 2 = 45$
Il imprime donc 45 copies en 1 minute.



Le photocopieur
imprime à un taux de
45 copies par minute.

Un **taux** est un rapport entre deux quantités.
Il s'exprime comme une quantité **par unité** d'une autre quantité.
Ici, il s'agit du nombre de copies pour 1 minute.



Une distance ou une quantité rapportée
à une unité de temps est appelée
« **vitesse** ». Ici, on peut parler de la
vitesse d'impression de la photocopieuse.

- 1 Une machine remplit 80 bouteilles toutes les 4 minutes.
Combien de bouteilles remplit-elle en 1 minute ?

Durée (en minutes)	Nombre de bouteilles remplies
4	80
1	

$\div 4$

La machine remplit bouteilles en 1 minute.

1 Trouve les taux correspondant à chaque situation.

a) Une voiture parcourt 250 km en 5 heures.

Elle roule à km par heure.

b) 81 l d'eau coulent dans un réservoir en 3 heures.

l d'eau coulent dans le réservoir par heure.

c) Liam a pris 4 kg en 8 mois.

Il a pris kg par mois.

d) Une compagnie de téléphonie facture 72 centimes pour un appel de 4 minutes.

Cet appel coûte centimes par minute.

e) Une voiture parcourt 45 km avec 3 l de carburant.

Elle parcourt km par litre de carburant.

f) Une machine scanne 96 pages en 6 secondes.

Elle scanne pages par seconde.

Tu peux présenter les données dans un tableau pour résoudre les problèmes.

Litres	81	?
Heures	3	1



2 Grégoire gagne 25 euros de l'heure.

Combien sera-t-il payé s'il travaille 8 heures ?

Durée (en heures)	1	8
Prix (en euros)	25	

Si on connaît un taux, on peut l'utiliser pour calculer une donnée manquante.



3 Une roue tourne sur elle-même 30 fois par minute.

Combien de tours fera-t-elle en 1 heure ?

1 heure = minutes



4 De l'eau coule d'un réservoir à un débit de 20 l par minute. À ce débit, combien de temps mettront 100 l pour s'écouler du réservoir ?

On parle de **débit** pour désigner la quantité de liquide s'écoulant en une unité de temps.



Méthode 1

	$\div 20$	$\times 100$	
Quantité d'eau (en litres)	20	1	100
Durée (en minutes)	1		

Avec cette méthode, on passe d'abord par l'unité, ici 1 litre.

Durée d'écoulement de 100 l = 100 \times durée d'écoulement de 1 l

100 \times min = min

Il faudra minutes pour que 100 l d'eau s'écoulent du réservoir.



Méthode 2

	$\times 5$	
Quantité d'eau (en litres)	20	100
Durée (en minutes)	1	

100 l, c'est 5 fois plus que 20 l.

Il faudra minutes pour que 100 l d'eau s'écoulent du réservoir.



5 Une moto peut parcourir 28 km avec 1 l de carburant.

Avec ce taux de consommation, quel volume de carburant sera nécessaire pour parcourir 560 km ?

6 Une machine imprime 50 cartes de vœux en 1 minute.

Avec cette vitesse d'impression, combien de temps sera nécessaire à l'impression de 3 000 cartes de vœux ?

7 Une fontaine à eau verse 30 ml d'eau par seconde.

Avec ce débit, combien de temps sera nécessaire pour verser 4 500 ml ? Donne ta réponse en minutes et en secondes.

J'observe

Deux familles recherchent une baby-sitter.



Quelle famille offre la rémunération à l'heure la plus élevée ? De combien est-elle plus élevée ?

Rémunération proposée par la famille A

Durée (en heures)	Rémunération (en euros)
6	48
1	

$\div 6$

Rémunération proposée par la famille B

Durée (en heures)	Rémunération (en euros)
8	60
1	

$\div 8$

C'est la famille qui offre la rémunération à l'heure la plus élevée.

Elle offre € de plus par heure que l'autre famille.

J'observe

Combien de temps la baby-sitter de la famille A devra-t-elle travailler pour gagner 960 € ?

Méthode 1

Rémunération (en euros)	Durée (en heures)
48	6
1	0,125
960	

$\div 48$
 $\times 960$

On passe par l'unité, ici 1 €.



