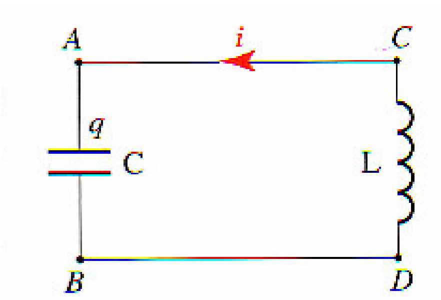
Exercices sur le circuit RLC série

Exercice 1 Equation différentielle en courant ; conditions initiales ; constance de l'énergie totale.

On considère le circuit idéal (L, C) ci-contre.

Le condensateur de capacité 330 µF est chargé depuis longtemps sous une tension $E = 6{,}0$ V.

A la date $t = 0$ s, on le décharge dans la bobine idéale d'inductance $L = 7{,}2$ mH et l'on suppose que le courant a une intensité nulle à la date $t = 0$ s.



1. Reproduire le schéma et flécher les tensions u_C et u_L en convention récepteur.

2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité algébrique $i(t)$ du courant.

3. **Solution de l'équation différentielle ; courbes $u_C(t)$ et $i(t)$.**

On propose comme solution de l'équation différentielle : $i(t) = I_m \cos\left(\dfrac{2\pi t}{T_O} + \phi_O\right)$ où I_m est une constante positive.

3.1. Que représente la constante T_o pour la fonction $i(t)$ proposée ? Justifier.

3.2. Etablir l'expression de T_o en fonction de L et de C en utilisant l'équation différentielle établie en 2 et en déduire sa valeur numérique. Comment appelle-t-on T_o ?

3.3. Exprimer $u_C(t)$ en fonction de L, I_m, T_o et t.

3.4. En exprimant les conditions initiales, écrire deux relations littérales entre les constantes I_m et ϕ_o.

3.5. Déduire du système précédent, la valeur de ϕ_o ainsi que l'expression littérale de I_m en fonction de E, L et C.

3.6. En déduire les expressions de $i(t)$ en fonction de E, L et C, T_o et t, puis de $u_C(t)$ en fonction de E, T_o et t.

3.7. Calculer les valeurs maximales U_m et I_m respectivement de $u_C(t)$ et $i(t)$. Comment appelle-t-on U_m et I_m ?

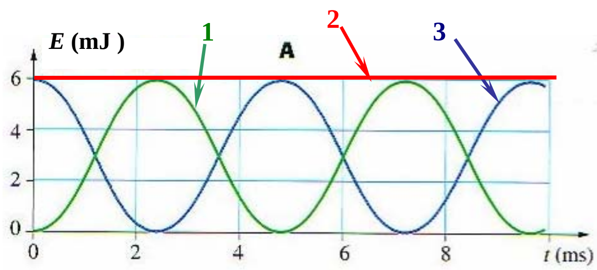
3.8. Construire sur un même graphique, sans souci d'échelle, les courbes $u_C(t)$ et $i(t)$ en faisant apparaître la période T_o.

4. **Etude énergétique**

4.1. Donner les expressions de E_c, E_b et E_{tot}, respectivement énergie du condensateur, de la bobine et énergie totale du circuit (L, C), en fonction de $L, C, u_C(t)$ et $i(t)$.

4.2 En déduire les expressions littérales de $E_c(t)$, $E_b(t)$ et E_{tot}, en fonction de C, E, T_o et t. Que pensez-vous de E_{tot} ? Etait-ce prévisible ? Calculer E_{tot} en mJ.

4.3. Montrer que les fonctions $E_c(t)$, $E_b(t)$ ont comme période $T_o/2$.



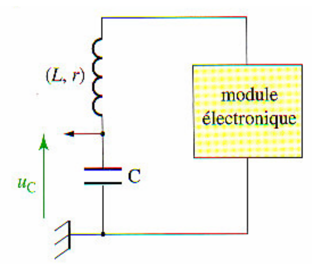
4.4. On propose ci-contre trois courbes 1, 2 et 3, susceptibles de représenter les variations temporelles des énergies citées plus haut. Associer à chacune de courbes l'énergie qui convient. Justifier qualitativement.

4.5. Commenter les variations des diverses énergies identifiées. Conclure.

4.6. L'étude énergétique théorique développée aux questions 4.1, 4.2 et 4.3, est-elle cohérente avec les courbes proposées ?

