Révisions 1er trimestre – Corrigé des exercices

• Additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture décimale.

Ex 3 p15 Effectue les calculs suivants :

a. (+ 13,2) + (+ 12,8) = + 26

b. (– 25,5) + (+ 11,7) = – 13,8

c. (+ 2,3) + (– 1,5) = + 0,8

d. (+ 17,4) – (+ 12,6) = + 4,8

e. (– 3,9) – (– 11,1)= (– 3,9) + (+ 11,1) = + 7,2

f. (– 100) – (+ 13) = (– 100) + (– 13) = – 113

Ex 5 p15 Calcule en regroupant les termes de même signe :

A = 15 + 3 – 6 + 2 – 7
A = 15 + 3 + 2 – 6 – 7
A = 20 – 13
A = 7

B = – 8 + 4 – 5 – 6 + 11
B = 4 + 11 – 8 – 5 – 6
B = 15 – 19
B = – 4

C = (+ 10) – (– 4) + (– 1) + (+ 5) – (+ 9)
C = 10 + 4 – 1 + 5 – 9
C = 10 + 4 + 5 – 1 – 9
C = 19 – 10
C = 9

D = (– 15) – (+ 14) + (+ 30) + (– 15) – (– 20)
D = – 15 – 14 + 30 – 15 + 20
D = 30 + 20 – 15 – 14 – 15
D = 50 – 44
D = 6

• Calculer le produit de nombres relatifs simples. 21 p16

Effectue les calculs suivants :

A = (– 3,2) × (– 10) × (+ 2) × (– 0,5)
A = – 32 × 1
A = – 32

B = (– 75) × (– 0,25) × (+ 4) × (+ 2)
B = 75 × 2 × 0,25 × 4
B = 150 × 1
B = 150

C = (– 3) × (– 0,1) × (+ 5) × (+ 4)
C = 3 × 0,1 × 20
C = 3 × 2
C = 6

D = (– 1,5) × (+ 4) × (– 1) × (+ 0,8) × (– 3)
D = – 6 × 2,4
D = – 14,4

E = (+ 2) × (– 10) × (+ 3) × (– 1) × (– 1)
E = – 2 × 10 × 3
E = – 20 × 3
E = – 60

• Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques. 60 p19

Pour $a = 3$, $b = -4$, $c = -5$ et $d = 7$, calcule les expressions suivantes :

E = $a - b + c$
E = 3 – (– 4) + (–5)
E = 3 + 4 – 5
E = 2

F = $2a - 3b$
F = 2 × 3 – 3 × (– 4)
F = 6 + 12
F = 18

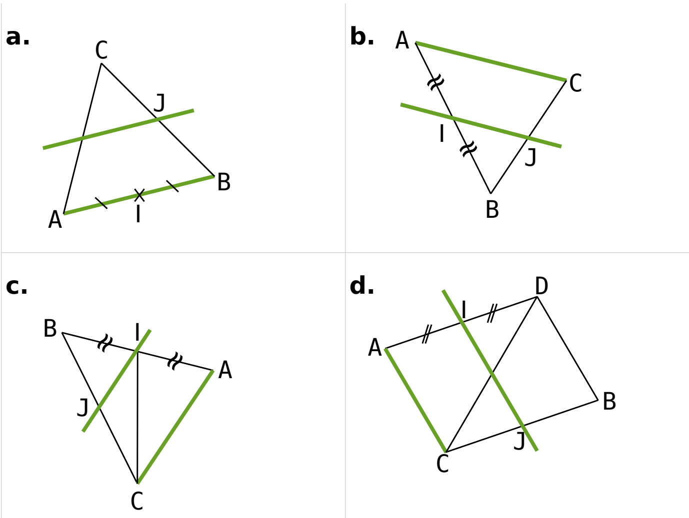
G = $ac - bd$
G = 3 × (– 5) – (– 4) × 7
G = 3 × (– 5) – (– 28)
G = – 15 + 28
G = 13

I = $2(a - b) + d$
I = 2 × [3 – (– 4)] + 7
I = 2 × 7 + 7
I = 14 + 7
I = 21

J = $5(b - a) \div d$
J = 5 × [(– 4) – 3] ÷ 7
J = 5 × (– 7) ÷ 7
J = -35 ÷ 7
J = – 5

• Connaître et utiliser les théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle.

<u>Ex 2 p163</u> Dans quelle(s) figure(s) peux-tu démontrer que le point J est le milieu de [BC] ? Justifie tes réponses.
Les droites vertes sont parallèles.



<u>Dessin a</u>. Il n'y a vraiment aucune indication pour le point J, et donc rien à conclure !

