

## *Statique des fluides*

### Exercice 1: Pression d'un pied, d'un cerf, d'un morse

Considérons un pied humain dont la surface au sol est assimilable à un rectangle de 27 cm x 12 cm.

Ce pied appartient à un corps de masse 78 kg.

1. Calculer la pression exercée au sol dans la stature debout. (On prendra  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ).
2. En est-il de même dans la stature assis sur le sol ?

Un cerf de 120 kg dont chaque sabot peut être assimilé à un cercle de diamètre 5 cm cherche à traverser une étendue gelée.

3. Quelle est la pression exercée par chaque sabot sur la glace ?

Une formule empirique donne pour une hauteur de glace H en cm sa résistance avant de se briser :  $4H^2$  (en  $\text{kg/m}^2$ )

4. Transformer cette équation de façon à avoir une pression de rupture :  $P_r$  (en Pa) en fonction d'une hauteur h (en m)
5. Quelle est l'épaisseur de glace minimale permettant au cerf de traverser l'étendue gelée ?
6. Un morse de 800 kg, dont le corps (long : 2,5m large : 1 m) est étendu sur la glace tente la même traversée : expliquez ce qu'il advient .

11808Pa	150 000Pa
38 cm	9 cm

### Exercice 2: Force dans un sous-marin

Un sous-marin expérimental descend à une profondeur de 9500 m dans une fosse océanique.

- 1) Calculer la pression de l'eau à cette profondeur.
- 2) Déterminer la force exercée sur le panneau de sas, celui-ci étant assimilé à un carré de 60 cm de côté.

On donne :

- $\rho_{\text{eau de mer}} = 1025 \text{ kg/m}^3$ ,
- g accélération de la pesanteur = 10 N/kg.

973 bars	35 MN
----------	-------

### Exercice 3: Pressions dans une citerne

On considère une citerne de hauteur 1,6m à moitié remplie d'eau.

- 1) Calculer les différences de pression entre le point A situé au fond de la cuve, et le point B situé à la surface du liquide.
- 2) Calculer les différences de pression entre le point B et le point C situé en haut de la cuve.
- 3) Conclure.

On donne  $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3$  et  $\rho_{\text{air}} = 1,29 \text{ kg/m}^3$

7840 Pa	10,1 Pa
---------	---------

### Exercice 4: Pressions dans un étau

Une pièce de bois est prise entre les deux mâchoires d'un étau On vient appuyer avec une perceuse sur le dessus de la pièce.

Diamètre la la pointe du forêt de la perceuse : 2 mm.

Aire S de la surface d'une mâchoire :  $38 \text{ cm}^2$ .

Masse de la perceuse : 5,5 kg.

Effort vertical exercé par la main sur la perceuse : 15 daN.

Force de serrage exercée par chaque mâchoire : 100 daN.

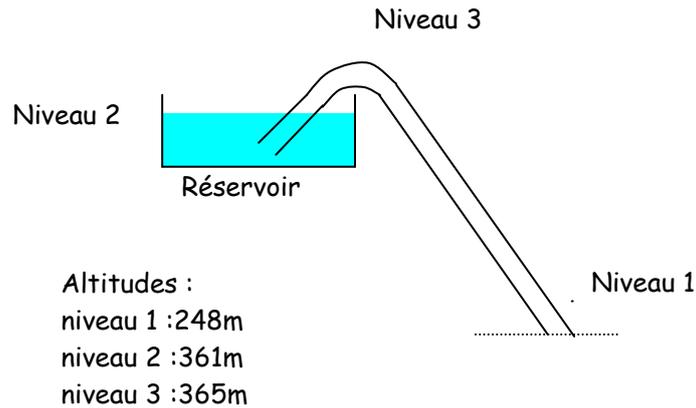
Calculer :

- 1) la pression exercée par le forêt sur la pièce.
- 2) la pression exercée par chaque mâchoire.

64 900 000 N/m <sup>2</sup>
263 000 N/m <sup>2</sup>

### Exercice 5: Conduite forcée

On donne le schéma simplifié de la conduite d'une centrale.



Le tube est ouvert au niveau 2 et fermé au niveau 1.

- 1) Que vaut la pression au niveau 2 ?
- 2) Déterminer la différence de pression  $\Delta p_{13}$  entre le niveau 1 et le niveau 3. Application numérique.
- 3) Déterminer la différence de pression  $\Delta p_{23}$  entre le niveau 2 et le niveau 3. Application numérique.
- 4) Calculer  $P_1$ , pression au niveau 1. On prendra la pression atmosphérique  $p_a = 1 \text{ bar}$ .
- 5) Refaire le schéma sur votre copie et préciser les zones où la conduite est en surpression et celles où la conduite est en dépression.

$p_{atm} - 1100000 \text{ Pa} - 39000 \text{ Pa}$ 2 : atmo 3 : dépression 1 : surpression
--

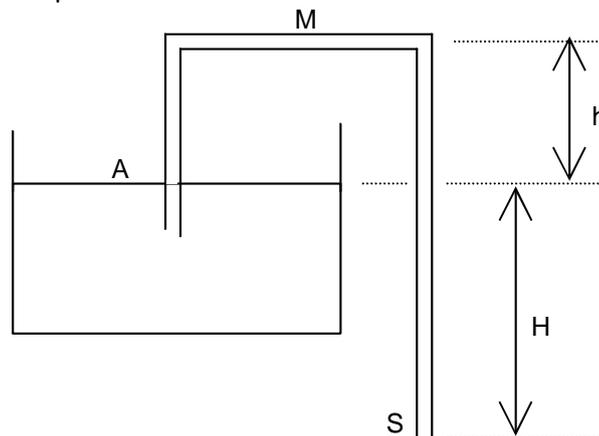
### Exercice 6: Etude d'un siphon :

Soit un siphon de diamètre  $d$  ( $d=10,0 \text{ mm}$ ) alimenté par un récipient rempli d'eau, de grande dimension par rapport à  $d$  et ouvert à l'atmosphère ( $p_{atm} = 1,0 \text{ bar}$ ).

- 1) Etablir l'équation de Bernoulli entre les points A et S
- 2) Calculer la vitesse moyenne du fluide en S puis le débit-volume  $q_v$  du siphon.

A.N :  $H = 3,0 \text{ m}$ .

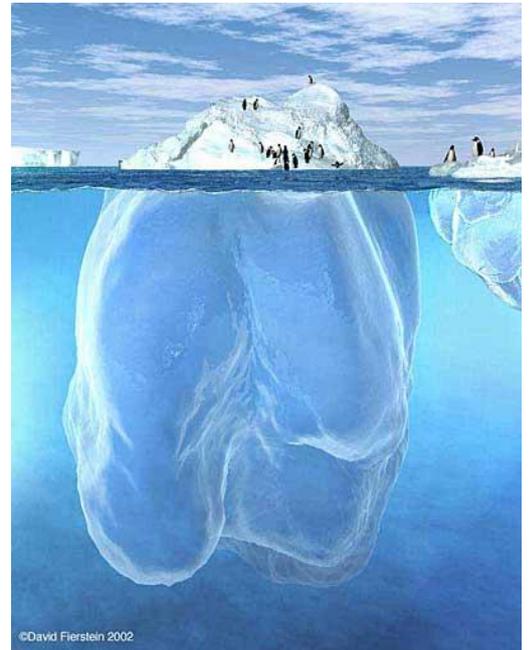
- 3) Donner l'expression de la pression  $p_M$  au point M en fonction de  $h$ .
- 4) Représenter l'allure de la pression  $p_M$  en fonction de  $h$ .
- 5)  $h$  peut-il prendre n'importe quelle valeur ?