Méthode 2

Rémunération (en euros)	Durée (en heures)
48	6
96	12
960	

$\times 2$
 $\times 10$

960, c'est $48 \times 2 \times 10$!



La baby-sitter devra travailler heures pour gagner 960 €.

- 1 La montre de Diane avance de 20 secondes tous les 4 jours. À ce rythme, de combien de secondes la montre de Diane avancera-t-elle au bout d'une semaine ?

Durée (en jours)	Avance (en secondes)
4	20
1	
7	

$\div 4$
 $\times 7$

Je ne sais pas calculer rapidement $4 \times ? = 7$. Je passe donc par l'unité.



- 2 Le cœur de Marius fait 14 pulsations en 10 secondes. Combien en fait-il par minute ?

Durée (en secondes)	10	60
Nombre de battements	14	

$\times 6$

Je sais calculer rapidement $10 \times ? = 60$. Je ne passe pas par l'unité.



- 3 Ali a économisé 72 € en 18 jours. Il économise la même somme chaque jour. Combien de jours seront nécessaires à Ali pour économiser 160 € ?

	Économies (en euros)	Durée (en jours)
$\div 9$	72	18
$\times 20$	8	
	160	

- 4 Une machine imprime 100 pages en 80 secondes. Avec cette vitesse d'impression, combien de secondes lui faudra-t-il :

- a) pour imprimer 300 pages ?
 b) pour imprimer 150 pages ?
 c) pour imprimer 250 pages ?

250, c'est 100 + 150 !



	Nombre de pages	Durée (en secondes)
\times <input type="text"/>	100	80
\div <input type="text"/>	300	
	150	
	250	

- 5 En rentrant d'un voyage au Danemark, Eva a échangé les 600 couronnes qui lui restaient contre 90 euros. Avec ce taux de change, combien d'euros obtiendra-t-elle pour 800 couronnes ?

Ici, c'est plus simple de passer par 100 couronnes !



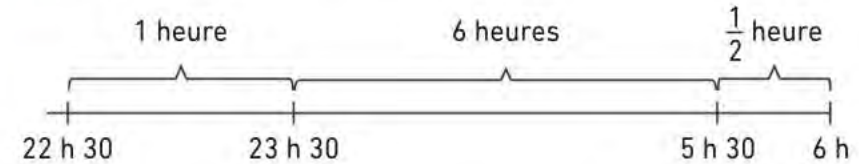
La couronne est la monnaie danoise.

Le rapport entre une monnaie et une autre est appelé « **taux de change** ».

- 1 Ce tableau montre le prix du stationnement dans un parking. Chaque heure entamée est due en entier.

Durée	Prix
Première heure	2 €
Chaque heure supplémentaire	1,50 €

- a) Arnaud a garé sa voiture dans le parking de 22 h 30 à 6 h le lendemain matin. Combien a-t-il payé ?



Prix du stationnement la première heure : 2 €

Prix du stationnement de 23 h 30 à 5 h 30 : $6 \times 1,50 \text{ €} = \square \text{ €}$

Prix du stationnement de 5 h 30 à 6 h : 1,50 €

Arnaud a payé €.

- b) Céline a garé sa voiture dans le parking de 19 h à 6 h 30 le lendemain matin. Combien a-t-elle payé ?

Prix du stationnement la première heure : 2 €

Prix du stationnement de 20 h à 6 h : $10 \times 1,50 \text{ €} = \square \text{ €}$

Prix du stationnement de 6 h à 6 h 30 : 1,50 €

Céline a payé €.

- c) Nils a garé sa camionnette dans le parking de 17 h à 22 h 30 et Rose a garé sa voiture de 20 h à 23 h. Combien ont-ils payé au total ?

2 Ce tableau montre les tarifs de l'envoi de courrier.

Plus lourd que 20 g, mais moins lourd que 40 g.

Plus lourd que 100 g, mais moins lourd que 250 g.

Masse des courriers	Prix de l'envoi
jusqu'à 20 g	0,30 €
jusqu'à 40 g	0,37 €
jusqu'à 100 g	0,60 €
jusqu'à 250 g	0,90 €
jusqu'à 500 g	1,15 €

On peut présenter des données dans un tableau sans qu'il y ait de situation de proportionnalité !



