BTS électrotechnique 2ème année - Sciences physiques appliquées

CH1 : Solide en mouvement de translation

Enjeu :

Motorisation des systèmes

Problématique :

En tant que technicien supérieur, il vous revient la charge de motoriser le chariot d'un portique de chargement de bateau.

Dans un premier temps, il faut déterminer les forces mécaniques mises en jeu dans le mouvement de translation pour répondre aux contraintes du cahier des charges.

Ce calcul permettra par la suite, de déterminer la puissance mécanique nécessaire au mouvement (chapitre 2) et de dimensionner le moteur (chapitre 4).

Rapport au programme :

A3. SOLIDE ET FLUIDE EN MOUVEMENT

A3.1. Principe fondamental de la dynamique appliqué au solide :

- En mouvement de translation

Objectifs :

A l'issue de la leçon, l'étudiant doit :			
1.1	Savoir calculer une vitesse moyenne connaissant la distance parcourue et la durée de parcours		
1.2	Savoir déterminer un profil d'accélération à partir d'un profil de vitesse		
1.3	Savoir calculer une durée de parcours pour un mouvement rectiligne uniforme, la vitesse étant connue		
1.4	Savoir calculer une durée de parcours pour un mouvement rectiligne uniformément accéléré, l'accélération étant connue		
1.5	Savoir différencier masse et poids		
1.6	Savoir utiliser le PFD pour déterminer une accélération ou une force		

Travail à effectuer :

⇨ **Lire attentivement l'annexe (en essayant de le comprendre).**

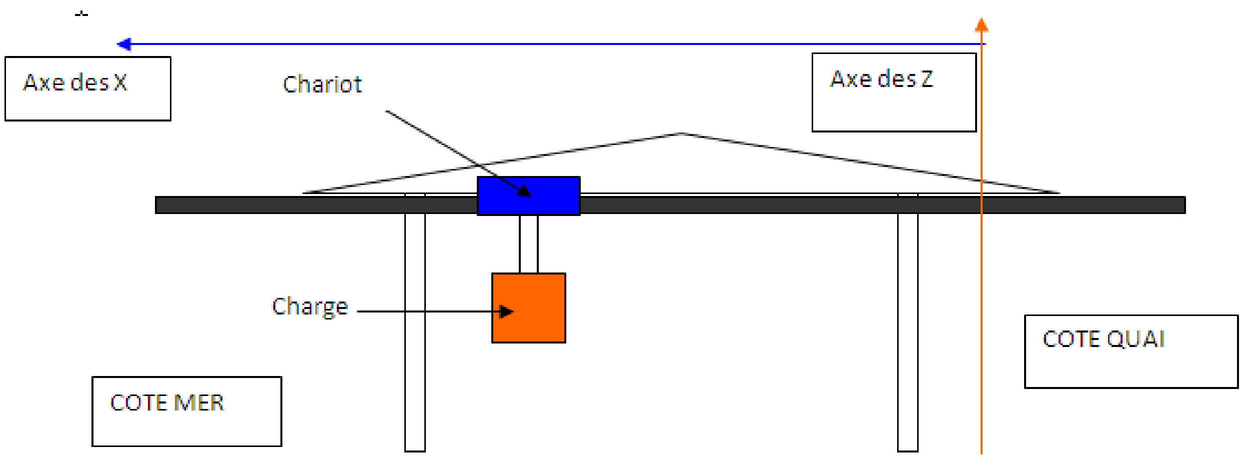
⇨ **Répondre à la problématique au travers des questions suivantes (au brouillon) :**

Le portique se compose d'un bâti qui se déplace sur des rails sur le quai du port.

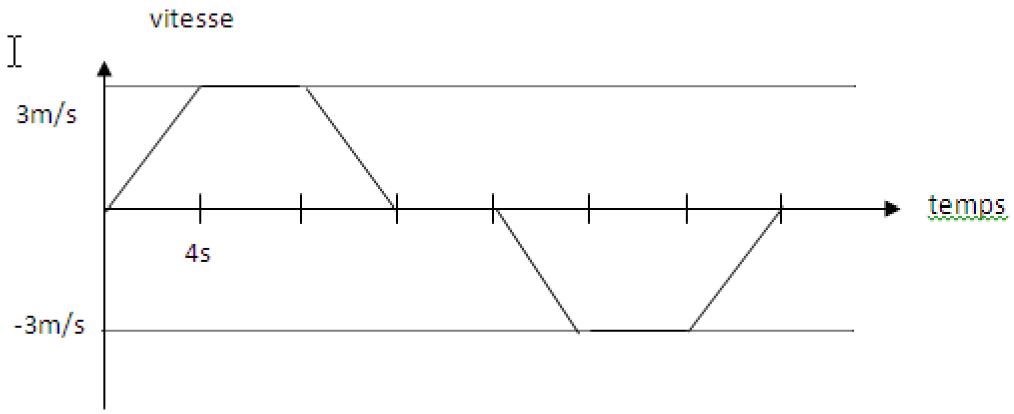
Le bâti supporte un chariot de pont roulant de M=32 tonnes se déplaçant perpendiculairement au quai.