$7,67 \text{ m/s} - 0,0006 \text{ m}^3/\text{s}$ $7,19 \text{ m}$
--

### Exercice 7: Iceberg

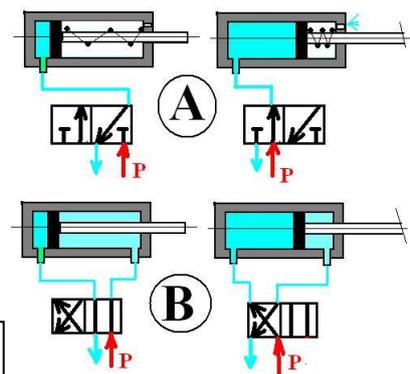
La masse volumique de la glace est de  $917 \text{ kg/m}^3$   
Si le volume émergé d'un iceberg est de  $1 \text{ m}^3$ , quel est le volume immergé ?



Immergé :  $11\text{m}^3$   
Total :  $12\text{m}^3$

### Exercice 8: Force d'un vérin

Sur un circuit d'air comprimé à 3 bars  
Un vérin a un diamètre circulaire de 2 cm  
Quelle force est-il capable de générer ?



94 N

## Dynamique des fluides

### Exercice 1: Equation de continuité dans une lance à incendie

Pour une petite lance à incendie à eau, le diamètre d'entrée est 40 mm, celui de sortie vaut 14 mm. Le débit est de 250 l/min.

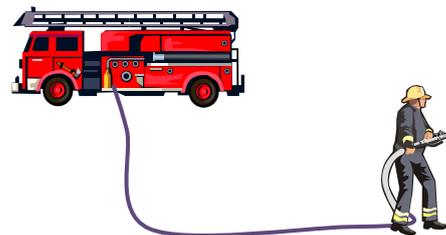
1. En déduire les vitesses d'écoulement du fluide en entrée et en sortie de tuyau.
2. Calculer le débit massique.

Si on considère que l'entrée et la sortie d'eau sont à des hauteurs identiques, la longueur de la lance étant de 30 m.

3. Calculer la pression  $p$  que doit fournir le compresseur du camion
4. Si la lance est orientée verticalement, à quelle hauteur arriverait le jet d'eau si l'on néglige tous les frottements.

La perte de charge dans les tuyaux est de 1,5 bar pour 100 m (application du théorème de Bernoulli).

5. Calculer la nouvelle pression  $p'$  que doit fournir le compresseur du camion pour compenser la perte de charge



3,3 m/s	27 m/s
4,16 kg/s	
$4,59 \cdot 10^5$ Pa	
37,2 m	
5 bars	

### Exercice 2: Equation de continuité dans un nettoyeur haute pression

On donne la masse volumique de l'eau =  $1000 \text{ kg/m}^3$ , masse volumique de l'air =  $1.29 \text{ kg/m}^3$ .

On considère un nettoyeur haute pression. La pression est de 120 bars et le débit de 8,4 l/min.

- 1) Quelle doit être la section en sortie de tuyau pour que la vitesse de sortie soit de 140 m/s ?
- 2) Quelle est la vitesse de l'eau dans le tuyau sachant que la section a un diamètre de 1,2 cm ?

$1 \text{ mm}^2$
1,23 m/s

### Exercice 3: Equation de continuité Bac STL 1996

On considère une canalisation AB où s'écoule de l'eau, considérée comme un fluide parfait.

Les diamètres respectifs des canalisations en A et B sont respectivement  $D_A = 11,0 \text{ cm}$  et  $D_B = 9,0 \text{ cm}$ .

Le point B se trouve placé 10 m plus haut que le point A par rapport au niveau du sol.

La pression en A est  $p_A = 5,0 \text{ bars}$ .

La vitesse moyenne de l'eau en A est  $v_A = 4,0 \text{ m.s}^{-1}$ .

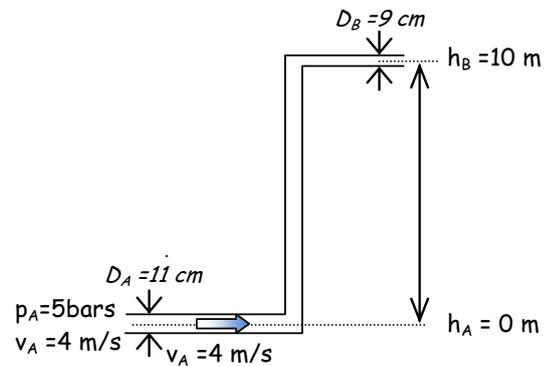
- 1) Faites un schéma où apparaîtront les divers éléments connus aux points A et B.
- 2) Déterminez le débit volumique.
- 3) En déduire le débit massique.
- 4) En utilisant l'équation de continuité déterminer la vitesse  $v_B$  du fluide en B.

La vitesse en A est inchangée et la vitesse en B sera prise de  $6,0 \text{ m.s}^{-1}$ .

- 5) Ecrire l'équation de Bernoulli et expliciter chacun des termes (grandeurs, unités de chaque terme)
- 6) Décrire l'opération effectuée par l'équation de Bernoulli (sur quel principe se base-t-elle) ?
- 7) Faire un schéma où vous indiquerez l'ensemble des grandeurs connues aux deux points A et B
- 8) Evaluer la pression statique  $p_B$  en B.
- 9) Quelle serait la conséquence d'une perte de charge sur les grandeurs du point B (les grandeurs du point A restant identiques)

$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$        $\rho (\text{eau}) = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ .

0,038 m<sup>3</sup>/s  
 38 kg/s  
 5,97 m/s  
 Conservation de l'énergie  
 392 000 Pa  
 Baisse de pression



**Exercice 4: Pompe(1)**

Une pompe est entraînée par un moteur électrique de puissance 7kW et de couple utile 60N.m. Cette pompe débite 30l/min sous une pression de 100 bars.

La cylindrée Cyl étant donnée par 
$$Q[L/min] = \frac{N[tr/min] \times Cyl[cm^3/tr]}{1000}$$

Calculer :

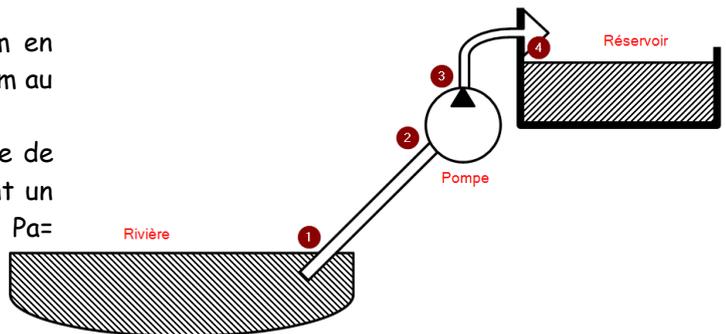
- 1) La vitesse de rotation de la pompe.
- 2) Sa cylindrée en cm<sup>3</sup>/tr.
- 3) La puissance fournie et son rendement.

