Corrigé Situation 1 p 144

① Après 10 s de chute, le solide aura parcouru d(10)=100 mètres.

② $\dfrac{d(10+h)-d(10)}{h}=\dfrac{(10+h)^2-100}{h}=\dfrac{20h+h^2}{h}=20+h$

$\lim\limits_{h\to 0} 20+h=20$ donc $d'(10)=20$.

③ Comme à la question **2**, en répartissant le travail dans la classe, on complète le tableau suivant.

$t=\ldots$	10	15	20	25	30
$d'(t)=\ldots$	20	30	40	50	60

④ On conjecture, au vu des résultats précédents, que $d'(t)=2t$.

⑤ $\dfrac{d(t+h)-d(t)}{h}=\dfrac{(t+h)^2-t^2}{h}=\dfrac{2th+h^2}{h}=2t+h$

$\lim\limits_{h\to 0} 2t+h=2t$ donc $d'(t)=2t$.

⑥ On en déduit que la vitesse instantanée du solide à l'instant 100 est $d'(100)=200$.

Corrigé des exercices 10 et 11 p 160

10 1. $\dfrac{f(-5+h)-f(-5)}{h}=\dfrac{\frac{-8}{-5+h}-\frac{-8}{-5}}{h}$

$=\dfrac{\frac{40+8(-5+h)}{-5(-5+h)}}{h}$

$=\dfrac{\frac{8h}{-5(-5+h)}}{h}$

$=\dfrac{8}{-5(-5+h)}$

Lorsque h tend vers 0, le taux de variation tend vers le nombre réel $\frac{8}{25}$.

La fonction f est donc dérivable en -5 avec $f'(-5)=\frac{8}{25}$.

2. f est de la forme ku, avec $k=-8$ et $u(x)=\frac{1}{x}$ dérivable sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$. On en déduit que f est dérivable sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$ et $f'(x)=ku'(x)=-8\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)=\frac{8}{x^2}$.

Le nombre dérivé en -5 est $f'(-5)$ et est égal à $\frac{8}{(-5)^2}=\frac{8}{25}$.

On retrouve bien le résultat de la question précédente.

11 1. $\dfrac{h(1+h)-h(1)}{h}=\dfrac{2(1+h)^2-(1+h)+1-(2-1+1)}{h}$

$=\dfrac{2h^2+4h+2-1-h+1-(2-1+1)}{h}$

$=\dfrac{h(2h+3)}{h}$

$=2h+3$

Lorsque h tend vers 0, le taux de variation tend vers le nombre réel 3.

La fonction f est donc dérivable en 1 avec $f'(1)=3$.

2. $\dfrac{h(-2+h)-h(-2)}{h}=\dfrac{2(-2+h)^2-(-2+h)+1-(8+2+1)}{h}$

$=\dfrac{2h^2-8h+8+2-h+1-(8+2+1)}{h}$

$=\dfrac{h(2h-9)}{h}$

$=2h-9$

Lorsque h tend vers 0, le taux de variation tend vers le nombre réel -9.

La fonction f est donc dérivable en -2 avec $f'(-2)=-9$.

3. $\dfrac{h(h)-h(0)}{h}=\dfrac{2h^2-h+1-(1)}{h}=\dfrac{h(2h-1)}{h}=2h-1$

Lorsque h tend vers 0, le taux de variation tend vers le nombre réel -1.

La fonction f est donc dérivable en 0 avec $f'(0)=-1$.

4. $\dfrac{h(a+h)-h(a)}{h}$

$=\dfrac{2(a+h)^2-(a+h)+1-\left(2a^2-a+1\right)}{h}$

$=\dfrac{2a^2+4ah+2h^2-a-h+1-\left(2a^2-a+1\right)}{h}$

$=\dfrac{h(2h+4a-1)}{h}$

$=2h+4a-1$

Lorsque h tend vers 0, le taux de variation tend vers le nombre réel $4a-1$.

La fonction f est donc dérivable en a avec $f'(a)=4a-1$.

L'élève a raison.