- a) Combien coûte l'envoi d'une lettre de 80 g ? _____
- b) Combien coûte l'envoi d'une lettre de 200 g ? _____
- c) Léa souhaite envoyer une lettre de 70 g et une autre de 180 g. Combien doit-elle payer en tout ? _____
- d) Paul souhaite envoyer une lettre de 120 g et une autre de 240 g. Combien doit-il payer en tout ? _____

3 Ce tableau montre les tarifs d'une compagnie de taxis.

Conditions tarifaires	
Prise en charge	2,40 €
Coût de chaque kilomètre	0,8 €

Combien coûte un trajet de 3 km ?

Tarif pour la prise en charge : €

Tarif pour les 3 km de trajet : $3 \times$ € = €

Tarif total : € + € = €

Le tarif pour un trajet de 3 km s'élève à €.

Un trajet deux fois plus long est-il deux fois plus cher ?



Séance 102 Problèmes (1)

Calcul mental Problèmes de proportionnalité - Guide pédagogique

Exercices pp. 228-229 - Fichier photocopiable

1 Émilie veut acheter 12 yaourts. Elle a le choix entre des lots de 4 yaourts vendus au prix de 50 centimes le lot et un lot de 12 yaourts à 1,35 €.

a) Quel est le choix le plus économique ?

b) Chaque pot contient 100 g de yaourt. Calcule le prix du kilogramme de yaourt dans les deux cas.

2 Assia a acheté 4 pains au chocolat pour un prix total de 3,20 €. Combien devra-t-elle payer pour :

- a) 8 pains au chocolat ?
- b) 6 pains au chocolat ?
- c) 7 pains au chocolat ?
- d) 10 pains au chocolat ?

Tu peux te servir d'un tableau pour résoudre les problèmes !



3 Antoine tape 45 mots à la minute sur son ordinateur. Il doit taper une lettre de 135 mots. Combien de temps cela lui prendra-t-il s'il tape toujours à la même vitesse ?

4 Une voiture A roule à 70 km/h, c'est-à-dire qu'elle parcourt 70 km en 1 heure.

a) Combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir 210 km ?

b) La voiture A a roulé 1 h 30. Quelle distance a-t-elle parcourue ?

c) Une voiture B a parcouru 200 km en 2 h 30. Quelle voiture a roulé le plus vite ?

Tu peux calculer la distance parcourue en 30 minutes.



5 La voiture d'Ahmed peut parcourir 96 km avec 8 l de carburant.

- a) Quelle distance Ahmed peut-il parcourir avec 15 l de carburant ?

- b) Ahmed a parcouru 120 km. Combien de litres de carburant a-t-il consommés ?

6 Maël a mis 20 minutes pour parcourir 8 km à bicyclette.

- a) Combien de kilomètres pourra-t-il parcourir en 1 heure s'il roule à la même vitesse ?

- b) Combien de temps mettra-t-il pour parcourir 20 km ?

7 Alice veut faire des tours de manège. La pancarte sur le guichet indique les tarifs suivants.

1 tour : 2 € 2 tours : 3,50 €
 5 tours : 7 € 10 tours : 12 €



Avec ces tarifs, on peut payer moins cher chaque tour en achetant plusieurs tickets d'un coup.

- a) S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Explique ta réponse. _____
- b) Alice veut faire 8 tours de manège. Cherche différentes combinaisons possibles pour l'achat de 8 tickets et indique la plus avantageuse.
- 1 tour coûte 2 €, 8 tours coûtent €.
 - 2 tours coûtent 3,50 €, 8 tours coûtent €.
 - 8 tours, c'est 5 tours + 2 tours + 1 tour, cela coûtera €.



Compare ce prix avec le prix de 10 tours. Que remarques-tu ?

8 Lors d'une randonnée, Adèle parcourt 3 km en 40 minutes. Comme le chemin est en pente, elle met 50 minutes pour parcourir les 3 km du retour.

- a) À quelle vitesse a-t-elle marché à l'aller ?

- b) À quelle vitesse a-t-elle marché au retour ?

- c) Quelle a été sa vitesse sur l'ensemble du parcours ?