1108 tr/min 27 cm<sup>3</sup>/tr  
 5 kW 71%

**Exercice 5: Pompe(2)**

Une pompe aspire l'eau d'une rivière(1) située 8m en contrebas et la refoule dans un réservoir situé 10 m au dessus d'elle (4).

Le débit de la pompe est de 36m<sup>3</sup>/h, sa fréquence de rotation est de 500 tr/min. Les tuyaux utilisés ont un diamètre de 8 cm. On donne ρ= 1000 kg/m<sup>3</sup> et Pa= pression atmosphérique = 1 bar.



- 1) Calculer la cylindrée de la pompe.
- 2) Calculer la vitesse de l'eau dans les tuyaux.
- 3) Rappeler le théorème de Bernoulli dans le cas général. On expliquera les différents termes et on donnera les unités.
- 4) En utilisant le théorème de Bernoulli entre 1 et 2, déterminer p<sub>2</sub> permettant l'aspiration (on prendra v<sub>1</sub>=0 et p<sub>1</sub>=Pa).
- 5) Déterminer p<sub>3</sub> assurant le refoulement de l'eau. (On prendra p<sub>4</sub>=Pa). (Théorème de Bernoulli entre 3 et 4).
- 6) Pour chacune de ces pressions, préciser si elles correspondent à une surpression ou à une dépression.
- 7) Déterminer l'énergie de pompage nécessaire. (Bernoulli entre 2 et 3).
- 8) Déterminer la puissance utile de la pompe.(puissance transmise au fluide).
- 9) Le rendement étant de 85%, en déduire la puissance mécanique de celle-ci. (On prendra P<sub>H</sub>= 1800 W).

1200 cm<sup>3</sup>/tr 2m/s 19640 Pa 198 000 Pa  
 atmo dépress surpress atmo  
 178 360 Pa 1784 W

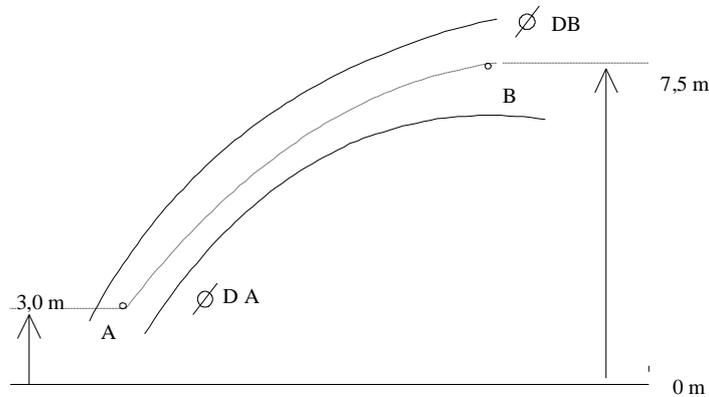
### Exercice 6: Relation de Bernoulli :

De l'eau (supposé fluide parfait) s'écoule du point A au point B avec un débit-volume de 350 L/s.  
La pression en A vaut 0,70 bar.  
Calculer la pression en B (détailler les calculs littéraux, puis les applications numériques).

Données :

Diamètres aux points A et B :

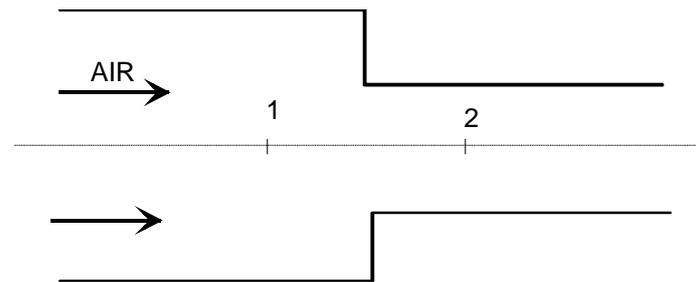
$$D_A = 35,0 \text{ cm}, D_B = 64,0 \text{ cm}.$$



Continuité du débit : 3,638 m/s et 1,088 m/s 0,32 bar = 32 000 Pa
---

### Exercice 7: Convergent dans l'air :

On considère le convergent horizontal ci-contre dans lequel circule de l'air (supposé fluide parfait incompressible).



Le débit-volume  $q_v$  vaut  $220 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$ .  
 $S_1 = 6,5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$  et  $S_2 = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ .

0,704 kg/m <sup>3</sup> 3,385 m/s 11 m/s 175 Pa 1,75mbar 17,8 mm $\Delta p$ très faible
--

- 1- Calculer le débit-masse  $q_m$ . On supposera la masse volumique de l'air constante  $\rho$  (air) =  $3,20 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .
- 2- Calculer les vitesses moyennes  $v_1$  et  $v_2$ .
- 3- Calculer la différence de pression  $\Delta p = p_1 - p_2$  aux bornes du convergent.  
Donner sa valeur en Pascal et mbar.
- 4- Calculer la dénivellation  $h$  d'un manomètre différentiel à eau branché entre les points 1 et 2.
- 5- Expliquer pourquoi on peut considérer la masse volumique de l'air comme constante.

### Exercice 8: Turbine STI 1997

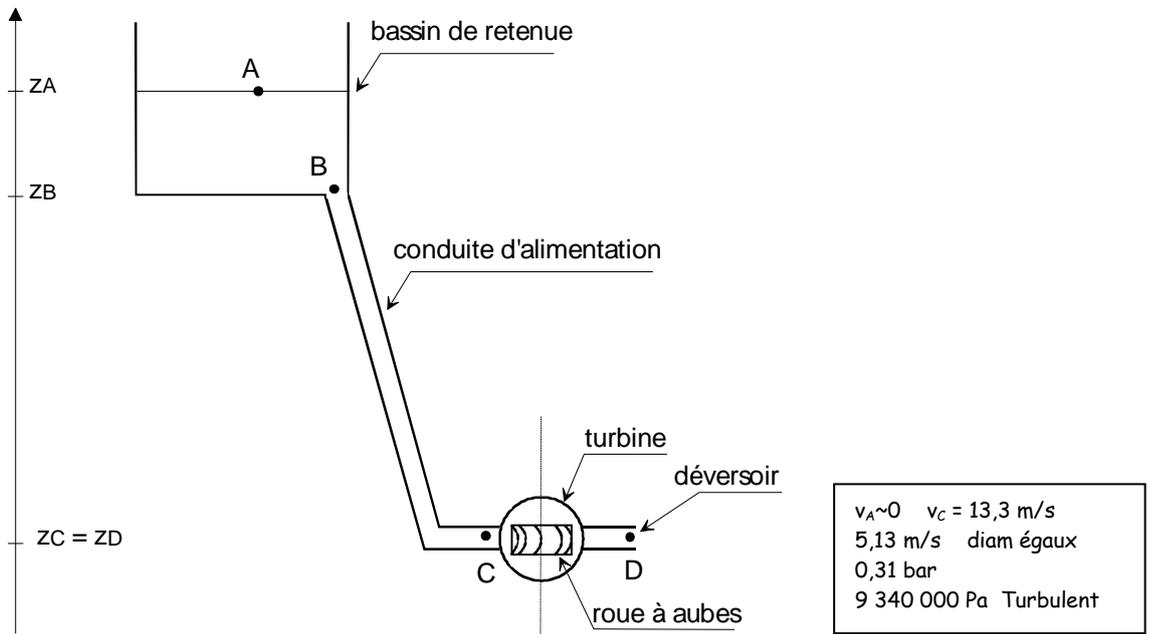
Une turbine est alimentée par une retenue d'eau selon le schéma ci-dessous.

