

Exercice 1

a) $a = 3; \alpha = 1; \beta = 1$ b) $a = -2; \alpha = -4; \beta = -7$ c) $h(x) = -(x+5)^2 + 3$
 $a = -1; \alpha = -5; \beta = 3$

d) $h(x) = (x-0)^2 - 4; a = 1; \alpha = 0; \beta = -4$

Exercice 2

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times (-2)} = -1 \text{ et } \beta = f(-1) = -2 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) + 1 = 3.$$

La forme canonique de f est $f(x) = -2(x+1)^2 + 3$

Exercice 3

D'après le tableau de variation : $a < 0; \alpha = 1$ et $\beta = -2$ $f(1) = -2$ donc les formes possibles sont

$$-x^2 + 2x - 3 \text{ et } -5(x-1)^2 - 2$$

Exercice 4

a) $2x^2 - 4x + 2 = 2(x-1)^2$ b) $3x^2 - 12x + 19 = 3(x-2)^2 + 7$

c) $-x^2 - 2x + 1 = -(x+1)^2 + 2$ d) $-\frac{1}{2}x^2 + 4x + 3 = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 11$

Exercice 5 On peut faire en calculant α et $\beta=f(\alpha)$ ou bien en faisant apparaître une identité remarquable.

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 5 = 3\left[\left(x^2 - \frac{5}{3}x\right)\right] + 5 = 3\left(x^2 - 2 \times \frac{5}{6}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2\right) + 5 = 3\left[\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{36}\right] + 5$

$$f(x) = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} + 5 = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} + \frac{60}{12} = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{35}{12}$$

b) $g(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ c) $h(t) = -2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$ d) $k(x) = 0,5(x+2,5)^2 - 10,125$

$$\text{ou } k(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{81}{8}$$

Exercice 6 On peut faire en calculant α et $\beta=f(\alpha)$ ou bien en faisant apparaître une identité remarquable. \Leftrightarrow

a) $f(x) = 3(x^2 - x) = 3\left(x^2 - 2 \times \frac{1}{2}x\right) = 3\left(x^2 - 2 \times \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$

b) $g(x) = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$

c) $h(x) = 0,2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} = \frac{1}{5}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$ d) $k(t) = -3t^2 - t + 2 = -3\left(t + \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{25}{12}$

Exercice 7

2 extremum de f en -1 donc la forme canonique de f est $f(x) = a(x+1)^2 + 2$

Cf passe par O(0 ;0) donc $f(0) = 0 \Leftrightarrow a(0+1)^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow a = -2$

La forme canonique de f est $f(x) = -2(x+1)^2 + 2$