جذع مشترك علمي	المعادلات والمتراجحات والنظمات – الدرس–	مادة الرياضيات

I- المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

1- تعريف:

ليكن a و b عددين حقيقيين.

كل معادلة على الشكل $ax+b=0$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد، حيث x هو المجهول.

II- المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

1- تعريف:

ليكن a و b عددين حقيقيين.

كل متراجحة على الشكل $ax+b<0$ أو $ax+b>0$ أو $ax+b\geq 0$ أو $ax+b\leq 0$ تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد، حيث x هو المجهول.

2- حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

$-5x-\sqrt{3}<0$

$5x+\sqrt{3}>0$

$5x>-\sqrt{3}$

$$\boxed{x>\frac{-\sqrt{3}}{5}}$$

$$\boxed{S=\left]\frac{-\sqrt{3}}{5},+\infty\right[}$$

3- إشارة الحدانية:

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $a\neq 0$، لندرس إشارة $ax+b$:

لدينا $ax+b=a(x+b/a)$ لأن $a\neq 0$، ومنه:

$ax+b=0$

$x=\frac{-b}{a}\quad (a\neq 0)$

ومنه فإن:

$x+\frac{b}{a}>0$ ؛ $x>\frac{-b}{a}$ ؛ $x\in\left]\frac{-b}{a},+\infty\right[$

$x+\frac{b}{a}<0$ ؛ $x<\frac{-b}{a}$ ؛ $x\in\left]-\infty,\frac{-b}{a}\right[$

حسب إشارة العدد a، لدينا الجدولان الآتيان:

إذا كان $a>0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$-$	0	$+$	

إذا كان $a<0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$+$	0	$-$	

III – المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

1- تعريف:

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ حيث x هو المجهول و a و b و c أعداد حقيقية معلومة $(a\neq 0)$ تسمى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد.

2- الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c :

***خاصية:**

a و b و c أعداد حقيقية، و a غير منعدم.

لكل x من IR لدينا:

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

الكتابة $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$

تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c.

3- حل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

أ- تعريف:

لتكن ثلاثية الحدود $P(x)=ax^2+bx+c$.

العدد b^2-4ca يسمى مميز ثلاثية الحدود أو مميز المعادلة $P(x)=0$ ونرمز له بالرمز Δ.

ب- تحديد مجموعة حلول معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

***خاصية:**

نعتبر المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ وليكن Δ مميزها.

– إذا كان $\Delta<0$ فإن المعادلة ليس لها حل في IR.

– إذا كان $\Delta=0$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا هو $\frac{-b}{2a}$.

– إذا كان $\Delta>0$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين هما:

$$\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\qquad \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

***المميز المختصر:**

في حالة $b=2b'$

يمكنك استعمال طريقة المميز المختصر قصد تبسيط الحساب

المميز المختصر هو:

$$\Delta'=b'^2-ac$$

– في حالة $\Delta'\geq 0$: المعادلة تقبل حلين هما:

$$x=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}\qquad y=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$$

– في حالة $\Delta=0$: المعادلة لا حل لها في IR.

***خاصية:**

في حالة $a+b+c=0$:

حلول المعادلة السابقة هي: 1 و $\frac{c}{a}$.

نلخص الجدولين السابقين في الجدول التالي:

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	عكس إشارة a	0	إشارة a

4– مجموع وجداء حلي معادلة من الدرجة الثانية:

***خاصية:**

إذا كان للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a \neq 0)$ حلان y و z فإنهما يحققان المتساويتين:

$$y\times z=\frac{c}{a} \qquad y+z=\frac{-b}{a}$$

IV – تعميل وإشارة ثلاثية الحدود ax^2+bx+c :

1– تعميل ثلاثية الحدود ax^2+bx+c :

***خاصية:**

نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c وليكن $\triangle$ مميزها.

– إذا كان $\triangle<0$ فإن ax^2+bx+c لا يمكن تعميلها إلى حدوديتين من الدرجة الاولى.

– إذا كان $\triangle=0$:

$$ax^2+bx+c=a(x+\frac{b}{2a})$$

– إذا كان $\triangle>0$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين y و z:

$$ax^2+bx+c=a(x-y)(x-z)$$

2– إشارة ثلاثية الحدود ax^2+bx+c :

***خاصية:**

نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c وليكن $\triangle$ مميزها.