On donne :

Diamètre  $d$  de la conduite d'alimentation et de déversoir :  $d = 700$  mm  
Pression aux points A, B, C et D :  $p_A = p_D = 1,01$  bar  $p_C = 1,1$  bar  
Cote des points A, B et C :  $z_A = 363$  m  $z_B = 361$  m  $z_C = 353$  m  
Viscosité dynamique de l'eau :  $1,00 \times 10^{-3}$  Pa·s

L'eau sera considérée comme un fluide parfait incompressible et on supposera que le niveau de l'eau dans la retenue est constant.

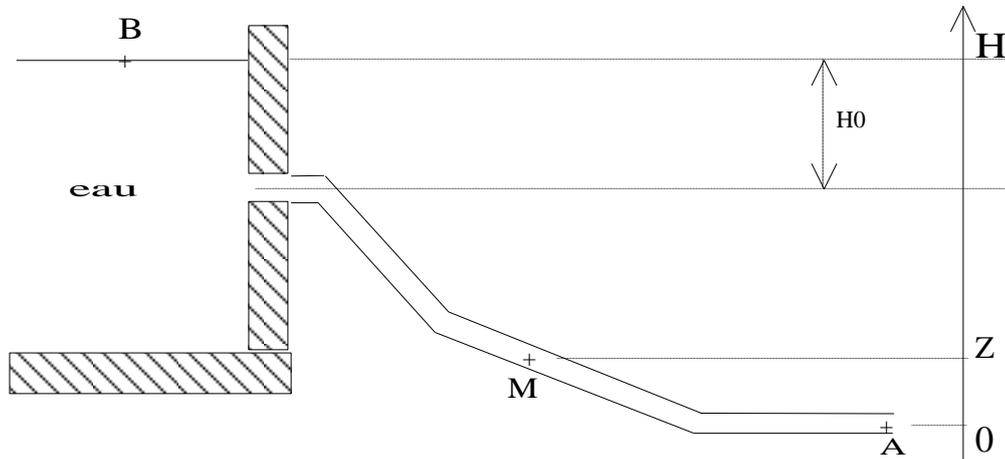
1. Calculer, dans ces hypothèses, la vitesse d'écoulement  $v_C$  du fluide au point C (c'est-à-dire à l'entrée de la turbine).
2. En déduire le débit-volume  $q_v$  de l'eau dans la conduite.
3. Justifier que les vitesses d'écoulement en B et en C sont égales.
4. Calculer la pression  $p_B$  à l'entrée de la conduite.
5. Calculer la puissance fournie par l'eau à la turbine.
6. Calculer le nombre de Reynolds de l'écoulement de l'eau. En déduire la nature du régime de cet écoulement.



### Exercice 9: Conduite forcée . Phénomène de cavitation :

Une conduite amène de l'eau à la température moyenne de 10 °C , de masse volumique constante  $\rho$ , d'un barrage vers la turbine d'une centrale hydroélectrique. La conduite cylindrique, de diamètre constant  $D = 30,0$  cm et de longueur  $L = 200$  m, se termine horizontalement, son axe étant situé à  $H = 120$  m au-dessous de la surface libre de l'eau dans le barrage de très grande capacité. Le départ de la conduite est à  $H_0 = 20$  m au dessous du niveau pratiquement constant. On néglige tout frottement et on prendra les valeurs numériques suivantes :  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $p_{\text{atm}} = 1,01 \text{ bar}$ . pression de vapeur saturante de l'eau à 10 °C : 12,4 mbar

Schéma :



1- Calculer littéralement la vitesse  $v_A$  du fluide à la sortie A (extrémité à l'air libre) ; faire l'application numérique.

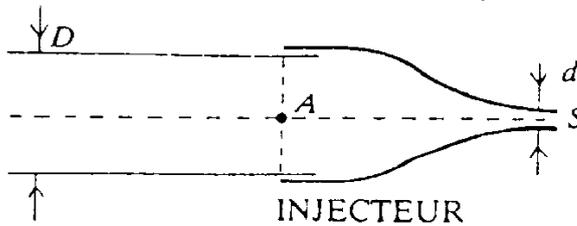
Calculer le débit-volume  $q_v$  à la sortie.

2 - Déterminer littéralement la pression  $p_M$  au point M de côte z.

Donner l'allure de  $p_M = f(z)$  ; pour quelles valeurs de z la pression de l'eau devient-elle inférieure à la pression saturante de l'eau ? Quel serait le phénomène observé pour cette valeur limite de z ?

3 - Pour éviter ce problème dans la conduite, on dispose à l'extrémité A de la conduite une tubulure de section décroissante (injecteur), de diamètre de sortie d et d'axe horizontal.

Expliquer qualitativement comment est modifiée la pression à l'intérieur de la conduite.



48,5 m/s	3,43 m <sup>3</sup> /s
$p_M = 101\,000 - 1000 \times 9,81 \times z$	
10,17 m	
Vitesse plus forte, pression plus faible	

### Exercice 10: Ecoulement laminaire :

1- On pompe de l'huile de densité 0,86 par un tuyau horizontal de diamètre  $D = 5,0$  cm, de longueur  $L = 300$  m, avec un débit-volume de 1,20 L/s ; la différence de pression entre les extrémités du tuyau vaut  $20,6 \times 10^4$  Pa. Calculer la viscosité cinématique et dynamique de l'huile (on fera l'hypothèse d'un écoulement laminaire que l'on justifiera à posteriori). Rappel :  $\Delta P = 32\mu \frac{L \times v}{D^2}$

$\mu = 0,088 \text{ Pa.s}$	$\nu = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$	$Re = 0,3$
200 000 Pa	0,22m	
Re = 5602 pas vérifiée		

2- Pour du fuel lourd, on donne les valeurs numériques suivantes :

$\rho = 912 \text{ kg.m}^{-3}$  ;  $\nu = 2,05 \times 10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  ;  $q_v = 20,0 \text{ L.s}^{-1}$  ;  $L = 1,0 \text{ km}$ .

2.1- Pour une canalisation de longueur L, la perte de charge vaut 2,0 bar. Exprimer  $\Delta p$  en Pascal.

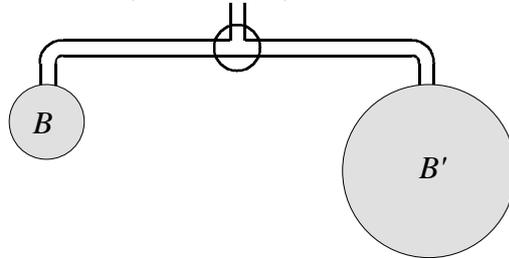
2.2- En faisant l'hypothèse d'un écoulement laminaire, en déduire le diamètre D de la canalisation.

