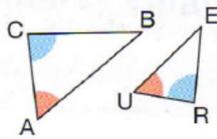


Exercices sur les Triangles semblables

4 Ces triangles ABC et RUE sont semblables. Quel est l'homologue :

- a. du sommet B ?
- b. du côté [RE] ?
- c. du côté [UE] ?

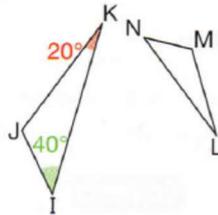
d. de l'angle \widehat{BCA} ?



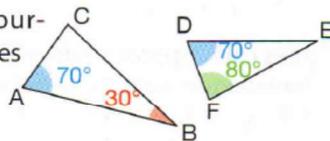
5 Ces triangles IJK et MNL sont semblables.

Les côtés [LM] et [JK] sont homologues, de même que les côtés [JI] et [MN].

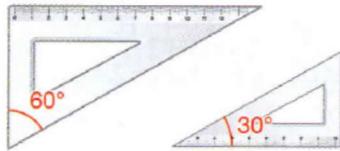
Donner les mesures des angles du triangle LMN. Expliquer.



6 Expliquer pourquoi ces deux triangles sont semblables.

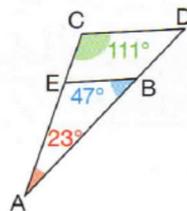


7 Ces deux équerres forment-elles des triangles semblables ? Expliquer.



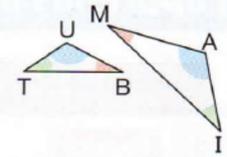
8 Les droites (CE) et (BD) sont sécantes en A.

Expliquer pourquoi les triangles AEB et ACD ne sont pas semblables.



9 Ces triangles BUT et AMI sont semblables. Lire en les complétant ces égalités de rapports de longueur.

$$\frac{UT}{\dots} = \frac{BU}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$



10 PIN et OLE sont deux triangles tels que :

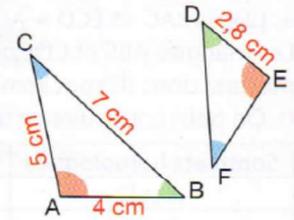
- PI = 8 cm, PN = 5 cm, IN = 6 cm ;
- OL = 24 cm, OE = 18 cm, LE = 15 cm.

Expliquer pourquoi les triangles PIN et OLE sont semblables.

11 a. Expliquer pourquoi ces triangles ABC et DEF sont semblables.

b. Par quel nombre faut-il multiplier les longueurs des côtés du triangle ABC pour obtenir les longueurs des côtés du triangle DEF ?

c. Donner les longueurs DF et FE.

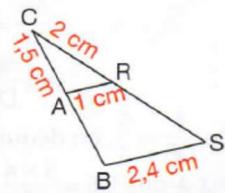


12 Les droites (AB) et (RS) sont sécantes en C et les droites (AR) et (SB) sont parallèles.

a. Expliquer pourquoi les triangles CAR et CBS sont semblables.

b. Par quel nombre faut-il multiplier les longueurs des côtés du triangle CAR pour obtenir les longueurs des côtés du triangle CBS ?

c. Donner les longueurs CS et CB.

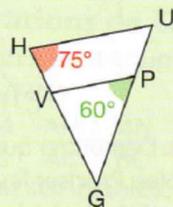


Calcul mental

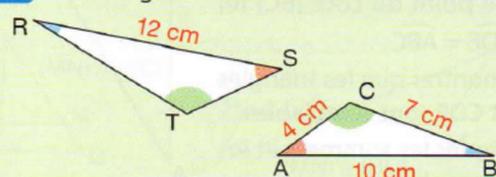
13 Les droites (HV) et (UP) sont sécantes en G et les droites (VP) et (HU) sont parallèles.

Déterminer mentalement la mesure de chacun des angles :

- a. \widehat{GUH}
- b. \widehat{GVP}
- c. \widehat{VGP}



14 Les triangles ABC et RST sont semblables.

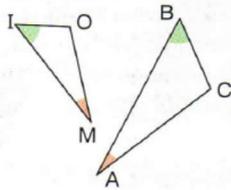


Calculer mentalement les longueurs RT et TS.

