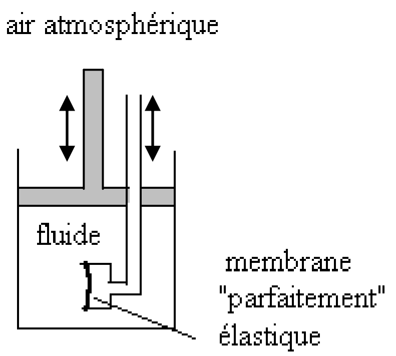
Bases de mécanique des fluides

1. Pression dans un fluide au repos (en équilibre dans un référentiel galiléen)

Un solide a une forme propre qui nous permet de le reconnaître. Un liquide ou un gaz n'ont pas de forme propre, ils épousent la forme du récipient qui les contient, sont déformables sous la moindre action. Les Liquides et les gaz ont des différences : un liquide, contrairement à un gaz, a un volume défini, il ne remplit pas tout le volume du récipient.

1.1. Etude expérimentale dans le champ de pesanteur

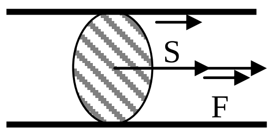


- Le tube en U avec la membrane élastique est placé dans l'air atmosphérique : la membrane n'est pas tendue.

- Nous plaçons l'extrémité avec membrane dans un liquide (ou dans un gaz dont on peut faire varier le volume à l'aide d'un piston) : la membrane élastique est tendue comme indiqué sur la figure ; ceci traduit des efforts du fluide sur la membrane

La forme de la membrane est indépendante de l'orientation de la membrane autour d'un même point, les efforts sur la membrane sont perpendiculaires à celle-ci.
Si le fluide est un liquide, la déformation de la membrane augmente de manière significative avec la profondeur.

1.2. Définition de la pression dans un fluide



$$\boxed{F = P \times S}$$

F en Newtons
P en Pa
S en m²

La pression p en un point d'un fluide en équilibre est indépendante de l'orientation de l'élément de surface qui sert à la définir.

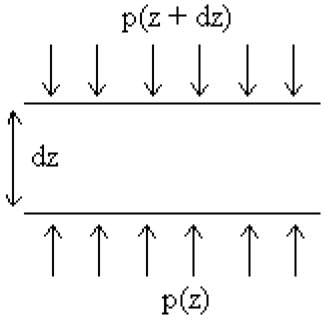
La pression est une grandeur scalaire positive, la force de pression est une grandeur vectorielle.

La pression est la même en tous les points d'un plan horizontal pris dans un fluide en équilibre.

2. Cas d'un fluide au repos dans le champ de pesanteur

Principe de l'hydrostatique

Le fluide a pour masse volumique ρ (kg/m^3) et le champ de pesanteur est le seul champ de forces extérieures.



Dans ce cas $dp = -\rho.g.dz$ si l'axe $\overrightarrow{Oz}$ est vertical ascendant. Ceci constitue le **principe de l'hydrostatique.**

Donc, si on monte le long de l'axe z, on va rencontrer des pressions de plus en plus faibles, qui évoluent selon la loi :

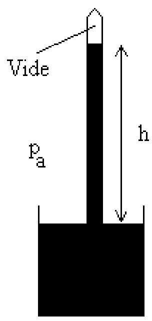
$$\boxed{P = P_0 - \rho.g.z}$$

<u>Attention</u>**, il ne faudrait pas conclure que les forces de pression s'exercent verticalement. Elles s'exercent perpendiculairement à tout élément de surface.**

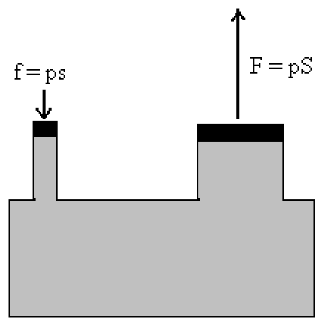
<u>2.1. Fluide incompressible (liquide)</u>

La masse volumique est constante et l'intégration du principe de l'hydrostatique donne $P = P_0 - \rho.g.z$. Cette relation est souvent appelée **principe de Pascal**

Applications : baromètre - presse hydraulique



baromètre



presse hydraulique

Dans un baromètre à mercure, pour une pression atmosphérique normale, la hauteur h est égale à 760 mm ce qui correspond à

$$p_a = 13600 \; x \; 9{,}80 \; x \; 0{,}760 = 1{,}013 \; 10^5 \text{ Pa} = 1013 \text{ hectopascal}$$

Souvent, les pressions sont exprimées en mm de mercure, en atmosphère (1 atm correspond à la pression atmosphérique normale), en bar (1 bar = 10^5 Pa) ou millibar (mbar).