2.3- Calculer ensuite le nombre de Reynolds Re et vérifier que l'hypothèse de l'écoulement laminaire est bien vérifiée.

### Exercice 11: Bulle tension superficielle

La surpression entre la pression intérieure et la pression extérieure d'une bulle d'eau de savon de rayon  $R$  est donnée par la relation :  $p_i - p_e = 4\gamma / R$  dans laquelle  $\gamma$  est la tension superficielle de l'eau savonneuse. On gonfle une bulle  $B$  avec une eau de savon ( $\gamma = 30,0 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ ), en exerçant une surpression de 5 Pa.

- 1- Quel est le rayon de la bulle ?
- 2- Comment varie le rayon de la bulle lorsque la surpression augmente ?
- 3- Lorsqu'on souffle de l'air dans une bulle de savon pour la faire grossir, comment varie la pression à l'intérieur de la bulle ?
- 4- À l'aide d'un dispositif muni d'un robinet à trois voies, on gonfle deux bulles de savon  $B$  et  $B'$  de rayon, respectivement  $R$  et  $R'$ , avec  $R < R'$  (voir schéma). On met en communication les deux bulles. Que se passe-t-il ?



2,4 cm  $R$  diminue  
 $P_i$  diminue (si  $P_e$  est constant)  
 $R = R'$

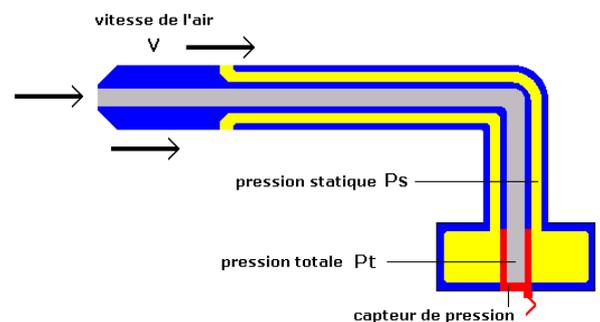
### Exercice 12: Tube de Pitot

Pour connaître la vitesse d'écoulement de l'air à 20 °C (considéré comme un fluide parfait) dans une cheminée de section 2,00 m<sup>2</sup>, on utilise un tube de Pitot et on mesure une différence de pression de 0,250 mbar entre les deux prises de pression.

- 1- Déterminer la vitesse de l'air dans la cheminée
- 2- Déterminer le débit-volume et le débit-masse de l'air dans la cheminée.

Données :

Masse volumique de l'air à 20 °C : 1,205 kg/m<sup>3</sup>



6,5 m/s (0,250 mbar = 25 Pa)  
 13 m<sup>3</sup> / s 156 kg / s

### Exercice 13: Aspiration par effet venturi

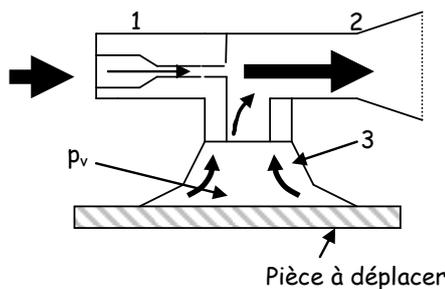


Schéma de principe

$P_a = 100\,000 \text{ Pa}$ ,

$S = 40 \text{ cm}^2 =$  aire de la ventouse,

$g$  accélération de la pesanteur = 10 N/kg.

$z_1 = z_2$  tous les points sont à la même altitude.

Ce système de préhension par le vide fonctionne grâce à l'effet Venturi.

Un étranglement (1) accélère l'air vers l'orifice (2) provoquant ainsi une dépression. L'air situé dans la ventouse (3) est entraîné, ce qui provoque une dépression dans la ventouse.

Le générateur de vide est alimenté par un débit d'air  $Q = 10 \text{ l}\cdot\text{min}^{-1}$ , sous une pression  $P_1 = 5 \text{ bars}$ .

1 Calculer la vitesse  $v_2$  d'écoulement de l'air dans la section  $S_2$  si elle est égale à  $2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$ .

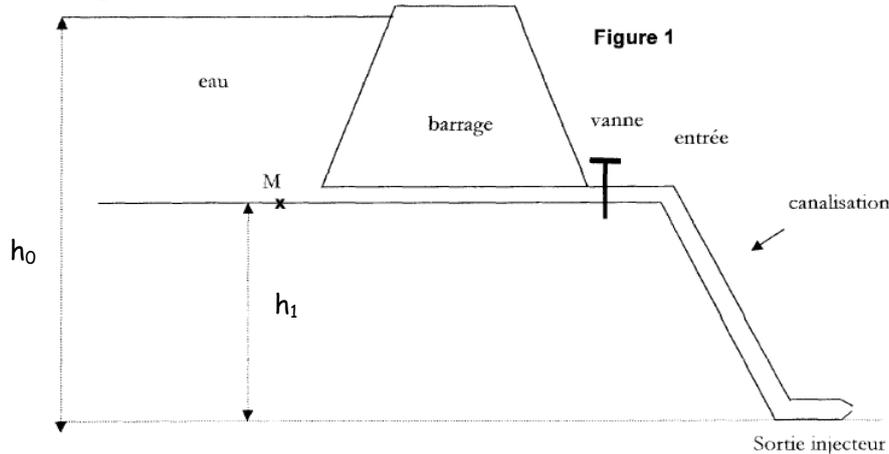
2 Calculer la pression  $P_2$  dans la section  $S_2$ , si l'on néglige la vitesse d'écoulement ( $v_1 = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ), la masse volumique de l'air égale à  $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  à 20°C.

3 Calculer  $F$ , la valeur de la force d'attraction de la ventouse si  $F = (P_{\text{atm}} - P_2) \cdot S$ , avec  $S$  la surface de contact de la ventouse égale à  $0,0040 \text{ m}^2$ .

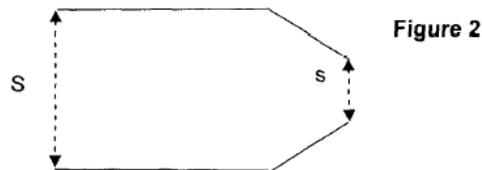
1 : 500 000 Pa 0 m / s (néglig)  
 2 : 833 m/s et 83 700 Pa  
 65N soit 6,5 kg

## Exercice 14: BTS Géomètre topographe 2004 : Alimentation à la sortie d'un barrage

L'eau d'un lac artificiel, retenue par un barrage de montagne, alimente une centrale hydroélectrique située à la sortie d'une canalisation (figure 1 ci-dessous).



La canalisation, de section constante  $S$ , se termine par un injecteur schématisé (figure 2 ci-dessous). La section de sortie de l'injecteur est  $s$ . On se propose d'étudier le rôle de l'injecteur.



On donne l'équation de Bernoulli pour un fluide parfait en écoulement permanent

$$P + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z = Cte$$

On négligera la variation du niveau d'eau du lac au cours de l'écoulement.

### Données numériques

- les altitudes sont mesurées en prenant comme référence la sortie de la canalisation
- $h_0 = 100 \text{ m}$  ;  $h_1 = 60 \text{ m}$
- les sections de la canalisation sont :  $S = 3 \text{ m}^2$        $s = 2 \text{ m}^2$
- masse volumique de l'eau :  $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .
- intensité de la pesanteur :  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .
- pression atmosphérique :  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ .

1) La vanne située à la sortie du barrage est fermée. Déterminer la pression en un point M situé au fond du lac. La vanne est maintenant ouverte. À la sortie de la canalisation, l'eau s'écoule dans l'air.

- 1.1. Montrer que la vitesse de l'eau à la sortie de l'injecteur est  $v_1 = 44,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .
- 1.2. Calculer le débit massique  $Q_m$  de l'eau.
- 1.3. En utilisant l'équation de continuité, calculer la vitesse  $v_2$  de l'eau en un point situé avant la sortie de l'injecteur. Que peut-on dire de cette vitesse en d'autres points de la canalisation ?
- 1.4. Déterminer l'altitude  $h'$ , de l'entrée de la canalisation pour laquelle la pression s'annulerait.
- 1.5. Comparer  $h'$ , à l'altitude  $h$ , du fond du barrage et conclure.

2) On supprime l'injecteur.

- 1.6. Quelle est la vitesse à la sortie de la canalisation ?
- 1.7. Déterminer l'altitude  $h''$ , de l'entrée de la canalisation pour laquelle la pression s'annulerait.
- 1.8. Justifier la nécessité de l'injecteur à la sortie de la canalisation.

492 000Pa - 88 600 kg/s - 29,5 m/s - identique -  $h' = 66 \text{ m} > 60 \text{ m}$  - pas dans les canalisations → NoPb  
 44,3 m/s - 10,2 m - basses pression → cavitation (vapeur) → il faut diminuer la vitesse dans la canalisation.

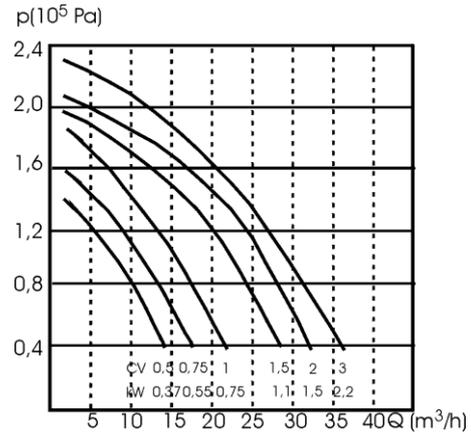
## Exercice 15: BTS Mécanisme et Automatisme Industriels 2000

Une motopompe réinjecte dans un bassin de piscine une eau préalablement filtrée.

Le volume d'eau à traiter est de  $100 \text{ m}^3$ .

La filtration doit être totale en 5 heures.

1. Préciser le débit  $Q$  en  $\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  nécessaire de la motopompe.
2. La motopompe utilisée présente les caractéristiques ci-contre données par le constructeur. Sachant que la pression nécessaire est de  $1,2 \times 10^5 \text{ Pa}$ , en déduire graphiquement la puissance utile (en kW) de la motopompe.
3. Choisir dans le catalogue fourni en annexe, le numéro du moteur asynchrone triphasé pouvant assurer cette puissance et relever ses caractéristiques électriques



### ANNEXE

Moteurs asynchrones triphasés 50 Hz 230V/400V

N°	Puissance nominale à 50Hz $P_N$ (kW)	Vitesse nominale $N_N$ (tr/min)	Intensité nominale $I_N$ (400V)	Facteur de puissance $\cos \phi_N$	Rendement $\eta$
1	0,12	2760	0,46	0,70	56
2	0,25	2800	0,5	0,75	67
3	0,55	2800	1,35	0,80	75
4	0,75	2810	1,8	0,82	75
5	1,1	2845	2,3	0,86	79,5
6	1,5	2850	3,0	0,88	81,5
7	1,8	2850	3,6	0,89	82
8	2,2	2850	4,3	0,90	82
9	3	2860	6,3	0,83	82
10	3,7	2870	7,8	0,84	81
11	4	2840	8,1	0,86	83

20  $\text{m}^3/\text{h}$  - 1,1 kW - Moteur

## Exercice 16: BTS Etk 2009 Métropole

### Equipement d'un forage d'eau potable

La Société des Sources de Soultzmatt est une Société d'Economie Mixte (SEM) dont l'activité est l'extraction et l'embouteillage d'eau de source en vue de sa commercialisation.

#### Résumé de l'historique du projet et enjeux:

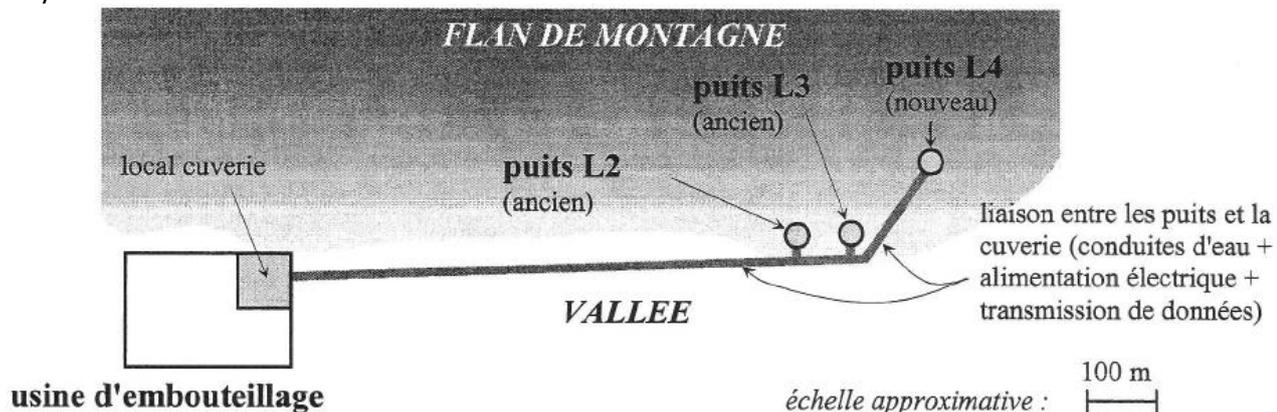
La production annuelle d'eau de source de la SEM des eaux de Soultzmatt s'élève aux environs de 22 millions de cols (bouteilles). En tenant compte de l'eau de rinçage, cette production correspond à une consommation globale de 40 000 m<sup>3</sup>/an.

La société envisage d'amener sa production annuelle à 36 millions de cols, soit un besoin total en eau de source de 60 000 m<sup>3</sup>. Elle doit donc augmenter ses capacités d'extraction et pour cela mettre en exploitation un nouveau forage (L4) assurant un débit maximum de 10 m<sup>3</sup>/h (donnée du cahier des charges défini par la société). L'enjeu est donc d'obtenir en **quantité suffisante** une eau de **qualité contrôlée**.

#### Description de l'installation :

L'eau est pompée à partir de 3 puits (L2 et L3 sont les plus anciens, L4 a été installé en 2007 et fera l'objet de cette étude), jour et nuit, vers un local « cuverie », qui sert de stock tampon en entrée du cycle de production. L'eau est ensuite embouteillée sur 2 chaînes (une chaîne bouteilles plastique et une chaîne bouteilles verre) avant palettisation et stockage. Cette partie sera hors étude.

Le puits L4 est à environ un kilomètre de l'usine et le suivi devra se faire à distance.