Exercices sur les Triangles semblables

Triangles semblables et angles

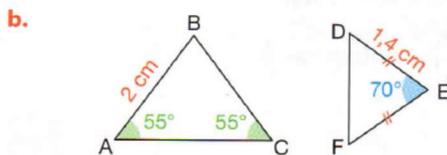
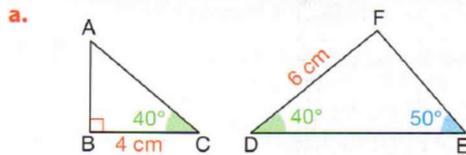
15 Ces triangles ABC et MOI sont semblables.



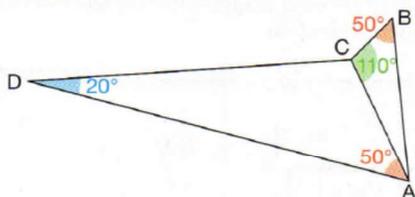
Recopier et compléter ce tableau.

Angles homologues	Sommets homologues	Côtés homologues
\widehat{ABC} et ...	B et ...	[AC] et ...
\widehat{BAC} et ...	A et ...	[BC] et ...
\widehat{ACB} et ...	C et ...	[AB] et ...

16 Dans chaque cas, expliquer pourquoi les deux triangles sont semblables, puis donner le rapport de réduction ou d'agrandissement qui permet de passer du triangle ABC au triangle DEF.



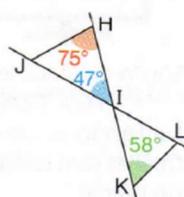
17 Expliquer pourquoi que les triangles ABC et ADC sont semblables.



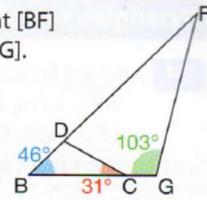
18 Les droites (HK) et (JL) sont sécantes en I.

a. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{KIL} ?

b. Démontrer que les triangles HIJ et ILK sont semblables.



19 D est un point du segment [BF] et C est un point du segment [BG]. Démontrer que les triangles BCD et BFG sont semblables.



20 Le triangle ABC est rectangle en A. [AH] est la hauteur issue de A.



a. Expliquer pourquoi les triangles ABC et ACH sont semblables.

b. Expliquer pourquoi les triangles ABC et ABH sont semblables.

c. Louise affirme : « Les triangles ACH et ABH sont semblables. »

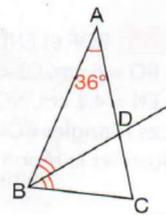
Louise a-t-elle raison ? Justifier.

21 ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{BAC} = 36^\circ$.

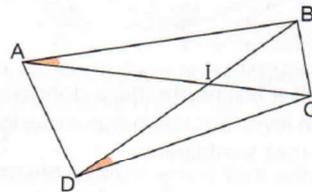
La bissectrice de l'angle \widehat{ABC} coupe le côté [AC] en D.

a. Calculer la mesure de chacun des angles \widehat{ABC} et \widehat{ACB} .

b. Démontrer que les triangles BCD et ABC sont semblables.



22 ABCD est un quadrilatère tel que $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$. On note I le point d'intersection des diagonales [AC] et [BD].



a. Expliquer pourquoi les angles \widehat{AIB} et \widehat{DIC} sont de même mesure.

b. En déduire alors que les triangles AIB et DIC sont semblables.

23 ABC et MNP sont deux triangles semblables. EFG est un triangle égal au triangle MNP. Que peut-on dire des triangles ABC et EFG ? Expliquer.

Exercices sur les Triangles semblables

Triangles semblables et proportionnalité

24 ABC et EFG sont deux triangles tels que :

$$AB = 5 \text{ cm}, AC = 8 \text{ cm}, BC = 6,5 \text{ cm};$$

$$EF = 1 \text{ cm}, EG = 1,6 \text{ cm}, FG = 1,2 \text{ cm}.$$

Les triangles ABC et EFG sont-ils semblables? Expliquer.

25 a. Lire l'énoncé ci-dessous, puis le travail de Jules.
Énoncé

ABC et DEF sont deux triangles tels que :

- $AB = 4 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}, AC = 8 \text{ cm};$

- $DE = 5,2 \text{ cm}, EF = 3,9 \text{ cm}, DF = 2,6 \text{ cm}.$

Les triangles ABC et DEF sont-ils semblables ?