Séance 103 Problèmes (2)

Calcul mental Problèmes de vitesse (1) - Guide pédagogique

Exercices pp. 230-231 - Fichier photocopiable

1 Un centre de reprographie affiche les tarifs suivants.

Nombre de copies	Tarif à la copie
100 copies ou moins	5 centimes
Chaque copie supplémentaire	3 centimes

- a) Combien Anaëlle a-t-elle payé pour l'impression de 90 copies ? _____
- b) Combien Robin a-t-il payé pour l'impression de 200 copies ?

- c) Chloé a payé 5,60 € pour l'impression de ses copies. Combien en a-t-elle fait imprimer ?

2 Margaux veut louer une voiture pour deux jours afin de se rendre chez des amis, à 75 km de chez elle. Elle devra faire le trajet aller-retour. Quel forfait lui coûtera le moins cher ?



3 Un enfant mesure 50 cm à la naissance, 85 cm à 1 an et 1 m à 4 ans. Combien mesurera-t-il à 8 ans ? La taille d'une personne est-elle proportionnelle à son âge ?

4 Un ticket de métro acheté à l'unité coûte 1,90 €. Un carnet de 10 tickets coûte 14,90 €. Indique le choix le plus avantageux pour Maël s'il veut faire :
 a) 5 voyages ; b) 8 voyages ; c) 16 voyages.

- 5 La montre de Malo avance de 5 secondes par heure. Le 30 novembre à midi, sa montre avançait de 10 minutes. Quel jour et à quelle heure l'avait-il mise à l'heure ?

- 6 Anaïs doit prendre son train à 8 h 40. Elle parcourt à pied le trajet de 700 m entre sa maison et la gare. Elle parcourt habituellement 4,2 km en une heure.

a) Combien de temps mettra-t-elle pour aller à la gare à cette vitesse ?

b) Elle veut arriver à la gare 20 minutes avant le départ de son train. À quelle heure doit-elle partir de chez elle pour y parvenir ?

c) Si, sur le trajet, elle s'arrête 8 minutes à la boulangerie pour acheter un croissant, à quelle heure doit-elle partir de chez elle ?

- 7 Un aquarium vide peut contenir 30 l d'eau lorsqu'il est rempli à ras bord.



a) Chaque minute, le robinet déverse 12 l d'eau dans l'aquarium.

Avec ce débit, en combien de temps sera-t-il rempli à ras bord ?

b) L'eau de l'aquarium est ensuite vidée à un débit de 15 l par minute. Combien de temps faudra-t-il pour le vider complètement ?

- 8 Un réservoir a une contenance totale de 72 l. Il est rempli à moitié. Tom ouvre un robinet, qui déverse chaque minute 12 l d'eau dans le réservoir. Avec ce débit, en combien de minutes le réservoir sera-t-il rempli à ras bord ?

Séance 104 Les agrandissements de figures

Calcul mental Problèmes de vitesse (2) - Guide pédagogique

Exercices pp. 232-233 - Fichier photocopiable

J'observe

Maël voudrait **agrandir** cette frise. Pour cela, il **multiplie** par 2 toutes les dimensions et conserve la forme de la figure.

Calculons les nouvelles dimensions !

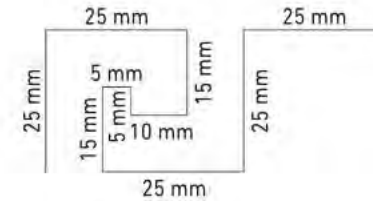


Figure d'origine

Figure d'origine	5 mm	10 mm	15 mm	25 mm
Figure agrandie	<input type="text"/> mm	<input type="text"/> mm	<input type="text"/> mm	<input type="text"/> mm

↗ ×2

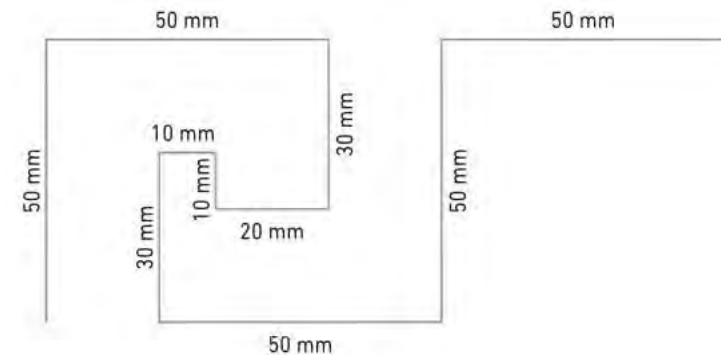
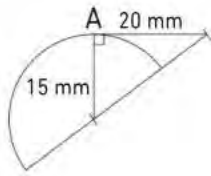


Figure agrandie

La frise est reproduite à l'échelle 2.