Nous remarquerons que pour une hauteur d'eau de 10m, la variation de pression est égale à 1000hPa soit à peu près la pression atmosphérique normale.
Les plongeurs sous-marins savent bien que la pression augmente d'1 bar tous les 10 mètres.

A l'échelle humaine courante, les variations de pression sont sensibles dans les liquides.

Un baromètre mesure une pression absolue puisque la pression dans le vide est nulle (pas de masse = pas de poids). Les manomètres , eux, mesurent des différences de pression.

2.2. Fluide compressible (gaz)

La masse volumique dépend de la pression et nous le verrons de la température. **On ne peut pas intégrer directement la relation** $P = P_0 - \rho.g.z$.

Cependant les masses volumiques des gaz sont faibles (air dans les conditions courantes 1,3 *Kg m*$^{-3}$) et, **à l'échelle humaine courante, on négligera les variations de pression avec l'altitude dans les gaz.**
Seul l'air atmosphérique présente des différences d'altitude suffisantes pour ne pas négliger les variations de pression (il faut compter de l'ordre de 1 *km* d'altitude pour que les variations de pression deviennent significatives).

Cas particulier de l'énergie éolienne :

L'énergie cinétique du vent qu'une éolienne peut récupérer du vent pour la transformer en énergie – d'abord mécanique – puis électrique, dépend de 3 paramètres :

- la densité de l'air
- la vitesse du vent
- la surface balayée par les pales de l'éolienne.

La puissance récupérée peut s'écrire :

$$P = \frac{1}{2}.\rho.S.V^3 \times C_P$$

Où ρ est en kg/m^3
S en m²
V en m/s
C_P coefficient de puissance, pas d'unité

Il s'agit d'un coefficient qui est une sorte de rendement entre l'éolien et l'électrique. Le physicien allemand Ch. BETZ a montré que dans le meilleur des cas, ce coefficient vaut 0,59.

Effet de parc : (*ferme éolienne*)

Dans un parc éolien, on cherche à espacer les éoliennes d'au moins 5 à 9 diamètres dans la direction du vent dominant, et d'au moins 3 à 5 diamètres dans la direction perpendiculaire.

2.4. Théorème d'Archimède et corps flottants

Théorème d'Archimède

Considérons (Fig. a) un corps entièrement immergé dans un fluide homogène au repos. Il occupe un volume V et subit de la part du fluide des forces de pression.

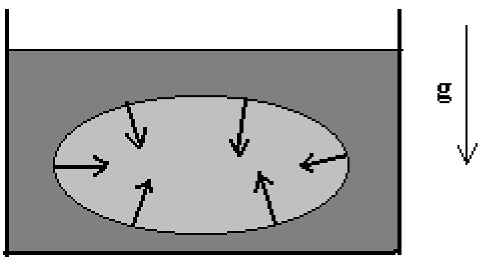


Fig. a

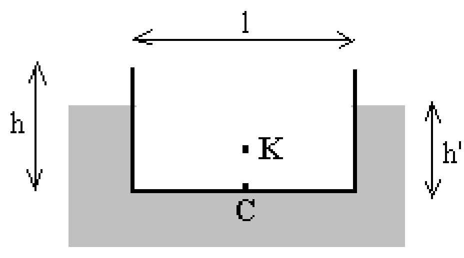


Fig. b

« Tout corps plongé dans un fluide en équilibre est soumis de la part de celui-ci à une poussée verticale, dirigée de bas en haut, égale au poids du fluide de remplacement et appliquée à son centre de masse appelé centre de carène. »

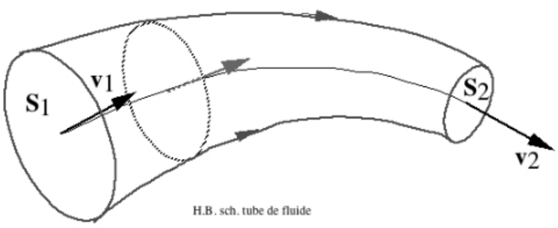
A titre d'exemple, considérons l'équilibre d'une boîte parallélépipédique à section rectangulaire ouverte flottant sur l'eau (Fig. b). Une telle boîte, de dimensions $L = 10\ m$, $l = 4\ m$, $h = 3\ m$ et de masse $M = 20\ t$, constitue un modèle simplifié d'une embarcation flottant sur l'eau. Elle s'enfonce dans l'eau d'une hauteur h' telle que :

$$M.g = \rho_{eau}.L.l.h' \times g \qquad \text{soit} \qquad h' = \frac{M}{\rho_{eau}.L.l} = 0{,}5m$$