Exercice 2 Etablir l'expression d'une tension en fonction du temps

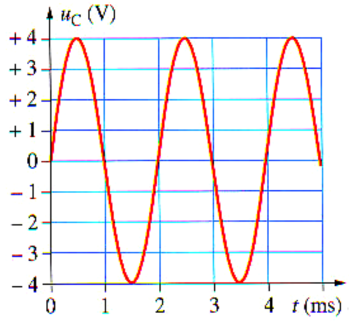
On se propose de réaliser l'acquisition de la tension u_C aux bornes du condensateur d'un dipôle (r, L, C) relié à un module électronique permettant d'éviter l'amortissement des oscillations (cf schéma ci-contre) et réglé à la limite de l'accrochage des oscillations. La capacité du condensateur vaut $C = 0{,}5$ µF.



Quel rôle remplit le module électronique d'un point de vue énergétique ?

A. Première partie

Un élève réalise l'acquisition ci-contre.



1. Déterminer la période T_o des oscillations de la tension u_C ainsi que son amplitude U_m.

2. En supposant que la période T_o mesurée est égale quasiment à la période propre des oscillations idéales d'un dipôle (L, C), déterminer l'inductance L de la bobine.

3. Quelle est la valeur de la tension u_C à la date $t = 0$ s ?

4. L'expression de la tension u_c en fonction du temps est :

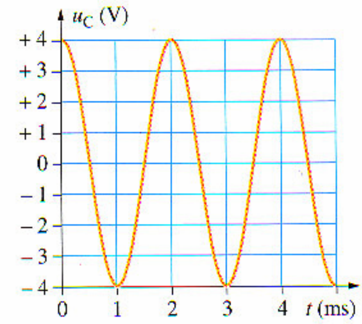
$$u_C(t) = U_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T_O} + \phi_O\right)$$

4.1. En s'aidant de la courbe expérimentale ci-contre, déterminer, en justifiant la valeur de ϕ_o.

4.2. Ecrire alors l'expression numérique de la fonction $u_C(t)$ dans le système international d'unités.

B. Deuxième partie

A partir du même montage, un autre élève réalise une deuxième acquisition et obtient la courbe ci-contre.



1. Quelle est la nouvelle valeur de la tension u_C à la date $t = 0$?

2. On propose comme nouvelle expression de la tension $u_C(t)$:

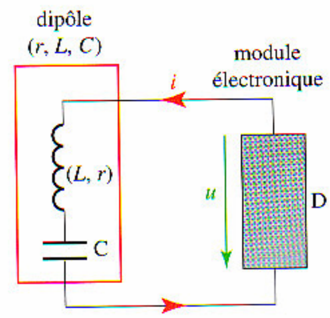
$$u_C(t) = U'_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T'_O} + \phi'_O\right)$$

3. Déterminer à l'aide du graphe les valeurs des constantes U'_m, T'_o et ϕ'_o.

4. Ecrire la nouvelle expression numérique de $u_C(t)$.

Exercice 3 Déterminer l'expression de la charge d'un condensateur

Le montage schématisé ci-contre permet d'obtenir des oscillations non amorties aux bornes du condensateur d'un circuit (r, L, C). La tension aux bornes du module électronique D est $u = - r.i$.



1. Faire un schéma équivalent du montage en utilisant une bobine idéale d'inductance L.

2. En utilisant la loi des mailles, montrer que le circuit peut se réduire à un circuit très simple que l'on schématisera.

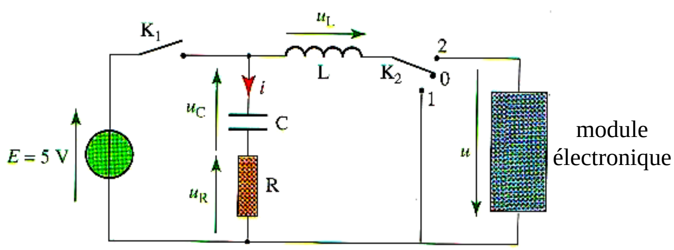
3. On appelle $q(t)$ la charge, à l'instant de date t, de l'armature du condensateur rencontrée par la flèche orientant le circuit. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $q(t)$.

4. Traduire que la fonction $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_O} + \phi_O\right)$ est une solution de l'équation différentielle et déterminer l'expression de T_o.

5. A t=0s, le condensateur porte une charge négative $- q_o$, maximale en valeur absolue. Déterminer alors les constantes Q_m et ϕ_o.

Exercice 4 Utiliser un dispositif d'entretien des oscillations

On réalise le montage schématisé ci-contre.



