Correction exercice 6 feuille Listes avec Python

6. Exercice d'application en débranché

Emma écrit en Python la fonction suivante :

```
def nombre_derive(g,a,n):
    taux_variation=[]
    for k in range(1,n+1):
        h=10**(-k)
        t=(g(a+h)-g(a))/h
        taux_variation.append(t)
    return taux_variation
```

a. Que renvoie cette fonction ?

b. Emma ajoute en Python la fonction notée `f` :

```
def f(x):
    return x**2+3*x-6
```

En appelant dans la console `nombre_derive(f,2,5)`, Emma obtient l'affichage ci-dessous. Que peut-on conjecturer ?

```
[7.1000000000000085, 7.0099999999998275,
7.000999999998925, 7.000100000027487,
7.000010000091094]
```

c. Étudier la dérivabilité de la fonction $f : x \mapsto x^2 + 3x - 6$ en $a = 2$. Confirmer ou infirmer la conjecture du b.

a. Cette fonction renvoie la liste des n taux de variation de la fonction g entre a et a+ h pour différentes valeurs de h comprises entre 0,1 =10^{-1} et 10^{-n}.

b. Emma travaille avec la fonction f telle que $f(x) = x^2 + 3x - 6$.

Comme la liste des 5 taux de variation de la fonction f entre 2 et 2+h pour les valeurs de h comprises entre 10^{-1} et 10^{-5} sont des nombres qui sont de plus en plus proches du nombre 7, on peut conjecturer que le nombre dérivé de la fonction f en 2 est égal à 7, c'est-à-dire f '(2)= 7.

c. $f(x) = x^2 + 3x - 6.$ $\quad f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 6 = 4$

$f(2+h) = (2+h)^2 + 3(2+h) - 6 = 4 + 4h + h^2 + 6 + 3h - 6 = h^2 + 7h + 4$

$t(h) = \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{h^2+7h+4-4}{h} = \frac{h^2+7h}{h} = \frac{h^2}{h} + \frac{7h}{h} = h + 7$

(ou bien $\frac{h^2+7h}{h} = \frac{h(h+7)}{h} = h + 7$)

Quand h tend vers 0, h+7 tend vers 7, le taux de variation de f en 2 tend vers le nombre réel 7 donc la fonction f est dérivable en 7 et le nombre dérivé de f en 2 est égal à 7 : f '(2)=7

Ce qui confirme la conjecture faite au b.