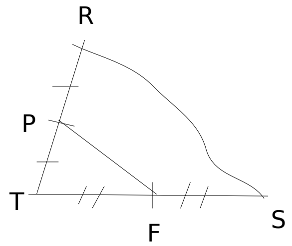
<u>Dessin b.</u> Dans le triangle ABC les codages nous permettent d'affirmer que I est le milieu de [AB] et que la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC).
Or si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté alors elle passe par le milieu du troisième côté.
Donc J est le milieu de [BC].

<u>Dessin c.</u> Dans le triangle ABC les codages nous permettent d'affirmer que I est le milieu de [AB] et la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC).
Or si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté alors elle passe par le milieu du troisième côté. Donc J est le milieu de [BC].

<u>Dessin d</u>. On peut montrer que la droite (IJ) passe par le milieu de [CD], mais comme <u>la droite (BD) n'est pas verte</u>, on ne sait pas si elle est parallèle à (IJ) et (AC), donc on ne peut rien conclure sur J !
Le quadrilatère ADBC semble être un parallélogramme, mais rien ne l'indique formellement sur la figure !

<u>Ex 7 p163</u> RST est un triangle tel que RS = 8 cm, RT = 6 cm et TS = 7 cm. P est le milieu de [RT] et F est le milieu de [TS].

a. Fais un dessin à main levée et code-le.



b. Montre que (RS) et (PF) sont parallèles.

Dans le triangle RST on sait que P est le milieu de [RT] et F est le milieu de [ST].
Or si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés du triangle alors elle est parallèle au troisième côté.
Donc les droites (RS) et (PF) sont parallèles.

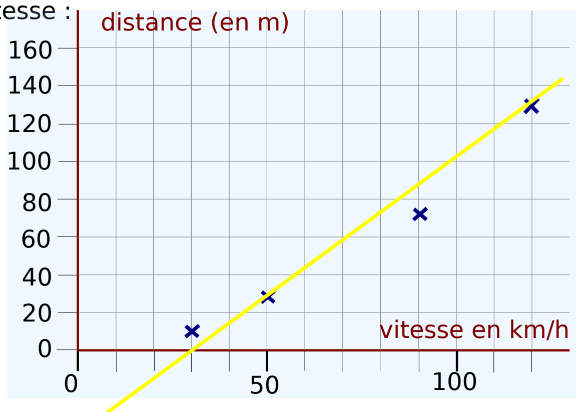
c. Calcule PF en justifiant la démarche utilisée.

Dans le triangle RTS, on sait que P est le milieu de [RT] et F est le milieu de [ST].
Or si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.
Donc PF = $\frac{RS}{2}$, soit PF = 4 cm

• Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine. 2 p100

La distance d'arrêt d'une voiture est-elle proportionnelle à sa vitesse?

Justifie ta réponse à l'aide du graphique suivant qui représente la distance d'arrêt d'une voiture en fonction de sa vitesse :



Les points du graphique ne sont pas alignés avec l'origine. La distance d'arrêt d'une voiture n'est donc pas proportionnelle à sa vitesse.

● Déterminer une quatrième proportionnelle.

Ex 6 p100 Au marché

Lucie achète 1,2 kg de carottes et paye 1,02 €.

a. Combien coûtent 2 kg de carottes ?

Le prix des carottes est proportionnel à la masse de carottes achetées.

Masse de carottes en kg	1,2	2	y
Prix des carottes en €	1,02	x	1,36

L'égalité des produits en croix donne :

$1{,}2 \times x = 1{,}02 \times 2$ et $1{,}2 \times 1{,}36 = 1{,}02 \times y$.

Soit $x = \dfrac{1{,}02 \times 2}{1{,}2}$ et $y = \dfrac{1{,}2 \times 1{,}36}{1{,}02}$.

Soit $x = 1{,}7$ et $y = 1{,}6$.

2 kg de carottes coûtent 1,70€

b. Quelle masse de carottes peut-elle acheter avec 1,36 € ?

Avec 1,36€, Lucie peut acheter 1,6 kg de carottes.

Ex 7 p100 Fuite

Une chasse d'eau qui fuit dans la maison de Gérard laisse échapper 15 L d'eau en 3 h.

a. Quelle quantité d'eau est perdue en une semaine ?

Gérard a une fuite d'eau chez lui. La quantité d'eau perdue est proportionnelle à la durée de la fuite.

Une semaine contient 7 jours.
Un jour contient 24h.
$7 \times 24 = 168$.
Une semaine contient 168h.