Copie de Jules

$$\frac{AB}{DE} = \frac{4}{5,2} (\approx 0,77) \text{ et } \frac{BC}{EF} = \frac{6}{3,9} (\approx 1,54).$$

$$\frac{AB}{DE} \neq \frac{BC}{EF}, \text{ donc les triangles ABC et DEF ne sont pas semblables.}$$

- b.** Expliquer l'erreur de Jules.
c. Répondre à la question de l'énoncé.

26 BOF et END sont deux triangles tels que :

- $BO = 6 \text{ cm}, OF = 5,6 \text{ cm}, BF = 7,2 \text{ cm};$

- $EN = 4,2 \text{ cm}, ND = 5,4 \text{ cm}, DE = 4,5 \text{ cm}.$

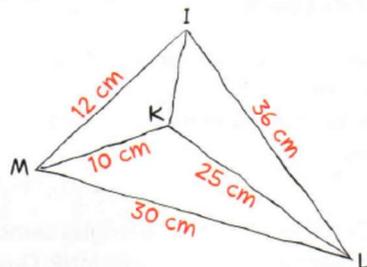
Les triangles BOF et END sont-ils semblables ? Justifier la réponse.

27 IJK est un triangle isocèle en I tel que $IK = 5 \text{ cm}$ et $KJ = 7 \text{ cm}$.

LMN est un triangle isocèle en L tel que $LM = 8 \text{ cm}$ et $MN = 11,2 \text{ cm}$.

Les triangles IJK et LMN sont-ils semblables ? Expliquer.

28 a. Utiliser les informations données sur cette figure à main levée pour démontrer que les triangles IML et MKL sont semblables.



- b.** Préciser les angles de même mesure.

29 ABC est un triangle tel que :

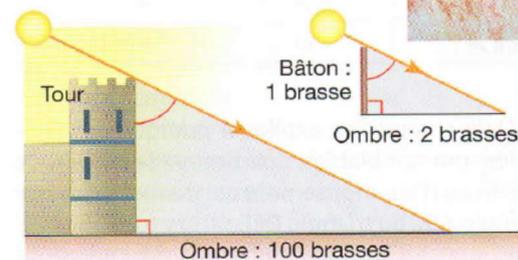
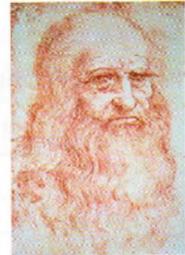
$$AB = 4 \text{ cm}, AC = 5 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}.$$

A'B'C' est un triangle semblable au triangle ABC.

Dans chaque cas, calculer les longueurs des deux autres côtés du triangle A'B'C'.

- a.** Le côté [A'B'] homologue à [AB] mesure 10 cm.
b. Le côté [A'C'] homologue à [AC] mesure 4 cm.

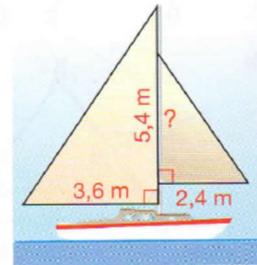
30 Histoire Au xv^e siècle, Léonard de Vinci calculait la hauteur d'une tour en mesurant les ombres d'un bâton et de cette tour, à un même instant.



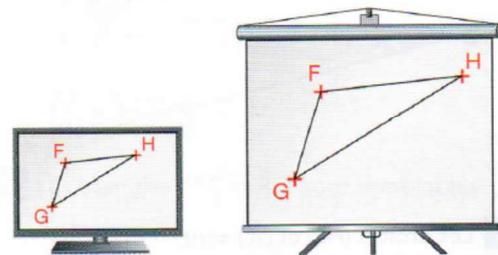
Quelle est la hauteur de cette tour ?

31 Les deux voiles de ce bateau sont des triangles semblables.

Calculer la hauteur de la petite voile.



32 Un professeur projette un triangle FGH à l'aide d'un vidéoprojecteur.



Sur l'ordinateur, le triangle FGH est tel que :

$$FG = 3 \text{ cm}, FH = 4,5 \text{ cm}, GH = 6,3 \text{ cm}.$$

Sur l'écran, le côté [GH] mesure 105 cm.

Quelles sont les longueurs des segments [FG] et [FH] sur l'écran ?

Exercices sur les Triangles semblables

33 Dans un parc, deux circuits forment deux triangles semblables. Les dimensions des côtés du petit circuit sont 300 m, 360 m et 570 m.

Le petit côté du grand circuit mesure 400 m.

