

Correction exercices 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 p 192

1 1. Pour tout réel x , $f'(x) = 3\exp(x) - 2$.

2. Pour tout réel x ,

$$g'(x) = 4x\exp(x) + (2x^2 + 1)\exp(x) = \exp(x)(2x^2 + 4x + 1).$$

3. Pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$,

$$h'(x) = \frac{\exp(x)(6 + 2x) - 2(2 + \exp(x))}{(6 + 2x)^2}$$
$$= \frac{\exp(x)(4 + 2x) - 4}{(6 + 2x)^2}.$$

2 1. Pour tout réel x , $f'(x) = e^x + xe^x + 3 = e^x(1 + x) + 3$.

2. Pour tout réel x ,

$$g'(x) = (2x + 2)e^x + (x^2 + 2x - 1)e^x = e^x(x^2 + 4x + 1).$$

3. Pour tout réel x ,

$$h'(x) = \frac{e^x(e^x + x) - e^x(e^x + 1)}{(e^x + x)^2} = \frac{e^x(x - 1)}{(e^x + x)^2}.$$

3 1. $e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow e^x = e^0 \Leftrightarrow x = 0$. La fonction f est définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$. La proposition est fausse.

2. Pour tout $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{-2e^x}{(e^x - 1)^2}$.

La proposition est fausse.

3. Pour tout $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$, $-2e^x < 0$. On en déduit que pour tout $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$, f' est négative et la fonction f est décroissante. La proposition est fausse.

5 $\exp(2) = \exp(5 + (-3)) = \exp(5) \times \exp(-3)$
 $\approx 140 \times 0,05 \approx 7$.

$$\exp(8) = \exp(5 - (-3)) = \frac{\exp(5)}{\exp(-3)} \approx \frac{140}{0,05} \approx 2800.$$

$$\exp(-2) = \frac{1}{\exp(2)} = \frac{1}{\exp(5 + (-3))} = \frac{1}{\exp(5) \times \exp(-3)}$$
$$\approx \frac{1}{140 \times 0,05} \approx \frac{1}{7}.$$

$$\exp(10) = \exp(2 \times 5) = (\exp(5))^2 \approx 140^2 \approx 19\,600.$$

6 $\exp(2) = \exp(6 - 4) = \frac{\exp(6)}{\exp(4)} \approx \frac{400}{50} \approx 8$.

$$\exp(10) = \exp(6 + 4) = \exp(6) \times \exp(4) \approx 400 \times 50 \approx 20\,000.$$

$$\exp(-2) = \frac{1}{\exp(2)} = \frac{1}{8}.$$

$$\exp(8) = \exp(2 \times 4) = (\exp(4))^2 \approx 50^2 \approx 2500.$$

$$\exp(12) = \exp(3 \times 4) = (\exp(4))^3 \approx 50^3 \approx 125\,000.$$

7 $A = \exp(2x - 3) \times \exp(4 - x) = \exp(2x - 3 + 4 - x)$
 $= \exp(x + 1)$.

$$B = (\exp(x - 1))^2 \times \exp(x + 2) = \exp(2(x - 1)) \times \exp(x + 2)$$
$$= \exp(2x - 2 + x + 2) = \exp(3x).$$

$$C = \frac{3\exp(x)}{\exp(1 - 2x)} = 3\exp(x - (1 - 2x)) = 3\exp(3x - 1).$$

11 $e^{-x} - e^{-2x} = \frac{1}{e^x} - \frac{1}{e^{2x}} = \frac{e^x}{e^{2x}} - \frac{1}{e^{2x}} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}}.$