**plan schématique du site : puits et usine d'embouteillage**

#### Problématiques abordées :

Pour répondre à la commande de production de cols, il est nécessaire de contrôler le débit et la qualité de l'eau. Cela conduira à dimensionner la pompe immergée et à déterminer les outils de contrôle indispensables.

#### Les parties abordées seront donc les suivantes :

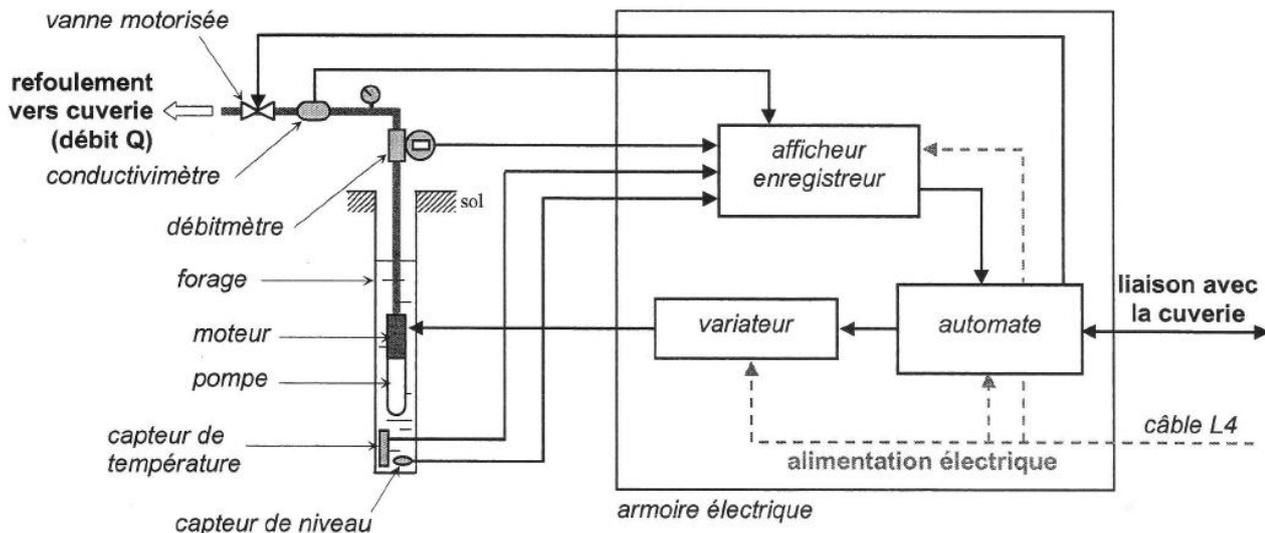
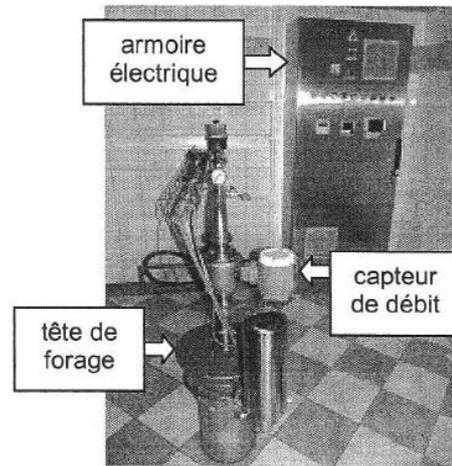
- dimensionner et choisir la pompe immergée et réguler le débit.
- alimenter le puits en énergie électrique: déterminer la section de câble, choisir protections.
- obtenir une qualité contrôlée : choisir les capteurs et l'instrumentation associée.
- contrôler cette qualité à distance : choisir et étudier partiellement le support communication.

### **Présentation du puits L4**

Le puits L4, sujet de cette étude, est constitué d'un forage et d'un local technique abritant la tête de forage et les équipements, comme le montre la photo de droite.

La pompe et son moteur d'entraînement sont immergés au fond du forage. Le moteur est piloté par un variateur de vitesse ATV 61 lui-même commandé par un automate qui assure à la fois la régulation du débit d'eau dans la conduite de refoulement et le dialogue entre les équipements du puits et la cuverie, celle-ci étant distante de presque 1 km. Un ensemble de capteurs permettent de maîtriser le pompage et de surveiller la qualité de l'eau.

La figure 1 présente, d'un point de vue fonctionnel, les équipements du puits.



**figure 1 : schéma des équipements du puits L4**

La valeur moyenne du débit  $Q$  de la pompe, fixée par les besoins en eau de l'usine, est de  $7 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ . Pour s'adapter aux variations de niveau du puits L4, il peut varier entre  $Q_{\min} = 4 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  et  $Q_{\max} = 10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$

## A. Choix de la pompe

La figure 2 présente le profil de la conduite hydraulique reliant la pompe immergée du puits L4 à la cuve 1R de la cuverie, destinée à recevoir l'eau de ce puits.

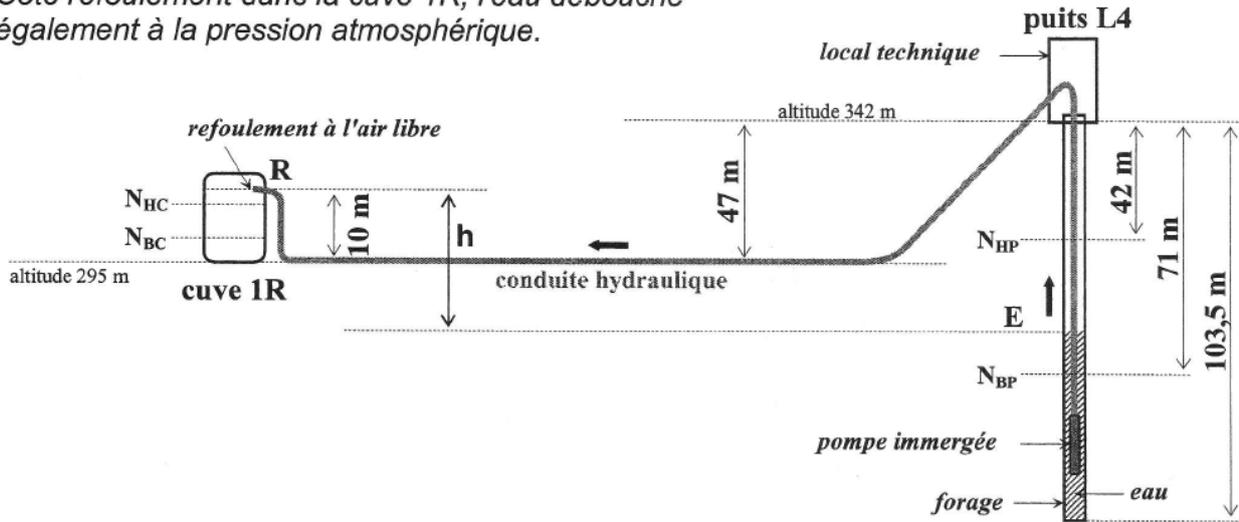
Il s'agit d'une conduite en PVC de diamètre intérieur  $D = 50 \text{ mm}$  et de longueur totale  $L = 920 \text{ m}$ .