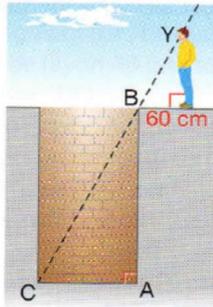
Quelle distance parcourt Ambre quand elle effectue deux tours du grand circuit ?



34 Un puits cylindrique a un diamètre de 1,5 m.

Maxime se place à 60 cm du bord du puits, de sorte que ses yeux (Y) soient alignés avec les points B et C ci-contre.

La taille de Maxime est 1,70 m. Quelle est la profondeur de ce puits ?



35 ABC est un triangle tel que :

$$AB = 4 \text{ cm}, AC = 5 \text{ cm}, BC = 7,5 \text{ cm}.$$

a. Construire un triangle DEF semblable au triangle ABC tel que $EF = 6 \text{ cm}$ avec les côtés [BC] et [EF] homologues.

b. Les triangles construits par les autres élèves sont-ils tous égaux ?

36 ABC et DEF sont deux triangles semblables tels que :

$$\widehat{BAC} = \widehat{DEF} \text{ et } \widehat{ABC} = \widehat{DFE}.$$

Écrire :

a. deux autres angles égaux ;

b. trois rapports de longueurs égaux.

37 DUO et AMI sont deux triangles semblables tels que :

$$\widehat{DUO} = \widehat{MAI} \text{ et } \frac{UO}{AM} = \frac{DU}{AI}.$$

Écrire :

a. deux autres égalités d'angles ;

b. un troisième rapport de longueurs égal aux précédents.

38 ZEN et TRI sont deux triangles semblables tels que $\frac{ZE}{RI} = \frac{EN}{IT} = \frac{ZN}{RT}$.

a. Préciser les sommets homologues.

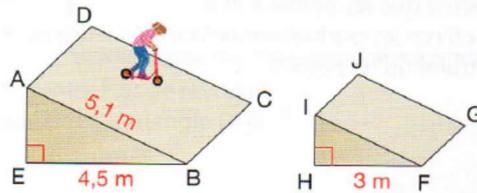
b. Écrire trois égalités d'angles.

39 Juliette affirme : « Les angles vert et bleu ont même mesure. »

Cette affirmation est-elle exacte ? Expliquer.



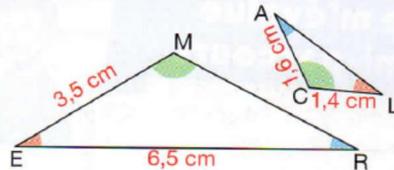
40 Les triangles ABE et IHF de ces deux rampes sont semblables.



a. Calculer la hauteur AE.

b. En déduire les longueurs IH et IF.

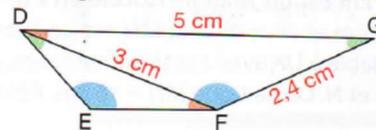
41 Ces triangles MER et LAC sont semblables.



a. Écrire les paires de côtés homologues.

b. Calculer les longueurs MR et AL.

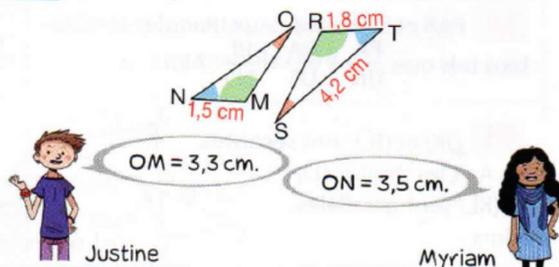
42 Ces triangles DEF et DFG sont semblables.



a. Écrire les paires de côtés homologues.

b. Calculer les longueurs DE et EF.

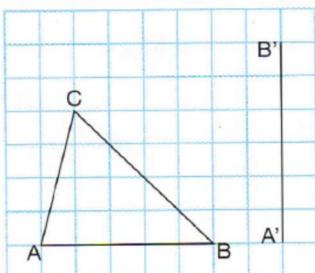
43 Ces triangles MON et RST sont semblables.



Ces affirmations sont-elles exactes ?

Exercices sur les Triangles semblables

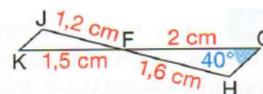
44 a. Reproduire cette figure sur du papier quadrillé.



b. C' est un point tel que les triangles A'B'C' et ABC sont semblables, A et A' étant deux sommets homologues de même que les points B et B'.