Le chariot peut lever ou descendre des charges de masse m=50 tonnes.

Du point de vue mécanique on est en présence de trois mouvements de translations indépendants, selon les trois axes. Cependant, dans la problématique, on s'intéresse uniquement au déplacement du chariot (suivant l'axe des x).



On donne le profil cinématique (profil de vitesse) du mouvement du chariot :



La masse déplacée est M+m=82 tonnes.
On cherche à déterminer le diagramme de la force F nécessaire au mouvement du chariot.

1 – Calculer l'accélération a dans les 7 phases du mouvement avec son signe.

2 – On néglige toute force s'opposant à l'avancement (frottements). Faire le bilan des forces.

3- En déduire que F=(M+m)a.

4- En déduire la force F nécessaire au mouvement pour chaque phase avec son signe, puis représenter le diagramme de la force F (c'est à dire la force en fonction du temps).

⇨ **En utilisant l'annexe, réaliser la fiche résumée du chapitre. Pour cela, réécrire les différents objectifs et indiquer pour chacun la relation, la définition ou la méthode permettant de l'atteindre.**

Annexe du CH1 : cours de mécanique sur les solides en translation

1. Qu'est-ce la mécanique ?

La mécanique est l'étude du mouvement des systèmes matériels et éventuellement de leur équilibre qui n'est qu'un cas particulier correspondant à l'absence de mouvement.

Nous nous bornerons à l'étude du centre d'inertie du solide : les systèmes seront ramenés à leur centre d'inertie où sera supposée être concentrée la masse m du solide (point matériel).

2. Qu'est-ce que la position ?

En mécanique il faut distinguer distance et position :

- ✓ La distance ou longueur (d,l) correspond à la dimension d'un objet : elle est toujours positive.
  Exemples : longueur d'une vis, largeur d'une table, hauteur d'un étage.
- ✓ La position (x,y,z) est la position dans un système de coordonnées d'un objet sur un axe (1 dimension), un plan (2 dimensions) ou dans l'espace (3 dimensions) par rapport à une origine ou point de référence (référentiel).
  Dans le cas de la translation le déplacement s'effectue uniquement sur un axe. La position est alors repérée par une seule grandeur (souvent x pour un déplacement horizontal et z pour un déplacement vertical) qui peut être positive ou négative.

3. Qu'est-ce que la trajectoire ?

La trajectoire est définie par l'ensemble des positions occupées par le point matériel au cours du temps. Pour les mouvements de translations, la trajectoire est une droite (mouvement rectiligne).

4. Qu'est-ce que la vitesse ?

La vitesse v est le rapport entre une distance et le laps de temps nécessaire pour parcourir cette distance.
Pour une translation le long d'un axe x, si la vitesse est constante durant le déplacement, on peut la calculer en utilisant la relation :

$$\boxed{\underset{[m.s^{-1}]}{v} = \frac{\Delta x \ [m]}{\Delta t \ [s]}}$$

Remarque : Δx correspond à la distance parcourue. Par exemple, un solide qui se déplace sur l'axe des x de $x_{initial} = 1m$ à $x_{final} = 3m$, il a parcourue une distance $\Delta x = x_{final} - x_{initial} = 3 - 1 = 2m$

Si la vitesse n'est pas constante, on peut déterminer la vitesse instantanée en passant la notion de dérivée. En effet cela revient à utiliser la relation précédente pour une durée qui tend vers 0.

Ce qui donne $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ soit :

$$\boxed{v(t) = \frac{dx}{dt}}$$

Remarque : le "$\frac{d}{dt}$" signifie dérivée par rapport au temps t. Par exemple, quand en mathématiques on écrit $f'(x)$, on pourrait utiliser la notation $\frac{df}{dx}$.

5. Qu'est-ce que l''accélération ?

L'accélération est le rapport entre une variation de vitesse et le laps de temps nécessaire pour réaliser cette variation.