- 1 Avec tes instruments, réalise un agrandissement de cette figure à l'échelle 3. Commence au point A'.



A'
x

Figure d'origine	20 mm	15 mm) x <input type="text"/>
Figure agrandie			

- 2 Avec tes instruments, réalise un agrandissement de cette figure à l'échelle 4. Commence au point B'.



B' x

Figure d'origine) x <input type="text"/>
Figure agrandie		

Séance 105 Les réductions de figures

Calcul mental Linéarité additive et multiplicative (1) - Guide pédagogique

Exercices pp. 234-235 - Fichier photocopiable

J'observe



Je souhaite à présent réduire une figure !

Pour **réduire** une figure, il faut **diviser** toutes ses dimensions par un même nombre et conserver la forme de la figure.

Maël réduit cette figure en divisant ses dimensions par 3.

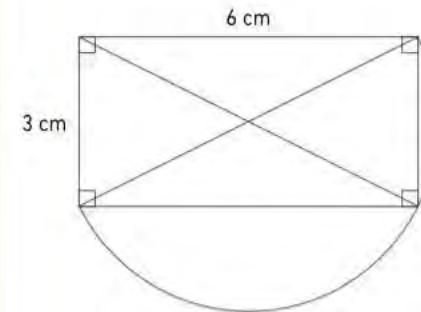


Figure d'origine

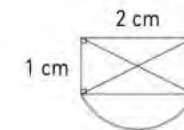


Figure réduite

Les nouvelles dimensions ont pour mesures le $\frac{1}{3}$ des mesures de la figure d'origine.



Figure d'origine	6 cm	3 cm) ÷ 3
Figure réduite			

La figure est reproduite à l'échelle $\frac{1}{3}$.

L'inverse d'une réduction à l'échelle $\frac{1}{3}$ est un agrandissement à l'échelle 3.

x 3 (Figure d'origine) ÷ 3
	Figure réduite		

- 1 Avec tes instruments, réalise une réduction de cette figure à l'échelle $\frac{1}{3}$. Commence au point A'.

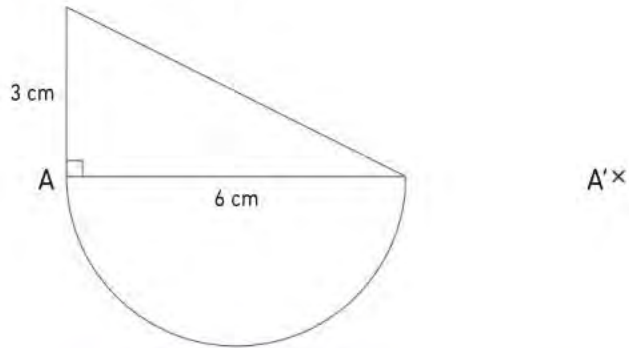


Figure d'origine) ÷ <input type="text"/>
Figure réduite				

- 2 a) Avec tes instruments, termine la réduction de cette figure. La réduction du segment [AB] a déjà été tracée.

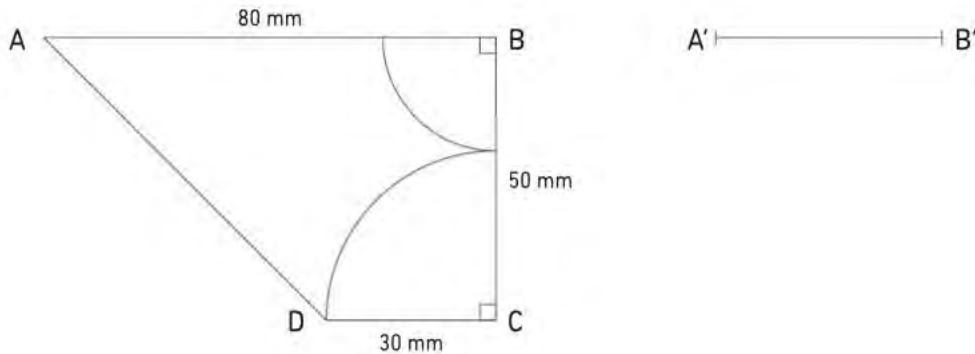


Figure d'origine) ÷ <input type="text"/>
Figure réduite				

- b) Complète.