Notons que, la boîte étant ouverte et les parois latérales de masse négligeable, le centre de masse C est situé au centre de la base rectangulaire, alors que le centre de carène K est au-dessus de lui à la distance $\frac{h'}{2}$. Dans ce cas, l'équilibre est stable : une légère rotation de la boîte autour de l'axe longitudinal passant par le centre de masse produit des oscillations autour de la position d'équilibre.

3. Fluides en mouvement :

3.1. Conservation du débit :



Le fluide est parfait, incompressible, le régime permanent est atteint, le fluide parcourt sans fuites le tube de courant.

Alors :

Dans un fluide parfait incompressible, le débit est conservé. $S \times v = Cste$

$$S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2$$

3.2. Equation de Bernouilli :

En tout point d'une ligne de courant on peut écrire la relation suivante :

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + P = cste \qquad \text{équation en J/kg}$$

Dans cette équation, il y a 2 inconnues au moins. On doit donc l'utiliser en un point où on connaît toutes les grandeurs, et l'égaler en un point où on a une inconnue.

Notion de pertes de charges :

Il se trouve que parfois il y a des pertes des charges qui viennent contredire l'équation de Bernouilli.

On peut alors écrire : (pertes ΔP en P_a)

$$\left(\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1\right) - \left(\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2\right) = pertes\ de\ charge\ (\neq 0)$$

On peut facilement transformer cette équation pour la mettre en unité de hauteur (m) , il suffit de la diviser par ρg . On obtient Δh, pertes de charge en m.

Alors on peut définir :

- La pression statique : P_A
- La pression dynamique : $\frac{1}{2}\rho.v_A^2$
- La hauteur Piézométrique : $h_A + \frac{P_A}{\rho.g}$

<u>Ecoulement Linéaire / Perturbé :</u>

Les pertes de charge correspondent général, soit aux accidents liées à la canalisation (**singulières**), soit aux frottements dans la canalisation (**linéaires**).
Le Nombre de **REYNOLDS** permet en général de déterminer si l'écoulement sera **linéaire** ou **Perturbé**.

Ce nombre dépend de la vitesse de l'écoulement $\overline{v}$, de la section de la canalisation **D**, de la viscosité du fluide **µ** et de sa masse volumique **ρ**

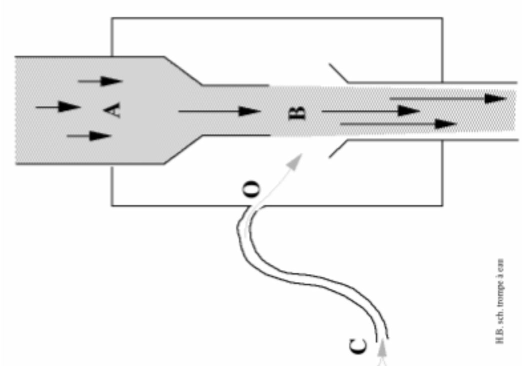
$\mathrm{Re} = \dfrac{\rho\, v\, D}{\eta}$. 3 cas peuvent alors se présenter :

$\mathrm{Re} < 2000$	$2000 < \mathrm{Re} < 3000$	$\mathrm{Re} > 2000$
Laminaire	Intermédiaire	Turbulent
 $\Delta p = \dfrac{64}{R_E}\dfrac{\rho v^2}{2}\dfrac{L}{D}$ ou $\Delta h = \dfrac{64}{R_E}\dfrac{v^2}{2g}\dfrac{L}{D}$		 http://www.ac-nancy-metz.fr/enseign/Physique/PHYS/Bts-Cira/mecaflu/mecaflu.htm

On peut alors calculer les pertes de charge grâce aux formules sus-citées. (les photos illustrent les écoulements et proviennent du site indiqué ci-dessus.

<u>3.3. Effet venturi :</u>

Comme le montre la figure ci-contre, le fait de créer l'ouverture en B va créer en O une dépression.