1. **le commutateur est en position 0 : n ferme l'interrupteur K_1.**

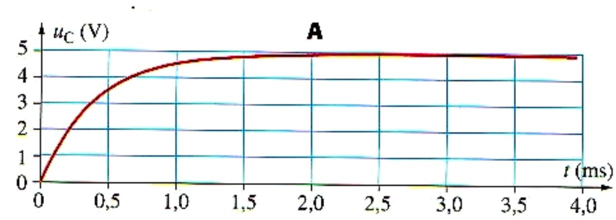
Le graphique **A** ci-après représente la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

1.1. Déterminer graphiquement de deux façons, la constante de temps du dipôle (R, C).

1.2. Sachant que la résistance du conducteur ohmique est $R = 200\ \Omega$, en déduire la capacité du condensateur.

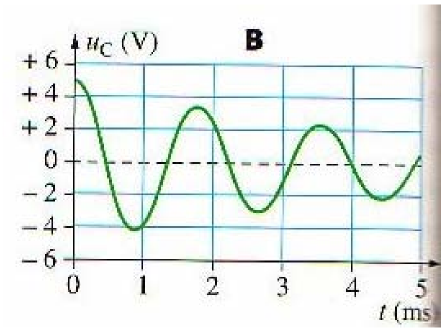
2. **L'interrupteur K_1 est maintenant ouvert.**

Le commutateur K_2 est placé en position 1.



2.1. le graphique **B** représente l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur.

La tension $u_C(0)$ figurant sur le graphique B est-elle en accord avec les informations données par le graphique A ? Quelle propriété de u_C est ainsi traduite ?



2.2. Quel est le composant responsable de l'amortissement des oscillations, la résistance de la bobine étant négligeable.

2.3. Déterminer graphiquement la pseudo-période T.

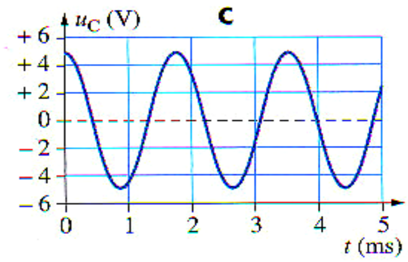
2.4. La valeur de T est pratiquement égale à la période propre d'un circuit (L, C).

Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.

3. **On place le commutateur K_2 en position 2.**

On ferme l'interrupteur K_1 pour charger de nouveau le condensateur.

Le condensateur, chargé, l'interrupteur K_1 est ouvert et le commutateur K_2 est placé en position 2 à un instant choisi comme nouvelle origine des dates.



3.1. Ecrire une relation entre les tensions u_C, u_L, u_R et u. On souhaite que les oscillations de la tensions u_C soient non amorties. En déduire la valeur de la tension imposée par le module électronique pour qu'il en soit ainsi.

3.2. Le graphique **C** correspondant à l'évolution de la tension u_C est-il correct. Justifier la réponse.

Exercice 5 Le dipôle (R, L, C)

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension continue de f.é.m $E = 6$ V, un condensateur de capacité C, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, deux conducteurs ohmiques de résistance R et deux interrupteurs K et K'(voir figure 1).

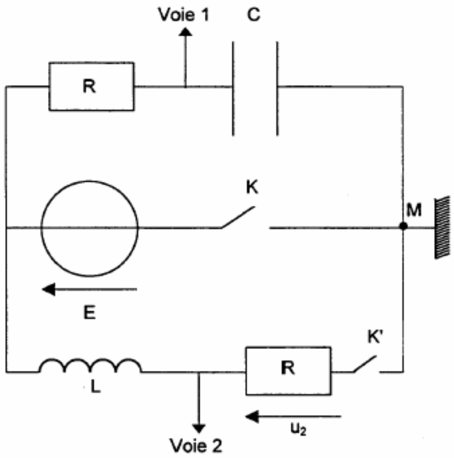


Figure 1

On utilise un dispositif informatisé d'acquisition de données qui permet de visualiser sur la voie 1 la tension u_1 aux bornes du condensateur en fonction du temps.

A – Première expérience

Dans cette expérience, on ferme K (en maintenant K' ouvert). Le dipôle (R,C) est alors soumis à un échelon de tension de valeur E.

1. Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de K ?

2. Reproduire sur la copie la partie de circuit concernée et indiquer sur ce schéma, juste après la fermeture de l'interrupteur K, le sens du courant, le signe des charges de chacune des armatures du condensateur.

Indiquer la flèche-tension u_1 aux bornes du condensateur.

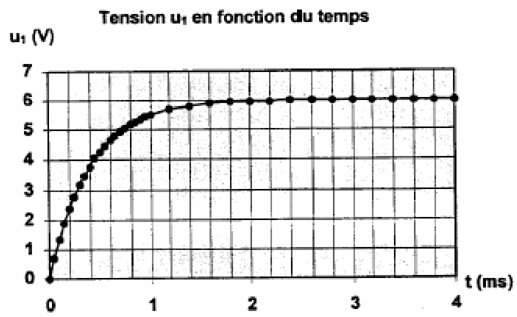


Figure 2

3. Sur la voie 1, on obtient la courbe de la figure 2 ci-contre.

Déterminer graphiquement, la constante de temps τ du dipôle (R,C) en expliquant la méthode utilisée. Sachant que $R = 20\ \Omega$, en déduire la valeur de la capacité C.