– إذا كان $\triangle<0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a.

– إذا كان $\triangle=0$:

فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة a لكل x من IR يخالف $\frac{-b}{2a}$ و $P(\frac{-b}{2a})=0$

– إذا كان $\triangle>0$ و x و y هما جذرا ثلاثية الحدود $P(x)$ فإن $P(x)$ لها إشارة العدد a خارج الجذرين x و y.

و $P(x)$ لها عكس إشارة a داخل الجذرين.

و $P(x)=P(y)=0$.

***ملحوظة:**

لحل متراجحة من الدرجة الثانية بمجهول واحد نعتمد على دراسة إشارة ثلاثية الحدود المرتبطة بها.

V– نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

VI – المتراجحات والتجويه:

1– دراسة مثال:

في الشكل أسفله نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $\frac{1}{2}x-y+1=0$. المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى حافتهما (D) أحدهما يحتوي على النقطة O (أصل المعلم) ونرمز له بالرمز (P2) وللآخر بالرمز (P1).

– النقطة $A(1,1)$ تنتمي إلى (P2) وتحقق :

$\frac{1}{2}x-y+1>0$ لأن: $\frac{1}{2}-1+1>0$.

– النقطة $B(-2,1)$ تنتمي إلى (P1) وتحقق:

$\frac{1}{2}x-y+1<0$ لأن: $\frac{1}{2}\times(-2)-1+1<0$.

إذا أخذنا نقطة أخرى $M(a,b)$ تنتمي إلى نصف المستوى (P2) فإن المتفاوتة $\frac{1}{2}a-b+1>0$ محققة.

إذا أخذنا نقطة أخرى $N(a',b')$ تنتمي إلى نصف المستوى (P1) فإن المتفاوتة $\frac{1}{2}a'-b'+1<0$ محققة.

وبالتالي كل نقطة $M(x,y)$ من (P2) تحقق $\frac{1}{2}x-y+1>0$.

وكل نقطة $M(x,y)$ من (P1) تحقق $\frac{1}{2}x-y+1<0$.

نعتبر النظمة التالية:

$$(S) : \begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

حيث a و a' و b و b' و c و c'.

***تعريف وخاصية:/**

العدد الحقيقي ab'-a'b يسمى محددة النظمة (S) ونكتب:

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$$

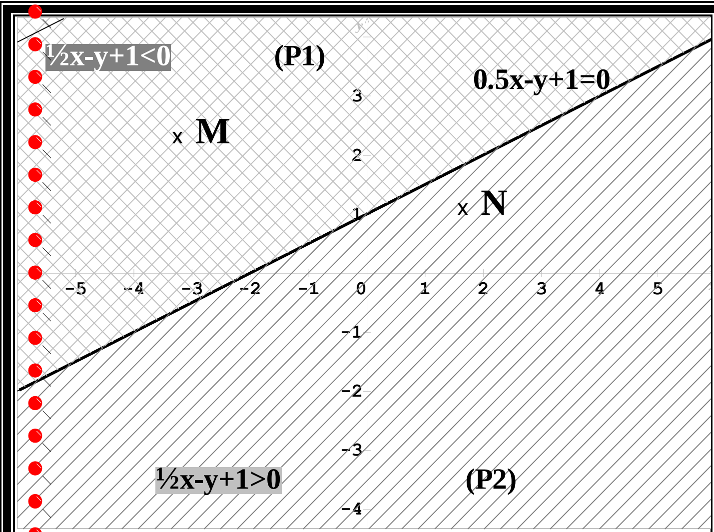
– إذا كان D=0 فإن النظمة (S) قد لا يكون لها أي حل، وقد يكون لها عدد لا منته من الحلول.

– إذا كان D≠0 تسمى نظمة كرامر وتقبل حلا وحيدا هو الزوج (x,y) حيث:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D} = \frac{ac'-a'c}{D}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D} = \frac{cb'-bc'}{D}$$

هذه الطريقة تسمى طريقة المحددة.