En A si l'écoulement est **Laminaire**, il y a des chances qu'il soit **Perturbé** en B.

<u>3.4. Pompes :</u>

<u>Une pompe permet de vaincre :</u>

- Une différence de pression (la pression du réservoir d'arrivée est plus grande que celle du réservoir de départ)
- Une différence de hauteur
- Des pertes de charge (présence de frottements, de coudes, de rétrécissements)

<u>Hauteur manométrique d'une pompe :</u>

$$H_{MT} = \frac{P_{REF} - P_{ASP}}{\rho . g}$$

<u>Puissance fournie au liquide :</u>

Comme une énergie potentielle, $M.g.z$ est une énergie. On peut la diviser par le temps pour trouver la puissance fournie au liquide :

$$P_{Liq} = \frac{M.g.z}{t} = \frac{(\rho . V).g.z}{t} = Q_V .g.z$$

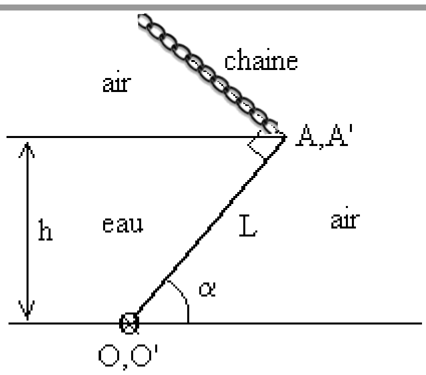
Appliquons ce terme à la hauteur manométrique de la pompe :

$$P_{Liq} = Q_V .g.H_{MT}$$

Le rendement sera le rapport de la puissance fournie au liquide à la puissance électrique absorbée.

- Exercices type -

1 – La figure ci-contre représente une vanne rectangulaire (L x l) en coupe verticale destinée à fixer le niveau d'eau (hauteur h) d'une retenue. Cette vanne est articulée à sa base sur un axe OO' et maintenue au sommet par 2 chaînes parallèles manoeuvrées par un treuil.
En position haute (angle α) on supposera la direction des chaînes perpendiculaires à la vanne.



1) Montrer que la poussée due à l'eau est d'environ 60daN. On admettra que le point d'application est à 29% de la hauteur totale

2) Grâce au moment en OO', calculer la réaction exercée sur une des deux chaînes..

Application numérique : $h = 4m$; $L = 5m$; $l = 6m$

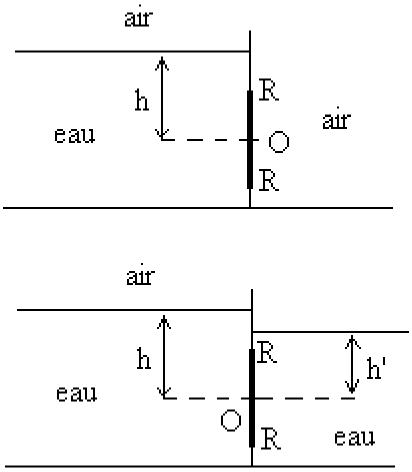
2 - Une vanne de vidange est constituée par un disque de rayon R pivotant autour d'un axe horizontal. Le centre O du disque est positionné à une hauteur h par rapport au niveau d'eau.

1) Montrer que la poussée sur le disque est d'environ 1600daN. On admettra que cette poussée se matérialise environ 11cm sous le point O.

2) Quel effet cela aura-t-il sur le disque ?
Comment y remédier ?

3) Recalculer la poussée dans le cas où le disque est noyé. Ce cas est celui d'une écluse.

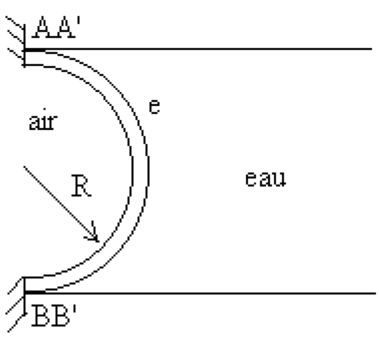
Application numérique : $h = 2m$; $R = 0{,}5m$; $h' = 1m50$