Durée de la fuite en h	3	168
Volume d'eau perdu en L	15	x

L'égalité des produits en croix donne :

$3 \times x = 168 \times 15$. Soit $x = \dfrac{168 \times 15}{3} = 840$.

840L d'eau est perdue en une semaine.

b. 1 m³ d'eau coûte 5,20 €. Que coûtera cette fuite à Gérard au bout d'un an s'il ne la répare pas ?

Une année contient 52 semaines.

$840 \times 52 = 43680$.
En un an, Gérard perdra 43680L d'eau, soit 43,680 m^3.

Le prix de l'eau est proportionnel au volume d'eau consommé.

Volume d'eau en m^3	1	43,680
Prix en €	5,20	y

L'égalité des produits en croix donne :

$1 \times y = 5{,}20 \times 43{,}680$
$y = 227{,}136$.

La fuite d'eau coûtera environ 227,14€ par an à Gérard s'il ne la répare pas.

• Multiplier, additionner et soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire.

26 p35 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes et donne les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

a. $\frac{42}{75}-\left(-\frac{22}{30}\right)=\frac{42}{75}+\frac{2\times11\times5}{2\times15\times5}=\frac{42}{75}+\frac{55}{75}$

$\frac{42}{75}-\left(-\frac{22}{30}\right)=\frac{97}{75}$.

b. $\frac{85}{4}+\frac{25}{-5}=\frac{85}{4}+\frac{5\times(-5)\times4}{5\times4}=\frac{85}{4}+\frac{-20}{4}\quad\frac{85}{4}+\frac{25}{-5}$

$=\frac{65}{4}$.

c. $\frac{-12}{25}-8=\frac{-12}{25}+\frac{-8\times25}{1\times25}=\frac{-12}{25}+\frac{-200}{25}\quad\frac{-12}{25}-8$

$=\frac{-212}{25}$.

d. $-\frac{14}{27}+\frac{-5}{108}=\frac{-14\times4}{27\times4}+\frac{-5}{108}=\frac{-56}{108}+\frac{-5}{108}$

$-\frac{14}{27}+\frac{-5}{108}=\frac{-61}{108}$.

e. $\frac{9}{-55}-\frac{-7}{44}=\frac{-9\times4}{55\times4}+\frac{7\times5}{44\times5}=\frac{-36}{220}+\frac{35}{220}$

$\frac{9}{-55}-\frac{-7}{44}=\frac{-1}{220}$.

f. $\frac{-9}{-18}-\frac{5}{30}+\left(-\frac{9}{6}\right)=\frac{3\times3}{3\times6}+\frac{5\times(-1)}{5\times6}+\frac{-9}{6}$

$\frac{-9}{-18}-\frac{5}{30}+\left(-\frac{9}{6}\right)=\frac{3}{6}+\frac{-1}{6}+\frac{-9}{6}=\frac{-7}{6}$

g. $\frac{1}{15}+\left(-\frac{1}{18}\right)=\frac{1\times6}{15\times6}+\frac{-1\times5}{18\times5}=\frac{6}{90}+\frac{-5}{90}$

$\frac{1}{15}+\left(-\frac{1}{18}\right)=\frac{1}{90}$.

h. $\frac{3}{-7}+\frac{2}{5}-\frac{4}{3}=\frac{-3\times5\times3}{7\times5\times3}+\frac{2\times7\times3}{5\times7\times3}+\frac{-4\times5\times7}{3\times5\times7}$

$\frac{3}{-7}+\frac{2}{5}-\frac{4}{3}=\frac{-45}{105}+\frac{42}{105}+\frac{-140}{105}=\frac{-143}{105}$

30 p36 La règle et les signes

Effectue les produits suivants :

a. $\frac{3}{2}\times\frac{5}{7}=\frac{15}{14}$

b. $\frac{-4}{11}\times\frac{1}{-3}=\frac{4}{33}$

c. $3\times\frac{-7}{5}=\frac{-21}{5}$

d. $\frac{5}{-4}\times\frac{5}{-2}=\frac{25}{8}$

e. $\frac{8}{17}\times\frac{5}{-3}=\frac{40}{-51}$

f. $-\frac{13}{5}\times\left(-\frac{2}{11}\right)=\frac{26}{55}$

g. $\left(-\frac{7}{15}\right)\times(-8)\times\frac{2}{3}=\frac{112}{45}$

h. $\frac{-1}{2}\times\frac{5}{-4}\times\frac{-3}{2}=\frac{15}{-16}$

• Diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire. 45 p37

Division et simplification

Applique la règle de division, simplifie puis effectue les calculs et donne les résultats sous la forme d'une fraction irréductible :