2– إشارة ax+by+c :

***خاصية:/**

نعتبر في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم الذي معادلته ax+by+c=0 المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين:

– أحدهما هو مجموعة النقط M(x,y) التي تحقق المتفاوتة:

$ax+by+c>0$

– والآخر هو مجموعة النقط M(x,y) التي تحقق المتفاوتة:

$ax+by+c<0$

très bon travail HASSANI

nouicer

جذع مشترك علمي	المعادلات و المتراجحات و النظمات – تمارين–	مادة الرياضيات

***تمرين 1:/**

حل في IR المعادلات التالية:

* $(x^2+x)^2 + 2(x^2+x) - 8 = 0$

* $x - 3\sqrt{2} + 2 = 0$

* $\frac{3}{x^2} - \frac{2}{x} + \frac{3}{25} = 0$

***تمرين 5:/**

لتكن الحدودية P(x) بحيث:

$P(x)=x^3-2x^2-5x+6$

1– تحقق أن الحدودية *P(x)* تقبل القسمة على *(x-1)*.

2– أ. حدد العددين a و b بحيث يكون لكل x من IR:

$P(x)= (x-1)(x^2+ax+b)$

ب. اكتب P(x) على شكل جدائيات من الدرجة الأولى:

3– أ. حل في IR المتراجحة: $P(x)\geq 0$

ب. استنتج حلول المتراجحة:

$6-2x \leq \sqrt{x}\,(5-x)$

***تمرين 2:**

حل في IR المتراجحات التالية:

* $-2x^2+12x-18<0$

* $(2x-3)(x+5)\geq 0$

* $\dfrac{x^2-6x+9}{3x^2+10x-8}\leq 0$

* $\dfrac{3(x+2)}{x+1} < \dfrac{2x-5}{x+1}$

***تمرين 3:**

حدد العددين x و y في كل حالة من الحالات التالية:

1- $\begin{cases} x+y=27 \\ xy=50 \end{cases}$ 2- $\begin{cases} x+y=-5 \\ xy=33 \end{cases}$

3- $\begin{cases} x^2+y^2=26 \\ xy=-5 \end{cases}$

***تمرين 4:**

حل في IR النظمات التالية:

1- $\begin{cases} x^2+5x-66<0 \\ x^2+3x-10>0 \end{cases}$

2- $\begin{cases} x^2+10x+16\geq 0 \\ x^2+2x-47>0 \end{cases}$

***تمرين 6:**

نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$P(x) = 3x^3 + (3\sqrt{2}-4)x^2 - (4\sqrt{2}-1)x + \sqrt{2}$

1- أ. بين أن العدد 1 جذر للحدودية $P(x)$

ب. بإنجاز القسمة الإقليدية للحدودية على $x-1$ تحقق أن

$P(x) = (x-1)[3x^2 + (3\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}]$

2- أ. تحقق من أن:

$\sqrt{19+6\sqrt{2}} = 1+3\sqrt{2}$

ب. حل في المجموعة IR المعادلة $P(x)=0$

3- حل في المتراجحة التالية:

$P(x)\leq 3x(3x-1)(x-1)$

***تمرين 7:**

حل مبيانيا النظمة:

$\begin{cases} x-2y\leq 7 \\ x+y\leq 3 \end{cases}$

***تمرين 8:**

نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث:

$P(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8$

1- احسب $P(0)$ ؛ $P(1)$ ؛ $P(-2)$.

2- أ. اثبت أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x+1$.

ب. حدد الحدودية $Q(x)$ بحيث: $P(x) = (x+1)\times Q(x)$

3- أ. حل في IR المعادلة:

$x^2+2x-8=0$

ب. استنتج حلول المعادلة: $P(x)=0$

4- حل في IR المعادلات التالية:

- $P(x^2)=0$
- $P(\sqrt{x})=0$
- $\dfrac{1+3x-6x^2-8x^3}{x^3}=0$

جذع مشترك علمي	التحويلات الاعتيادية في المستوى – ملخص الدرس –	مادة الرياضيات

التحويل T	التماثل المحوري $S_{(D)}$	التماثل المركزي S_Ω	الإزاحة t ذات المتجهة $\vec{u}$ $(\vec{u}\neq\vec{0})$	التحاكي h مركزه Ω ونسبته k