4. L'étude théorique du dipôle(R,C) conduit à l'équation différentielle

$$\tau \frac{du_1}{dt} + u_1 = E .$$

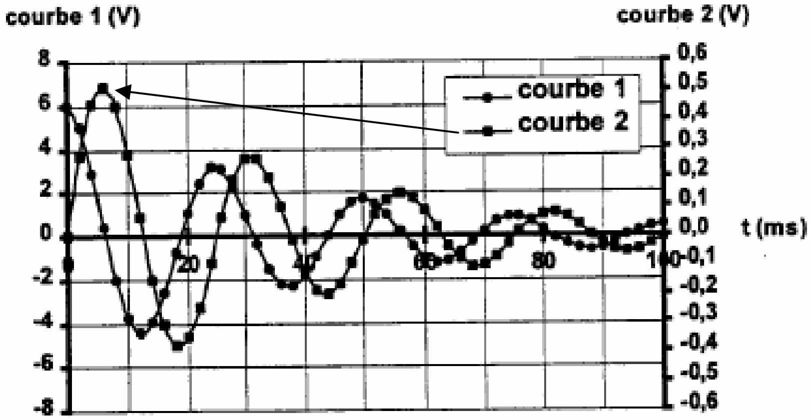
a. Retrouver cette équation différentielle en appliquant la loi d'additivité des tensions

b. Compte tenu des conditions initiales, la solution de cette équation est de la forme $u_1 = E \cdot \left[\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]$. Calculer la valeur de u_1 pour $t = 5\tau$. Conclure.

B. Deuxième expérience

Une fois la première expérience réalisée, on ouvre *K* puis on ferme *K'*. Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. On utilise le mène dispositif informatisé d'acquisition de données pour visualiser, sur la voie 1, la tension u_1 aux bornes du condensateur et sur la voie 2, la tension u_2 aux bornes du conducteur ohmique *R*. L'acquisition est synchronisée avec la fermeture de l'interrupteur. On obtient les courbes de la figure 3 :

Figure 3 (R = 20 Ω ; L = 0,8 H ; C = 20 µF)



1. Attribuer à chaque courbe de la figure 3 la tension correspondante en justifiant brièvement pour une courbe seulement.

2. Mesurer la pseudo-période *T* des oscillations. Calculer la période propre T_o correspondant au cas où les résistances *R* sont négligeables. Conclure.

3. **Influence des paramètres**

On réalise à présent la deuxième expérience en modifiant un seul des paramètres *L* ou *C*. Deux cas sont proposés. Dans l'un, on a diminué la valeur de *L*, dans l'autre, on a augmenté la valeur de *C*. On obtient les figures 4 et 5.

Figure 4

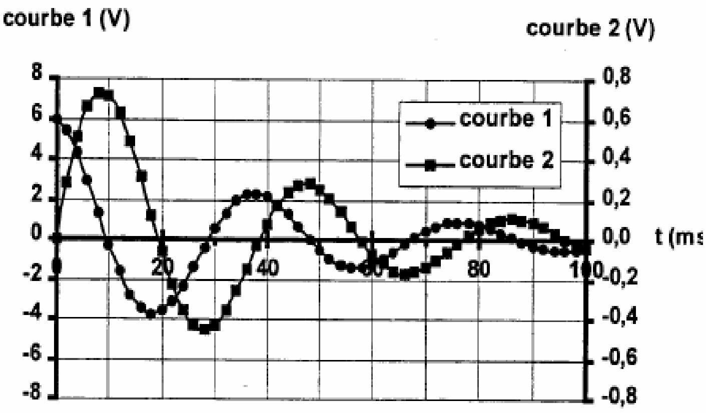
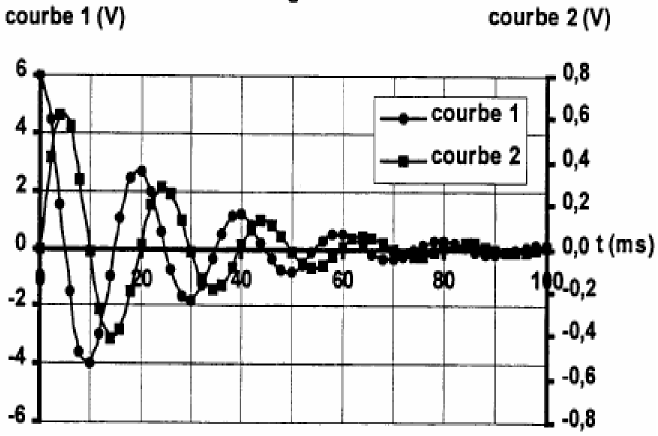


Figure 5



Attribuer à chaque cas proposé la figure qui lui correspond. Justifier.