a. $\frac{8}{-15}\div\frac{-4}{5}=\frac{8}{-15}\times\frac{5}{-4}=\frac{4\times2\times5}{5\times3\times4}=\frac{2}{3}$

b. $\frac{9}{10}\div(-3)=\frac{9}{10}\times\frac{-1}{3}=-\frac{3\times3}{10\times3}=-\frac{3}{10}$

c. $\frac{-4}{45}\div\frac{16}{15}=\frac{-4}{45}\times\frac{15}{16}=-\frac{4\times15}{15\times3\times4\times4}=-\frac{1}{12}$

d. $\frac{-5}{6}\div\left(-\frac{15}{18}\right)=\frac{-5}{6}\times\left(-\frac{18}{15}\right)=\frac{5\times6\times3}{6\times3\times5}=1$

e. $12\div\frac{3}{-4}=12\times\frac{-4}{3}=-\frac{4\times3\times4}{3}=-16$

f. $1\div\left(\frac{-7}{4}\right)=1\times\frac{4}{-7}=\frac{-4}{7}$

● Organiser et effectuer à la main des calculs comportant des parenthèses, des sommes, des produits et des quotients de nombres relatifs.

50 p38 Extraits du Brevet

a. Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$. Calcule A en détaillant les étapes du calcul et écris le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{21}{20} = \frac{8}{3} - \frac{5 \times 3 \times 7}{3 \times 5 \times 4} = \frac{8}{3} - \frac{7}{4}$

$A = \frac{32}{12} - \frac{21}{12} = \frac{11}{12}$

b. Effectue le calcul suivant. Le résultat sera donné sous la forme d'un entier. $B = \left(2 + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)$.

$B = \left(\frac{6}{3} + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{12}{15} - \frac{10}{15}\right) = \left(\frac{6}{3} + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{12}{15} - \frac{10}{15}\right)$ B =

$\frac{8}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{2 \times 4 \times 5 \times 3}{3 \times 2} = 20$

59 p39 Extrait du brevet

$A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{4}{7}$ $\qquad$ $B = \frac{6}{5} \div \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{5}\right)$

a.
Calculer A et écrire la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

$A = \frac{7}{21} - \frac{4}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

b. Calculer B et écrire la réponse sous la forme d'un entier.

$B = \frac{6}{5} \div \left(\frac{-2}{15}\right) = \frac{6}{5} \times \left(\frac{-15}{2}\right) = -9$

● Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore. 37 p147

Dans chacun des cas ci-dessous :

- Identifie le plus long côté du triangle EFG.
- Calcule, d'une part, le carré de la longueur de ce côté.
- Calcule, d'autre part, la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
- Compare les résultats obtenus et conclus.

a. EF = 4,5 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7,5 cm.

Dans le triangle EFG, le plus long côté est [EG].

○D'une part : $EG^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$
○D'autre part :
$EF^2 + FG^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25+36 = 56{,}25$
On constate que $EG^2 = EF^2 + FG^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F.

b. EF = 3,6 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7 cm.

Dans le triangle EFG, le plus long côté est [EG].

○D'une part : $EG^2 = 7^2 = 49$
○D'autre part :
$EF^2 + FG^2 = 3{,}6^2 + 6^2 = 12{,}96+36 = 48{,}96$
On constate que $EG^2 \neq EF^2 + FG^2$.
Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, le triangle EFG n'est pas rectangle.

c. FG =64 mm ; EF = 72 mm ; EG = 65 mm.

Dans le triangle EFG, le plus long côté est [EF].

○D'une part : $EF^2 = 72^2 = 5\,184$
○D'autre part : $EG^2 + FG^2 = 65^2 + 64^2 = 8\,321$
On constate que $EF^2 \neq EG^2 + FG^2$.
Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, le triangle EFG n'est pas rectangle.

d. EF = 3,2 dam ; FG = 25,6 m ; EG = 19,2 m.

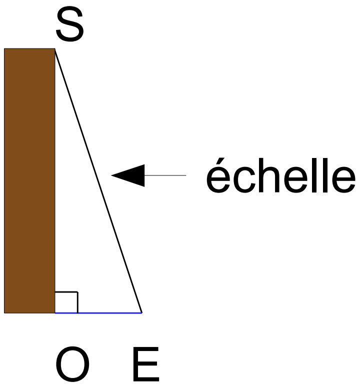
3,2 dam = 32 m.
Dans le triangle EFG, le plus long côté est [EF].

○D'une part : $EF^2 = 32^2 = 1\,024$
○D'autre part : $EG^2 + FG^2 = 19{,}2^2 + 25{,}6^2 = 1\,024$
On constate que $EF^2 = EG^2 + FG^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en G.

● Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres.

25 p146 Saut d'obstacle

Théo veut franchir, avec une échelle, un mur de 3,50 m de haut devant lequel se trouve un fossé rempli d'eau, d'une largeur de 1,15 m.



a. Fais un schéma de la situation.

b. Il doit poser l'échelle sur le sommet du mur. Quelle doit être la longueur minimum de cette échelle ? Arrondis au cm.

La longueur minimum de cette échelle correspond à la longueur de l'hypoténuse du triangle SOE rectangle en O schématisé ci-dessus :

D'après le théorème de Pythagore :

$SE^2 = OS^2 + OE^2$

$SE^2 = 3{,}5^2 + 1{,}15^2$

$SE^2 = 13{,}572\,5$

$SE = \sqrt{13{,}572\,5}$

$SE \approx 3{,}68$ m

L'échelle doit donc mesurer au moins 3,68 m.

26 p146 Jardinage

Un massif de fleurs a la forme d'un triangle rectangle et le jardinier veut l'entourer d'une clôture. Au moment de l'acheter, il s'aperçoit qu'il a oublié de mesurer un des côtés de l'angle droit.

Les deux seules mesures dont il dispose sont, en mètres : 6,75 et 10,59.

a. A-t-il besoin d'aller mesurer le côté manquant ?

Le massif ayant la forme d'un triangle rectangle dont on connaît la longueur de l'hypoténuse et celle d'un côté de l'angle droit, le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur de l'autre côté de l'angle droit. Il n'est donc pas nécessaire de le mesurer !

b. Aide-le à calculer la longueur de la clôture qu'il doit acheter.

On considère que le massif a la forme d'un triangle ABC rectangle en A, tel que BC = 10,59 m et AB = 6,75 m.

D'après le théorème de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$10{,}59^2 = 6{,}75^2 + AC^2$

$AC^2 = 10{,}59^2 - 6{,}75^2$

$AC = 66{,}585\,6$

$AC = \sqrt{66{,}585\,6}$

$AC = 8{,}16$ m

Périmètre du massif :

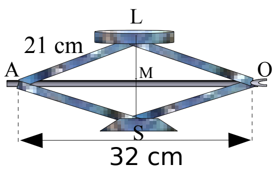
AB + AC + BC = 6,75 m + 8,16 m + 10,59 m

AB + AC + BC = 25,5 m

Il doit donc acheter 25,5 mètres de clôture.

27 p148 Le cric

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 21 cm de côté.



À quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 32 cm ? Arrondis au mm.

En utilisant les notations du schéma ci-dessus : La longueur cherchée est celle de la diagonale verticale LS.

Le centre M du losange LOSA est le milieu de ses diagonales, donc : dans le triangle LMA, rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore :

$LA^2 = LM^2 + AM^2$

$21^2 = LM^2 + 16^2$

$LM^2 = 21^2 - 16^2$

$LM^2 = 185$

$LM = \sqrt{185}$

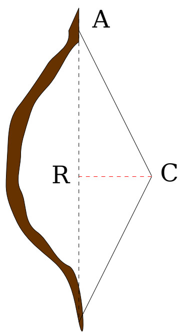
$LM \approx 13{,}6$ cm

Donc $LS = 2 \times LM \approx 27{,}2$ cm.

Lorsque la diagonale horizontale mesure 32 cm, la voiture est soulevée à une hauteur d'environ 27,2 cm.

28 p148 L'arc pour enfant

La corde élastique a une longueur de 60 cm au repos.



a. Quelle est la nouvelle longueur de la corde si on l'écarte de 11 cm en la tirant par son milieu ? Arrondis au cm.

Dans le triangle ARC rectangle en R (voir les notations ci-contre), d'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AR^2 + RC^2$

$AC^2 = 30^2 + 11^2$

$AC^2 = 1\,021$

$AC \approx 32$ cm

La nouvelle longueur de la corde est donc d'environ 64 cm.

b. Il est conseillé de ne pas tirer la corde de plus de 8 cm.

Quel est, en cm, l'écartement maximal conseillé ?

Lorsque l'écartement est de 8 cm, alors la corde mesure 68 cm, ce qui signifie que AC = 34 cm. On a donc dans ce cas :

$AC^2 = AR^2 + RC^2$

$34^2 = 30^2 + RC^2$

$RC^2 = 34^2 - 30^2$

$RC^2 = 256$

$RC = \sqrt{256}$

$RC = 16$ cm

L'écartement maximal conseillé est donc de 16 cm.