Sans utiliser les graduations de la règle ou de l'équerre, construire un tel point C'.

45 Les droites (JH) et (KG) sont sécantes en F.



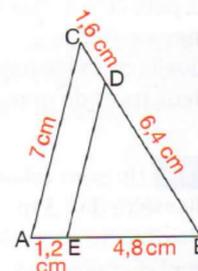
a. Démontrer que les droites (JK) et (GH) sont parallèles.

b. Expliquer pourquoi les triangles FJK et FGH sont semblables.

46 Les droites (AE) et (CD) sont sécantes en B.

a. Expliquer pourquoi les triangles ABC et EBD sont semblables.

b. Calculer la longueur DE.



Je m'évalue à mi-parcours



Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur	
47 Un triangle semblable au triangle ABC est le triangle ...					Cours 1 et ex. 6
48 IJK est un triangle isocèle en I tel que IJ = 5 cm et JK = 4 cm. LMN est un triangle semblable à IJK avec J et M homologues, ainsi que K et N. On sait que MN = 14 cm. Alors ...	LM = 14 cm	LM = 15 cm	LM = 17,5 cm	Cours 1 et ex. 1	
49 ABC est un triangle tel que : AB = 6 cm, BC = 5 cm, CA = 9 cm. Un triangle semblable à ABC est le triangle ...	DEF tel que DE = 8 cm, EF = 7 cm, DF = 11 cm	GHI tel que GH = 12,6 cm, HI = 8,4 cm, IG = 7 cm	JKL tel que JK = 7,2 cm, KL = 6 cm, LJ = 9,9 cm	Cours 2 et ex. 26	
50 FAR et SUN sont deux triangles semblables tels que $\frac{FA}{UN} = \frac{RA}{US} = \frac{RF}{NS}$. Alors ...	$\widehat{FAR} = \widehat{SUN}$	$\widehat{AFR} = \widehat{USN}$	$\widehat{FRA} = \widehat{SNU}$	Cours 2 et ex. 38	
51 (JK) et (IL) sont sécantes en A et les droites (IJ) et (KL) sont parallèles. Alors ...	$\widehat{KLA} = \widehat{AJI}$	AJ = 1,2 cm	LK = 1,2 cm	Cours 3 et ex. 12	

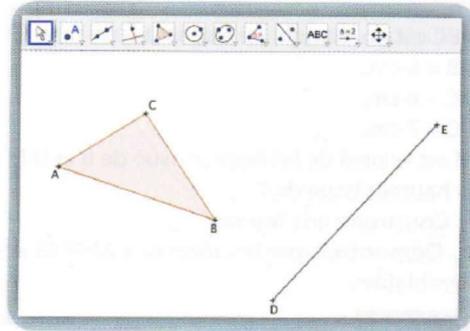
► Construire des triangles semblables

52 Utiliser des triangles égaux

ABC est un triangle et [DE] est un segment plus long que [AB].
On se propose de construire, avec GeoGebra, un triangle DEH semblable au triangle ABC tel que les points A et D soient homologues ainsi que les points B et E.

1 Réaliser une figure

- Créer un triangle ABC et un segment [DE] tel que $DE > AB$.
- Créer le cercle de centre D et de rayon AB (utiliser).
Noter F le point d'intersection avec [DE].
- Créer le cercle de centre D et de rayon AC, puis le cercle de centre F et de rayon BC.
Noter G l'un des points d'intersection de ces deux cercles, puis créer le triangle DFG.
- Créer la parallèle à la droite (FG) passant par E.
Noter H son point d'intersection avec la droite (DG).



2 Prouver

- Expliquer pourquoi les triangles ABC et DFG sont égaux.
- Expliquer pourquoi les triangles DEH et DFG sont semblables.
- Expliquer ensuite pourquoi les triangles DEH et ABC sont semblables.

53 Résoudre un problème

ABC est un triangle équilatéral.

D, E et F sont les points de [AB], [BC] et [CA] tels que :

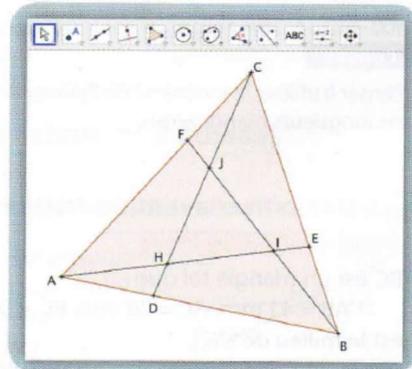
$$AD = \frac{1}{3} \times AB ; BE = \frac{1}{3} \times BC \text{ et } CF = \frac{1}{3} \times CA.$$

H, I et J sont les points d'intersections des segments [AE], [BF] et [CD].