Les pertes de charge linéiques le long de cette conduite dépendent du débit volumique  $Q$  et sont données par :

$$J = 0,076 \times Q^2 + 0,26 \times Q \quad \text{où } J \text{ sont les pertes de charge pour } 100 \text{ m de conduite (elles sont exprimées en m de colonne d'eau). } Q \text{ est le débit (exprimé en } \text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}\text{)}$$

Vu la grande longueur et la forme de la conduite, on négligera les pertes de charge singulières devant les pertes de charge régulières.

Une prise d'air en haut du forage permet de maintenir la pression de la surface de l'eau dans le puits à la pression atmosphérique. Côté refoulement dans la cuve 1R, l'eau débouche également à la pression atmosphérique.



**figure 2 : profil de l'installation hydraulique**

Au cours d'une année, le niveau d'eau dans le puits peut varier entre une valeur minimale  $N_{BP}$  et maximale  $N_{HP}$ .

Données : masse volumique de l'eau :  $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

accélération du champ de pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

### A.1. caractéristiques hydrauliques de l'installation en vue du choix de la pompe et du moteur

On rappelle l'expression de la puissance hydraulique  $P$  d'une pompe :

$$P = Q \cdot \rho \cdot g \cdot H_{\text{pompe}}$$

où  $Q$  est le débit de fluide traversant la pompe (exprimé en  $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ ) et  $H_{\text{pompe}}$  sa hauteur manométrique totale.

Ainsi que l'expression du théorème de Bernoulli généralisé :

$$p_B + \rho \cdot g \cdot z_B + \frac{1}{2} \rho \cdot v_B^2 = p_A + \rho \cdot g \cdot z_A + \frac{1}{2} \rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot H_{\text{pompe}} - \rho \cdot g \cdot \Delta H$$

où  $p_B$ ,  $z_B$  et  $v_B$  sont respectivement la pression, l'altitude et la vitesse du fluide en un point B situé en aval de l'écoulement

-  $p_A$ ,  $z_A$  et  $v_A$  sont respectivement la pression, l'altitude et la vitesse du fluide en un point A situé en amont de l'écoulement

-  $H_{\text{pompe}}$  et  $\Delta H$  la hauteur manométrique de la pompe et les pertes de charges exprimées en m de colonne de fluide

**A.1.1.** Déterminer les valeurs  $h_{\min}$  et  $h_{\max}$  du dénivelé  $h$  entre le point de refoulement dans la cuve 1R et la surface de l'eau dans le puits (voir figure 2):

- $h_{\min}$  : valeur de  $h$  lorsque l'eau dans le puits est au niveau haut  $N_{HP}$
- $h_{\max}$  : valeur de  $h$  lorsque l'eau dans le puits est au niveau bas  $N_{BP}$ .

Indiquer les valeurs trouvées dans la colonne de gauche du tableau du document-réponse A.1

**A.1.2.** En appliquant le théorème de Bernoulli généralisé, entre les points E et R, établir une relation entre :

- $H_{\text{pompe}}$  : hauteur manométrique totale de la pompe (nécessaire à faire circuler l'eau dans l'installation) exprimée en m de colonne d'eau
- $h$  : le dénivelé défini à la question précédente
- $\Delta H$  : les pertes de charges totales dans la conduite exprimées également en m de colonne d'eau.

On admettra que les termes correspondant à l'énergie cinétique volumique sont négligeables devant les autres termes de la relation.

**A.1.3.** En déduire que  $H_{\text{pompe}}$  peut s'exprimer en fonction du débit  $Q$  dans la conduite par la relation :

$$H_{\text{pompe}} = 0,7 \cdot Q^2 + 2,4 \cdot Q + h \text{ avec } H_{\text{pompe}} \text{ en m et } Q \text{ en } \text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}.$$

- A.1.4.** Compte tenu des caractéristiques de l'installation et des variations possibles du débit, calculer la valeur maximale de  $H_{pompe}$ .
- A.1.5.** Calculer la puissance hydraulique  $P_{hydrau}$  que doit fournir la pompe pour assurer un débit  $Q = 10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  avec un dénivelé  $h = h_{max}$ .
- A.1.6.** En s'aidant des questions précédentes, compléter le tableau du document réponse A.1 en indiquant pour chaque cas :
- la hauteur manométrique totale nécessaire apportée par la pompe  $H_{pompe}$ .
  - la puissance hydraulique fournie par la pompe  $P_{hydrau}$ .

## A.2. Validation du choix de la pompe et du moteur

La pompe choisie est un modèle centrifuge immergé, destiné à ce type d'application. Sa vitesse maximale de rotation est de  $3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

Son réseau de caractéristiques hydrauliques (en traits pleins) est fourni sur le document réponse A.2, c'est-à-dire les courbes représentant la hauteur manométrique totale de la pompe en fonction de son débit pour différentes vitesses de rotation (données du constructeur).

Sur ce même document-réponse figurent également les caractéristiques (en traits pointillés) de l'installation (hauteur manométrique totale nécessaire en fonction du débit) pour les 2 cas extrêmes correspondant respectivement à  $h = h_{min}$  (l'eau dans le forage est au niveau haut) et à  $h = h_{max}$  (l'eau dans le forage est au niveau bas).

Le moteur d'entraînement est de type asynchrone triphasé, de puissance  $7,5 \text{ kW}$  et de vitesse nominale  $2870 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

- A.2.1.** On rappelle que la plage de variation de débit souhaitée s'étend de  $4$  à  $10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ . Compléter le document-réponse A.2 en hachurant la surface correspondant à l'ensemble des points de fonctionnement possibles de la pompe. Conclure quant à la validité du choix de cette pompe.
- A.2.2.** En déduire  $h_{min}$  et  $h_{max}$ , respectivement valeur minimale et valeur maximale de la vitesse de rotation de la pompe lors de son fonctionnement sur le site.
- A.2.3.** Pour un débit  $Q = 10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ , la pompe choisie a un rendement mécanique  $\eta_{pompe} = 65 \%$ . Déterminer la puissance utile  $P_u$ , que devra délivrer le moteur d'entraînement dans les conditions de la question A.1.5.
- A.2.4.** A l'aide des résultats des 2 questions précédentes, valider le choix du moteur.

5m	34m	-	$H_{pompe} = \Delta H + h$	-	pour $10 \text{ m}^3/\text{h}$ ;	34m	$H_{pompemax} = 128\text{m}$	-	3,49 kW
Tableau : 25,8m 281W - 99m 2700W - 54,8m 597W - 128m 3490W									
1250 tr/min	2800 tr/min								
3,49 kW	->	5,37 kW							
2800 < 2870	et	5,37kW < 7,5 kW							



**document-réponse A.1**

	$Q = Q_{\min} = 4 \text{ m}^3/\text{h}$	$Q = Q_{\max} = 10 \text{ m}^3/\text{h}$
$h = h_{\min} =$	$H_{\text{pompe}} =$ $P_{\text{hydrau}} =$	$H_{\text{pompe}} =$ $P_{\text{hydrau}} =$
$h = h_{\max} =$	$H_{\text{pompe}} =$ $P_{\text{hydrau}} =$	$H_{\text{pompe}} =$ $P_{\text{hydrau}} =$

**document-réponse A.2**

