

Pierre se passionne pour l’astromodélisme. Avec ses amis, il fabrique un modèle réduit de fusée. Le vol de cette maquette dure 20 s. Il exprime l’altitude ***h*** de la fusée (en mètres) en fonction du temps ***t*** (en secondes) par la relation :

$$h\left(t\right)=-2,5t^{2}+50t.$$

**Problématique : Quelle est l’altitude maximale de la fusée ?**

1. ***Donner*** *la durée de vol de la fusée ? (C1)*

**La durée de vol est de 20s.**

2. ***Préciser*** *les informations utiles pour répondre à la problématique ? (C1)*

**Les informations utiles sont :**

**- la fonction qui exprime l’altitude (m) en fonction de la durée (s) :** $h\left(t\right)=-2,5t^{2}+50t$

- **la durée de vol** : 20s

3. **Exprimer** la fonction $h\left(t\right)=-2,5t^{2}+50t$en une fonction$h\left(x\right)=-2,5x^{2}+50x$(C1)

**-** que représente $x$**: la durée en secondes (s)**

- que représente $h\left(x\right)$ : l’altitude en mètres (m)

3. ***Proposer*** *une méthode permettant de répondre à la problématique. Aucun calcul n’est demandé. (C2, C5)*

**Méthode 1 : -Tracer la courbe de la fonction h et déterminer graphiquement ou pas le calcul les coordonnées du sommet de la parabole (Rappel S(-b/2a, f(-b/2a))**

* **Déduire l’altitude maximale de la fusée ;**

**Méthode 2 : - Calculer la fonction dérivée de h(x), notée h’(x)**

* **Résoudre l’équation h’(x) = 0 (pour trouver la valeur de x=xsommet)**
* **Dresser le tableau de variation de h(x)**
* **Déduire l’altitude maximale de la fusée.**

**Résolution.**

* *Utilisation de la calculatrice*.

4. *A l’aide de la calculatrice,* ***tracer*** *la représentation graphique de la fonction h. (C3)*

*(****Paramètres de la fenêtre d’affichage : xmin : 0, xmax : 20, ymin : -50 ; ymax : 250****).*

5. *Utiliser cette représentation graphique**pour* ***compléter*** *le tableau de variation de la fonction h. (C1)*

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | **0 10 20** |
| ***h(x)*** |  **250****0** **0** |

6. ***Déterminer*** *les coordonnées du sommet S de la parabole ? (C3)*

- Par résolution graphique, à l’aide de la calculatrice :**Xs= 10, ys=f(xs)=250**

- Par le calcul, sachant que S admet comme coordonnées : S($x=$ $\frac{-b}{2a}$ ;$h\left(x\right)$)

**Les coefficients de la fonction polynôme du second degré** $h\left(x\right)=-2,5x^{2}+50x$ **sont a=**$-2,5$ **et b=**$50$**.**

$x=$ $\frac{-b}{2a}$ =$\frac{-50}{(2\*(-2.5))}$=$10$ ; $h\left(x\right)=$ $-2,5\*10^{2}+50\*10=250$

* *Utilisation de la dérivée.*

7. ***Calculer*** *la fonction dérivée h’ de la fonction h, à l’aide du formulaire de dérivation ci-dessous. (C1, C3)*

**h’(**$x$**)=(-2.5)\*2**$x$**= -5**$ x$



8. *A l’aide de la calculatrice,* ***tracer*** *la représentation graphique de la fonction h’. (C3)*



La parabole est la courbe de h(x)

La droite en rouge est celle de h’(x)

9. *Utiliser cette représentation graphique**pour* ***compléter*** *le tableau de signes de f’(x). (C3)*

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | **0 10 20** |
| ***Signe de h’(x)*** |  **+ 0 -** |

11. ***Déterminer*** *sur l’intervalle [0 ; 10[.(C1, C3)*

a. *le signe de h’(x).*

**le signe de h’(x) est positif**

b. *le sens de variation de la fonction h.*

**h est croissante sur l’intervalle *[0 ; 10[***

12. ***Déterminer*** *sur l’intervalle ]10 ; 20]. (C1, C3)*

a. *le signe de h’(x).*

**le signe de h’(x) est négatif**

b. *le sens de variation de la fonction h.*

**h est décroissante sur** l’intervalle *]10 ; 20]*

13. ***Préciser*** *la particularité de : (C1)*

*\* la fonction h pour x = 10 ?*

**h est maximale pour x=10**

\* la fonction dérivée h’ ?

**La fonction dérivée h’(x) est nulle pour x=10 (h’(x)=0 si x=10)**

14. **Compléter** le tableau de signes suivant : (C1)

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | ***0* 10 *20***  |
| ***signe de f’(x)*** |  **+  *0* -** |
| ***variation de f*** |  ***250*** ***0 0*** |

14. ***En déduire*** *l’altitude maximale atteinte pour la fusée. (C5)*

***L’altitude maximale atteinte par la fusée est 250 m pour t=10s***

**Synthèse** :

**Comment établir le tableau de variation et sens de variation d’une fonction ?**

* ***Exprimer la fonction dérivée f’ de la fonction f.***
* ***Déterminer le signe de la fonction dérivée et en déduire le sens de variation, en résolvant l’équation f’(x)=0***
* ***Construire le tableau de variation en ajoutant la ligne de f’(x).***
* ***Compléter le tableau de variation, sachant que***
* ***quand le signe de f’(x) est négatif , la fonction f est décroissante ;***
* ***quand le signe de f(’x) est positif, la fonction f est croissante.***

|  |  |
| --- | --- |
| ***x*** | ***xmin* xs *xmax***  |
| ***signe de f’(x)*** |  **+ *0* -** |
| ***variation de f*** |  ***f(xs)*** ***f(xmin) f(xmax)*** |