On se propose d'étudier la nature du triangle HIJ.

1 Réaliser une figure

- Avec GeoGebra, créer le triangle ABC (utiliser).
Le logiciel note a la longueur AB.
- Construire le point D (utiliser , cliquer sur A puis saisir $a/3$ comme rayon).
- Construire de même les points E et F.
- Construire les points H, I et J.



2 Conjecturer

- Afficher les mesures des angles \widehat{IHJ} (utiliser , cliquer sur I, sur H, puis sur J), \widehat{HJI} et \widehat{JIH} .
- Déplacer les points A, B et C. Que peut-on conjecturer sur la nature du triangle HIJ ?

3 Démontrer

- Démontrer que les triangles ADC et AEB sont égaux.
- Démontrer que les triangles ADC et AHD sont semblables.
- Citer les angles homologues des triangles ADC et AHD.
En déduire la mesure de l'angle \widehat{AHD} , puis la mesure de l'angle \widehat{IHJ} .
- Expliquer pourquoi le triangle IHJ est équilatéral.

S'initier au raisonnement

54 Analyser une figure

Chercher • Raisonner • Communiquer

ABC est un triangle tel que :

AB = 5 cm,

AC = 6 cm,

BC = 7 cm.

M est le pied de la hauteur issue de B et N le pied de la hauteur issue de C.

- Construire une figure.
- Démontrer que les triangles AMB et ANC sont semblables.

Conseil

Observe les angles des triangles AMB et ANC.

55 Calculer avant de démontrer

Raisonner • Calculer • Communiquer

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

AB = 4,8 cm et BC = 5 cm.

DEF est un triangle rectangle en D tel que :

DE = 2,1 cm et DF = 7,2 cm

Démontrer que les triangles ABC et DEF sont semblables.

Conseil

Penser à utiliser le théorème de Pythagore pour trouver les longueurs manquantes.

56 Démontrer avant de calculer

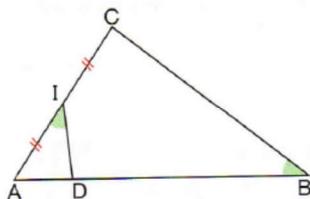
Raisonner • Calculer • Communiquer

ABC est un triangle tel que :

AB = 42 mm, AC = 28 mm, BC = 36 mm.

I est le milieu de [AC].

D est le point de [AB] tel que $\widehat{AID} = \widehat{ABC}$.



Calculer les longueurs des côtés du triangle AID. Si nécessaire, donner une valeur approchée au dixième près.

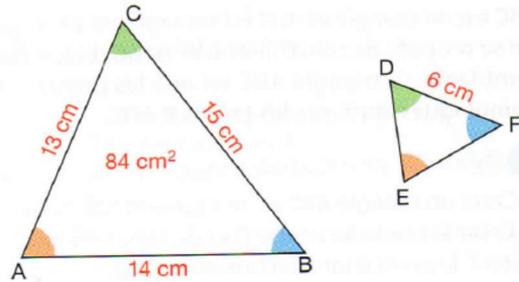
Conseil

Démontre d'abord que les triangles ABC et AID sont semblables.

57 Calculer une aire

Raisonner • Calculer • Communiquer

Ces triangles ABC et DEF sont semblables.



- Calculer les longueurs DE et EF.
- Sachant que l'aire du triangle ABC est 84 cm^2 , calculer l'aire du triangle DEF.

Conseil

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k , les aires sont multipliées par k^2 .

58 Procéder par élimination

Chercher • Raisonner • Communiquer

ZOU et ARE sont deux triangles semblables tels que :

• ZO = 16 cm, ZU = 20 cm, OU = 28 cm ;

• AR = 12 cm, AE = 21 cm.

Quelle est la longueur du troisième côté [RE] du triangle ARE ?

Conseil

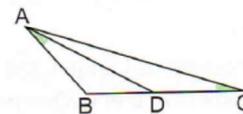
Envisage les trois cas :

$RE < 12 \text{ cm}$; $12 \text{ cm} < RE < 21 \text{ cm}$ et $RE > 21 \text{ cm}$.