	$S_{(D)}$	S_Ω	$t_{\vec{u}}$	h
التعريف	$S_{(D)}$: M صورة M – إذا كانت $M \in (D)$ فإن $M' \in (D)$ – إذا كانت $M \notin (D)$ فإن (D) واسط [MM']	S_Ω: M صورة M' يعني أن: $\vec{\Omega M'} = -\vec{\Omega M}$ أو Ω منتصف [MM']	$t_{\vec{u}}$:M صورة M' يعني أن: $\vec{MM'} = \vec{u}$	M' صورة M بالتحاكي $h(\Omega,k)$ يعني أن: $\vec{\Omega M'} = k\,\vec{\Omega M}$
النقطة الصامدة	المستقيم (D)	النقطة Ω	لا توجد	النقطة Ω
العلاقة المتجهية	(D) واسط [MM']	$\vec{\Omega M'} = -\vec{\Omega M}$	$\vec{MM'} = \vec{u}$	$\vec{\Omega M'} = k\,\vec{\Omega M}$
الخاصية المميزة			$\vec{MM'} = \vec{u}$	$\vec{M'N'} = k\,\vec{MN}$ $k \neq 1$ و $k \neq 0$
الاستقامية	إذا كانت $\vec{AC} = \alpha\vec{AB}$ فإن $\vec{A'C'} = \alpha\vec{A'B'}$ (T يحافظ على معامل الاستقامية)			
التوازي	إذا كان $(\Delta_1)//(\Delta_2)$ فإن $(\Delta'_1)//(\Delta'_2)$ (T يحافظ على التوازي)			
التعامد	إذا كان $(\Delta_2)\perp(\Delta_1)$ فإن $(\Delta'_1)\perp(\Delta'_2)$ (T يحافظ على التعامد)			
المنتصف	إذا كان I منتصف [BA] فإن I' منتصف [A'B'] (T يحافظ على المنتصف)			
المسافة	$A'B' = AB$ التحويلات $S_{(D)}$ و S_Ω و t تحافظ على المسافة			$A'B' = \lvert k\rvert AB$
قياس الزوايا	$\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC}$ (T يحافظ على قياس الزوايا)			
تقاطع شكلين	ليكن E و F شكلين نقطة. إذا كان $A \in F \cap E$ فإن $A' \in F' \cap E'$			
صورة مستقيم	صورة مستقيم بتحويل T هو مستقيم يوازيه. (ماعدا التماثل المحوري)			
صورة قطعة	صورة قطعة [BA] بتحويل T هي قطعة [A'B'].			
صورة دائرة	صورة دائرة (C) مركزها A وشعاعها R بالتحويلات $S_{(D)}$ و S_Ω و t هي دائرة (C') التي مركزها A' وشعاعها R			صورة دائرة (C) مركزها A وشعاعها R بالتحاكي h هي الدائرة (C') التي مركزها A' وشعاعها $R' = R\lvert k\rvert$

***تمرين 1:/**

ABC مثلث و I نقطة من [BC] مختلفة عن B وعن C.
G النقطة المعرفة بـــ: $\vec{AG} = \frac{3}{4}\vec{AI}$

1– أنشئ شكلا مناسبا.
2– ليكن h التحاكي الذي مركزه I ويحول A إلى G.
أ. بين أن نسبة التحاكي h هي ¼.
ب. ما صورة المستقيم (CB) بالتحاكي h ؟ علل جوابك
ج. حدد صورة المستقيم (AC) بالتحاكي h وأنشئها.

***تمرين 2:/**

ليكن مثلثا و B' النقطة بحيث: $\vec{BB'} = 3\vec{BC}$
المستقيم المار من B' والموازي لــ (CB) يقطع (AC) في C'

نعتبر التحاكي الذي مركزه A والذي يحول B إلى B'.
1– بين أن نسبة التحاكي h هي (2-).
2– بين أن: $h(C) = C'$
3– ليكن G مركز ثقل المثلث ABC و G' مركز ثقل المثلث BA'C'. بين أن النقط A وG وG' مستقيمية.

***تمرين 3:/**

ليكن ABCD متوازي الأضلاع.
أنشئ صورة هذا المتوازي الأضلاع بالتحاكي الذي مركزه Ω ونسبته k في الحالات التالية:

(1 $\Omega = A$ $\quad k = -1$
(2 $\Omega = A$ $\quad k = 2$
(3 Ω منتصف [CA] و $k = -2$