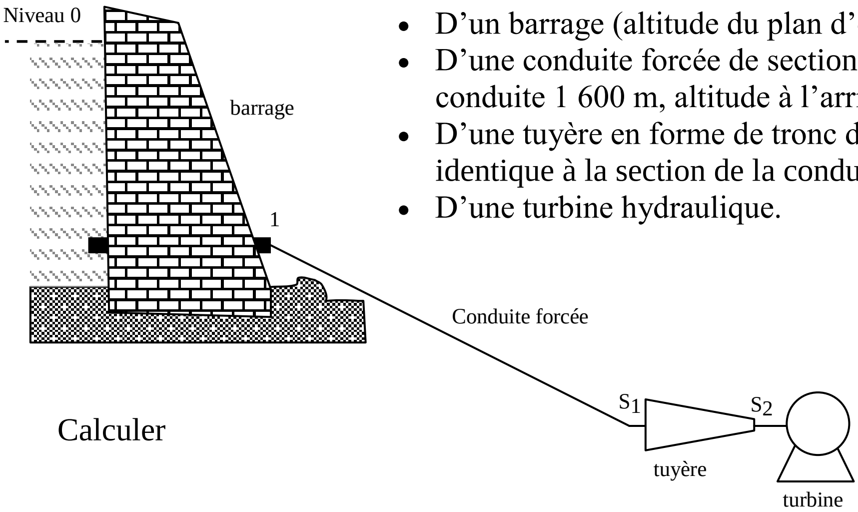
3 - Etude succincte d'un barrage voûte en forme de ½ cylindre (épaisseur de paroi e, rayon moyen R, hauteur h ; $e/R << 1$).
Ce barrage est en appui selon AA' et BB' (parallèle à l'axe z vertical de la voûte).
Calculer la poussée totale sur le barrage et la réaction des appuis.

Application numérique : $h = R = 100m$; $e = 10m$

NB : peu importe la forme du barrage, seule compte la largeur totale pour le calcul de la surface de poussée.



4 - Une installation se compose :



- D'un barrage (altitude du plan d'eau = 1 700 m)
- D'une conduite forcée de section 1 m². Altitude au départ de la conduite 1 600 m, altitude à l'arrivée de la conduite 1 300 m.
- D'une tuyère en forme de tronc de cône. Section d'entrée identique à la section de la conduite et section de sortie 0,02 m².
- D'une turbine hydraulique.

Calculer

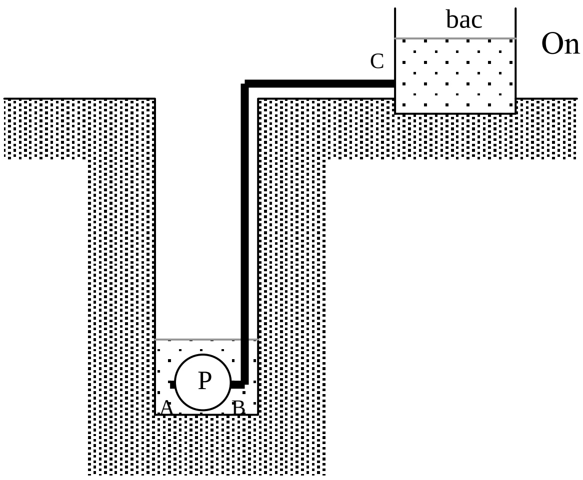
1. la pression du fluide au départ de la conduire
2. la vitesse du fluide à la sortie de la tuyère
3. le débit massique
4. la vitesse du fluide à l'entrée de la tuyère

5 – Sections et vitesses :

- Quelle doit être la section d'une conduite qui doit transporter 0,2 m³ d'eau par seconde à la vitesse de 5 m/s ?

- Une conduite transporte 0,25 m³ d'eau par seconde. Le diamètre de cette conduite est 200 mm. Quelle est la vitesse d'écoulement de l'eau ?

6- Pompe immergée (2) :



On procède au remplissage d'un bassin à l'aide d'une pompe immergée dans un puits.

Altitude de la pompe $Z_A = Z_B = 0$

Pression de l'eau dans le puits = pression atmosphérique.

Altitude de l'orifice supérieur C = 52 m

Pression à la sortie C = pression atmosphérique.

Section de la tubulure de refoulement = 0,004 m².

Débit volumique de la pompe 72 m^3/h

On évalue les pertes de charge dans la conduite de refoulement à une hauteur d'eau Δ Z = 12 m.

1. Quelle est la vitesse d'écoulement de l'eau entre B et C ?
2. Quelle doit être la pression de l'eau à la sortie de la pompe ?
3. Si on considère que les pertes de charge dans la pompe elle-même se mesure en unité de pression par $\Delta P = 2.\ 10^5$ Pa, calculer la puissance de la pompe. On prendra g = 10 m/s².