59 Établir une égalité

Chercher • Raisonner • Communiquer

ABC est un triangle. D est le point de la demi-droite [BC) tel que $\widehat{BAD} = \widehat{BCA}$.



- Citer deux triangles semblables. Expliquer la réponse.
- Démontrer alors que $AB^2 = BC \times BD$.

Conseil

Écris deux rapports égaux, puis utilise l'égalité des produits en croix.

Organiser son raisonnement

60 Construire une figure

Représenter • Raisonner • Communiquer

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 8 \text{ cm}, \widehat{BAC} = 70^\circ, \widehat{ABC} = 30^\circ.$$

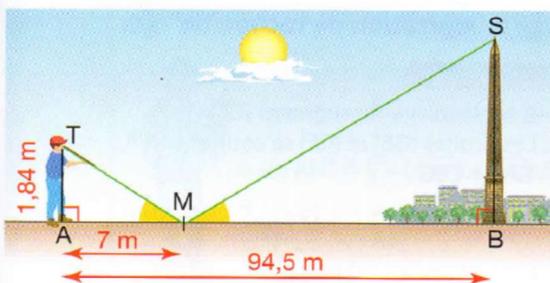
D est un point du segment [AB] tel que $AD = 6 \text{ cm}$.

- Construire une figure.
- E est un point de la demi-droite [AC] tel que le triangle ADE soit semblable au triangle ABC. Construire tous les emplacements possibles du point E.

61 Utiliser des triangles semblables

Chercher • Calculer • Communiquer

Pour estimer la hauteur de l'obélisque de la place de la Concorde à Paris, un touriste mesurant 1,84 m regarde dans un miroir (M) dans lequel il arrive à voir le sommet S de l'obélisque.



Les angles \widehat{AMT} et \widehat{BMS} ont la même mesure. Calculer la hauteur de l'obélisque.

62 Procéder avec méthode

Raisonner • Calculer • Communiquer

Les côtés du triangle ABC ont pour longueurs 15 cm, 18 cm et 20 cm. Un triangle DEF est semblable au triangle ABC et un de ses côtés a pour longueur 27 cm. Quelles peuvent être les longueurs des autres côtés du triangle DEF ?

63 Représenter une situation

Modéliser • Raisonner • Communiquer

Voici des distances à vol d'oiseau entre Marseille (M), Nantes (N) et Toulouse (T) :

$$MN = 690 \text{ km}, NT = 470 \text{ km}, MT = 320 \text{ km}.$$

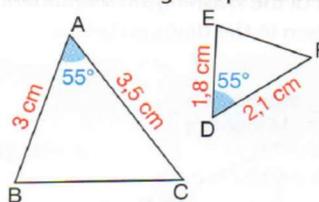
Estimer une mesure de l'angle \widehat{NMT} .

On peut réaliser un plan à l'échelle $\frac{1}{10\,000\,000}$.

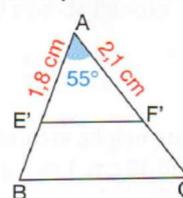
64 Étudier un autre cas de similitude

Raisonner • Calculer • Communiquer

ABC et DEF sont deux triangles représentés ci-dessous.



- Vérifier que $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$.
- On construit le point E' de [AB] tel que $AE' = DE$ et le point F' de [AC] tel que $AF' = DF$.



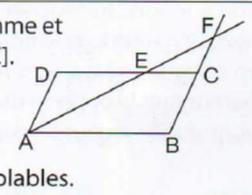
- Démontrer que les triangles AE'F' et DEF sont égaux.
- Démontrer que les droites (E'F') et (BC) sont parallèles.
- Expliquer pourquoi les triangles ABC et DEF sont semblables.

65 Utiliser plusieurs méthodes

Raisonner • Communiquer

Le professeur a donné à ses élèves l'exercice ci-dessous.

ABCD est un parallélogramme et E est un point du côté [DC]. Les demi-droites [AE) et [BC) se coupent en F. Démontrer que les triangles ADE et EFC sont semblables.



Camille

J'ai montré que ces deux triangles ont leurs angles de mêmes mesures.

Manon

J'ai prouvé que les longueurs des côtés sont proportionnelles.

- Effectuer le travail de Camille puis celui de Manon.
- Quelle méthode préférez-vous ? Expliquer.