Si l'accélération est constante durant le déplacement, on peut la calculer en utilisant la relation

$$\boxed{\underset{[m.s^{-2}]}{a} = \frac{\overset{[m.s^{-1}]}{\Delta v}}{\underset{[s]}{\Delta t}} = \frac{v_{finale} - v_{initiale}}{\Delta t}}$$

Si l'accélération vitesse n'est pas constante, on peut déterminer l'accélération instantanée en passant la notion de dérivée :

$$\boxed{a(t) = \frac{dv}{dt}}$$

6. Quels sont les cas particuliers de mouvements de translation les plus fréquemment rencontrés ?

⇨ **Le mouvement rectiligne uniforme :**

Le mouvement est dit rectiligne uniforme si la **vitesse** est constante.

On a alors : $\boxed{v = Cte}$ (a=0)

On en déduit la position :

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$x = vt + Cte$$

Si à t=0, le mobile est à la position x=x_0, on obtient : $x_0 = v \times 0 + C$ (avec C : constante)

Ce qui donne $x_0 = C$ et donc :

$$x(t) = vt + x_0$$

$$x(t) - x_0 = vt$$

$$\boxed{\Delta x(t) = vt}$$

⇨ **Le mouvement rectiligne uniformément accéléré**

Le mouvement est dit rectiligne uniformément accéléré (ou varié) si son **accélération** est constante. Dans ce cas, la vitesse évolue alors linéairement.

Ceci correspond à la chute libre (sans frottement) d'un objet lâché avec une vitesse initiale nulle ou dirigée verticalement.

On a alors : $\boxed{a = Cte}$ (V n'est pas constant)

On en déduit la vitesse :

$$\frac{dv}{dt} = a$$

$$v = at + C_1$$

Si à t=0 la vitesse initiale est v_0, on obtient : $v_0 = a \times 0 + C_1$

Ce qui donne $v_0 = C_1$ et donc :

$$\boxed{v(t) = at + v_0}$$

De même, on en déduit la position :

$$\frac{dx}{dt} = v = at + v_0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + C_2$$

Si à t=0, le mobile est à la position x=x_0, on obtient : $x_0 = \frac{1}{2}a \times 0^2 + v_0 \times 0 + C_2$

Ce qui donne $x_0 = C_2$ et donc :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x(t) - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\boxed{\Delta x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t}$$

Rq : Dans la cas de la chute des corps, a =-g , où g est l'accélération de la pesanteur au lieu considéré.

7. Qu'est-ce qu'un référentiel Galiléen ?

On nomme par référentiel Galiléen tout référentiel en mouvement de translation uniforme par rapport au référentiel absolu (qui lui par définition est fixe)

Dans la pratique on considèrera un référentiel comme Galiléen si le mouvement étudié dans celui-ci peut-être décrit par les lois de Newton sans écart avec l'observation expérimentale.

Exemple : le référentiel terrestre peut être considéré Galiléen pour l'étude de la chute libre d'un corps mais pas pour l'étude de l'expérience du pendule de Foucault

8. Que dit la première loi de Newton (Principe d'inertie) ?

Dans un référentiel galiléen, le vecteur vitesse du centre d'inertie d'un système est constant si et seulement si la somme des vecteurs forces qui s'exercent sur le système est un vecteur nul.

Autrement dit, s'il n'y a pas de force qui s'exerce sur un corps (corps isolé), ou si la somme des forces s'exerçant sur lui est égale au vecteur nul (corps pseudo-isolé), la direction et la norme de sa vitesse ne changent pas ou, ce qui revient au même, son accélération est nulle (mouvement rectiligne uniforme).

9. Quelle est la différence entre la masse et le poids ?

La **masse** (en **kg**) exprime une **quantité de matière**.
Le **poids** (en **N**) exprime **la force d'attraction terrestre** sur cette masse.
Exemple : Sur la Terre, une masse de 100 kg exerce un poids de 981 N.
Sur la Lune, une masse de 100 kg exerce un poids de 150 N.