7 – Pertes de charge :

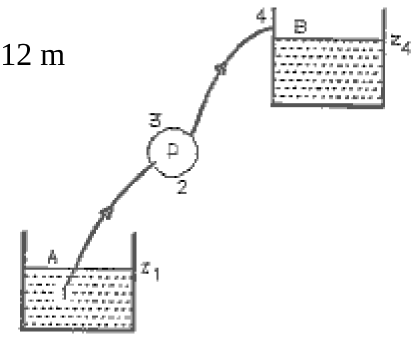
Soit une conduite amenant de l'eau d'un point 1 à un point 2 (plus haut) :

$h_1 = 0$ m $\quad v_1 = 5$ m/s $\quad P_1 = 5{,}4.10^5$ Pa
$h_2 = 40$ m $\quad v_2 = 5$ m/s $\quad P_2 = 1{,}2.10^5$ Pa

Calculer les pertes de charge en hauteur d'eau (Δh), puis en unité de pression (ΔP)
On suppose l'écoulement laminaire, sachant que D=1m et que L=1km, calculez le nombre de Reynolds de cet écoulement. L'hypothèse de départ est-elle valable ?

8 – pompe intermédiaire :

Une pompe à eau est utilisée pour faire passer de l'eau d'un réservoir A d'altitude $Z_1 = 0$ à un réservoir B d'altitude $Z_4 = 12$ m



A la sortie de la conduite (en 4) on mesure la vitesse de l'eau :
$C_4 = 4$ m/s.

On donne $P_{atm} = 10^5$ Pa et section de la conduite S = 0,002 m².

a. Quel travail la pompe fournit-elle à chaque kilogramme d'eau qui la traverse ?
b. Quel est le débit massique de la pompe ?
c. Quelle est la puissance absorbée par la pompe ?

9 – Surface d'une éolienne :

Nous souhaitons dimensionner les pales d'une éolienne à vitesse fixe pour obtenir une puissance mécanique de 750 kW pour une vitesse de vent de 13,8 m/s. On considère un coefficient de puissance Cp égal à 0,2. Calculer le rayon de la surface balayée par la turbine puis la longueur d'une pale.

10 - Coefficient de puissance :

On donne les paramètres nominaux d'une éolienne de 300 kW:

Diamètre des pales : 28 m
Surface balayée par le rotor : 615 m²
Vitesse nominale du vent : 14 m/s
Vitesse nominale de rotation du rotor : 43 tr/min
Rapport du multiplicateur : 35
Vitesse nominale de la MAS : 1515 tr/min
Par ailleurs, la densité de l'air est de 1,225 kg/m^3

1° Quel pourcentage de l'énergie du vent récupère t-on au point de fonctionnement nominal ?
(calculer le coefficient de puissance)

2° De quel type d'éolienne s'agit-il : éolienne lente ou éolienne rapide ?
(on calculera $\lambda = \dfrac{\Omega.R}{v}$, la limite se situant à 30%)

3° Quelle est la vitesse de rotation nominale N du rotor de la génératrice ? Déduisez-en le nombre de paires de pôles (réseau 50 Hz)

Bibliographie :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Hydrodynamique
http://www.ac-nancy-metz.fr/Pres-etab/HereLaxou/Ressource/ddf/ddf.htm#1
http://www.a3i.fr/Cours_force_puissance_energie.htm
http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/blanquet/thermo2005/A2_statiquefluides/Statique%20des%20fluides.htm#1

et 2 PDF :
http://www.educnet.education.fr/rnchimie/gen_chim/triboulet/rtf/mecafluide.pdf
http://www.unice.fr/zetetique/polycop_phys.pdf (c'est du caviar !)

Pour la partie éoliennes, le site de référence, c'est :
http://www.windpower.org/fr/tour/wres/index.htm

On trouve quelques exercices corrigés ici :
http://www.lei.ucl.ac.be/multimedia/eLEE/FR/realisations/EnergiesRenouvelables/FiliereEolienne/Generalites/exercices/ExercicesEolien_intro.htm

A noter l'existence sur ce site des connaissances utiles en énergie solaire :
http://www.lei.ucl.ac.be/multimedia/eLEE/FR/realisations/EnergiesRenouvelables/FiliereSolaire/solaire.htm