On passe de la figure réduite à la figure d'origine par un à l'échelle .

J'observe



Voici un extrait de carte IGN.

1 cm sur la carte représente 25 000 cm sur le terrain. On dit que son échelle est de $1/25\ 000$.

Sur la carte, la distance entre Beauregard et l'Hôtelier mesure environ 2 cm. Pour trouver la distance sur le terrain, on doit donc multiplier 2 cm par 25 000.

La distance réelle entre les deux endroits mesure environ :
 $2\text{ cm} \times 25\ 000 = 50\ 000\text{ cm} = 500\text{ m}$

Une **échelle** est un rapport entre deux distances exprimées avec la même unité de mesure.



Il faut convertir les mesures pour donner la réponse avec l'unité la plus adaptée.

Sur la carte, la distance entre Malchamp et Vaux mesure environ 35 mm.

En réalité, cette distance mesure environ $35\text{ mm} \times \text{ } = \text{ } \text{ mm}$
 $= \text{ } \text{ m}$

- 1 Calcule la distance qui sépare Vaux et Feigères à vol d'oiseau.

cm \times = cm
 $=$ m

On utilise l'expression « à vol d'oiseau » pour désigner une distance en ligne droite.



2 Complète ce tableau.

Échelle	1/10	1/50	1/200	1/
Distance sur la carte	1 cm	20 cm	<input type="text"/> cm ÷ 200 = <input type="text"/> cm	1 cm
Distance sur le terrain	<input type="text"/> cm	20 cm × <input type="text"/> = <input type="text"/> cm	8 m = <input type="text"/> cm	100 m = <input type="text"/> cm

3 Cette fourmi mesure en réalité 6 mm de longueur.



Quelle est l'échelle de cette reproduction ?

Dimension réelle	6 mm	× <input type="text"/>
Dimension agrandie	<input type="text"/>	



La fourmi a été agrandie fois.

Attention, utilise la même unité de mesure !

4 Idris a une petite voiture en modèle réduit à l'échelle 1/43.

La longueur de sa petite voiture est de 7 cm. Quelle est la longueur de la voiture réelle ?

$$7 \text{ cm} \times \text{ } = \text{ } \text{ cm}$$

$$= \text{ } \text{ m}$$



5 Deux cartes routières sont respectivement dessinées à l'échelle 1/100 000 et à l'échelle 1/50 000.

Combien représente 1 cm sur chacune de ces cartes ? Laquelle permettra d'observer le plus de détails ?

Donne la réponse dans l'unité la plus appropriée.

À l'échelle 1/100 000, 1 cm représente _____

À l'échelle 1/50 000, 1 cm représente _____

- Un taux est un rapport entre deux quantités proportionnelles.
- On parle de vitesse lorsqu'une distance ou une quantité est rapportée à une unité de temps.
- On parle de débit pour désigner une quantité de liquide qui s'écoule en 1 unité de temps.
- On parle d'échelle pour désigner un rapport entre deux distances exprimées avec la même unité de mesure.

Méthode 1

Une montre avance de 20 secondes tous les 4 jours.

De combien de secondes va-t-elle avancer au bout d'une semaine ?

Durée (en jours)	Avance (en secondes)
4	20
1	5
7	35

÷ 4
× 7

Méthode 2

Un métronome bat à un rythme de 14 battements en 10 secondes. Combien de fois bat-il par minute ?

Durée (en secondes)	10	60
Nombre de battements	14	84

× 6
× 6

Pour résoudre ce problème, je passe par l'unité !



Le calcul est facile. Dans ce cas, je ne passe pas par l'unité.

Autres exemples



J'ai économisé 90 € en 10 jours. À cette vitesse, je peux économiser 180 € en 20 jours, ou 270 € en 30 jours.

J'ai parcouru 60 km en bus en 1 heure. À cette vitesse, j'aurais parcouru 180 km en 3 heures, ou 240 km en 4 heures.