10. Que dit la deuxième loi de Newton (Principe Fondamental de la Dynamique : PFD) ?

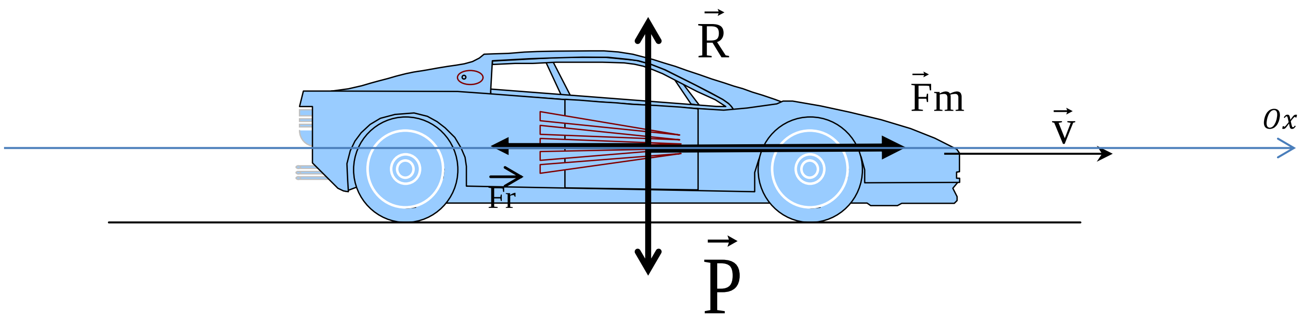
Soit un corps de masse m constante, l'accélération subie par un corps dans un référentiel galiléen est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse **m**.

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}}$$

où $\overrightarrow{F_{ext}}$ désigne les forces extérieurs exercées sur l'objet, m sa masse et $\vec{\mathbf{a}}$ l'accélération de son centre d'inertie G.

Application :

Imaginons un système soumis à un ensemble de forces : une voiture roulant sur du plat.
On admet que la voiture se déplace vers la droite.



Modélisée de manière très simplifiée, la voiture est soumise à 4 forces :

1- Son poids modélisé par $\vec{P}$

2- La réaction normale du sol au niveau des roues, modélisée par $\vec{R}$ (Ces deux premières forces s'opposant, il n'y a donc pas de mouvement suivant la direction verticale)

3- La force motrice $\vec{Fm}$ résultante de l'action du moteur

4- L'ensemble des forces de frottements modélisées par $\vec{Fr}$.

Le mouvement suivant l'axe horizontal va dépendre de ces deux dernières forces. En effet, le PFD donne :

$$\boldsymbol{\vec{R} + \overrightarrow{F_m} + \vec{P} + \overrightarrow{F_R} = m\vec{a}}$$

La voiture se déplaçant en translation horizontalement, pour connaître la valeur de l'accélération, on projette cette relation vectorielle sur un axe horizontal Ox orienté selon le sens de la vitesse.

Les projections sur Ox des différents vecteurs donnent (l'accélération est colinéaire à la vitesse pour une translation) :

$$\boldsymbol{R_x = 0\,;\ F_{mx} = F_m\,;\ P_x = 0\,;\ F_{Rx} = -F_R\ \ et\ a_x = a}$$

Par projection sur l'axe Ox, la relation du PFD devient donc :

$$F_m - F_R = ma$$

Trois cas sont alors possibles :

- ✓ si Fm (norme de la force motrice) est supérieure à Fr, il y a accélération vers la droite : la vitesse augmente. *L'accélération est proportionnelle à (Fm – Fr) ; le coefficient de proportionnalité étant la masse.*
- ✓ si Fr est supérieure à Fm, il y a freinage : la vitesse diminue. *Le freinage est proportionnel à (Fr-Fm)*
- ✓ si Fr = Fm : il n'y a pas de modification de vitesse.

En pratique :

- ✓ A l'arrêt Fm= 0 et Fr=0.
- ✓ pour démarrer, il faut appuyer sur l'accélérateur pour que Fm_d soit supérieure à Fr_d alors v augmente; mais ce n'est pas si simple car, la vitesse augmentant, la valeur de Fr augmente...car Fr est fonction de v.
- ✓ la vitesse ne se stabilise donc à la valeur désirée, v, que lorsque (de manière intuitive, avec son pied droit !) on a "trouvé" la bonne force $Fm_{(v)}$ égale à la valeur $Fr_{(v)}$.
- ✓ Dès qu'on "lève le pied droit", $Fm_{(v)}$ diminue: pendant quelques instants $Fr_{(v)}$ "prend l'avantage" et la vitesse diminue mais $Fr_{(v)}$ diminue également jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre dynamique soit trouvé à une nouvelle vitesse v'.
- ✓ Pour ralentir le véhicule de manière plus conséquente qu'en laissant jouer les forces de frottements naturelles, on agit sur le frein qui fait augmenter considérablement $Fr_{(v)}$, tout en enlevant son pied droit de la pédale d'accélérateur pour que $Fm_{(v)}$ devienne très faible ou nulle (ou s'inverse par effet de "frein moteur) .
- ✓ A une vitesse donnée, dès qu'on aborde une montée, la projection du vecteur poids sur la direction du déplacement va s'ajouter à $Fr_{(v)}$ et par conséquent la vitesse diminue si on ne modifie pas $Fm_{(v)}$ ....