

Chapitre 3 : Statistiques à une variable

1. Indicateurs de tendance centrale

a) Mode

Définition : le *mode* est la valeur de la variable (ou de la classe) correspondant au plus grand effectif ou à la plus grande fréquence.

b) Médiane, notée *Me*.

La médiane est la valeur du caractère qui occupe le rang central.

Si N est **impair**, la médiane est la valeur qui occupe le rang central

Si N est **pair**, la médiane est égale à la moyenne des valeurs qui occupent les rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.

Remarque : les valeurs doivent être **rangées par ordre croissant**.

Interprétation : 50 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à la médiane.

Exemple : soit la série : 2 ; 8 ; 7 ; 9 ; 4 ; 10 ; 11 ; 2 ; 6 ; 5 ; 15 ; 12

Médiane : ordre croissant : 2 ; 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 15

Effectif : $N=12$, **c'est pair**;

$N/2=12/2 = 6$ $N/2+1 = 7$

6^{ème} valeur **7^{ème} valeur**



La médiane est donc la moyenne entre 7 et 8 donc **Médiane = 7,5**

Ainsi 50 % des valeurs sont inférieures à 7,5; 50 % sont supérieures.

c) Moyenne :

La moyenne \bar{x} d'une série statistique est obtenue en divisant la somme des valeurs par l'effectif total.

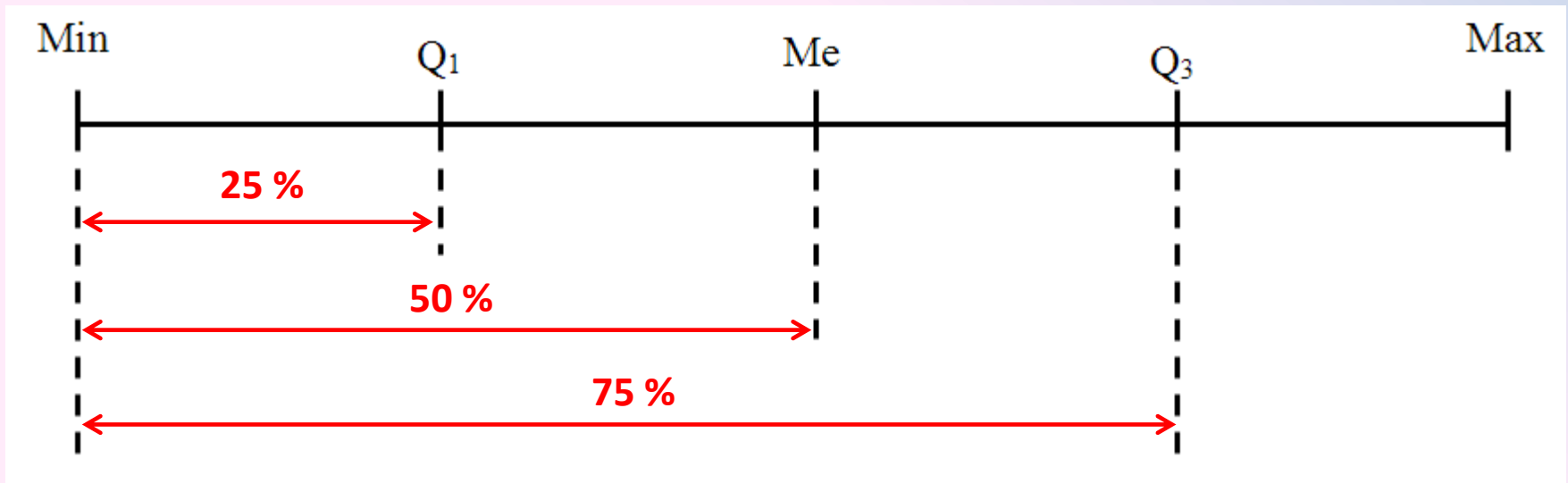
Soit la série suivante : 2 ; 8 ; 7 ; 9 ; 4 ; 10 ; 11 ; 2 ; 6 ; 5 ; 15 ; 12

Pour calculer la moyenne de cette série, il suffit d'additionner les différentes valeurs et de diviser par le nombre de valeurs soit

$$\bar{x} = (2+8+7+9+4+10+11+2+6+5+15+12) / 12 \qquad \text{ce qui donne } \bar{x} \approx 7,6$$

Indicateurs de dispersion :

- **L'étendue e** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.
- Le **premier quartile Q_1** et le **troisième quartile Q_3** sont les deux plus petites valeurs de la série telles qu'au moins 25 %, pour Q_1 , et 75 %, pour Q_3 , des valeurs leur soient inférieures ou égales.



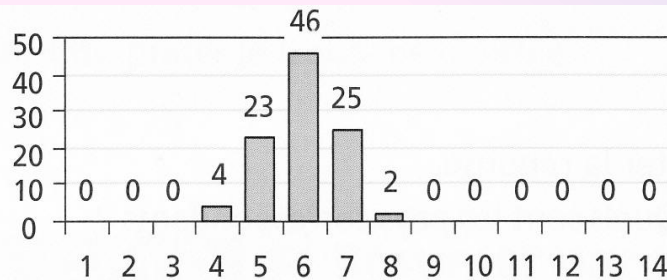
L'écart interquartile $Q_3 - Q_1$ est un indicateur de dispersion associé à la médiane.

Interprétation : plus l'écart interquartile est grand plus la dispersion est importante

L'écart-type σ (sigma), est un indicateur de dispersion associé à la moyenne.

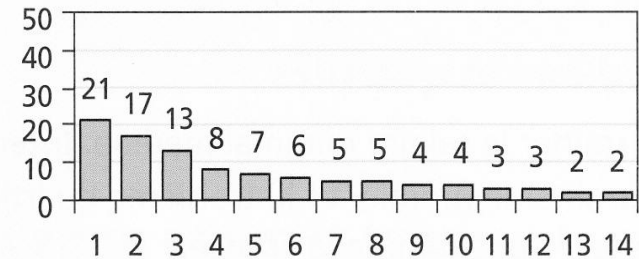
Interprétation : plus l'écart-type est grand plus la dispersion est importante.

Exemple :



Série 1 : mode 6 ; $Me = 6$; $\bar{x} = 5,98$.

Série 1 : $e = 4$; $Q_3 - Q_1 = 2$; $\sigma \approx 0,85$.



Série 2 : mode 1 ; $Me = 3$; $\bar{x} = 4,71$.

Série 2 : $e = 13$; $Q_3 - Q_1 = 5$; $\sigma \approx 5,95$.

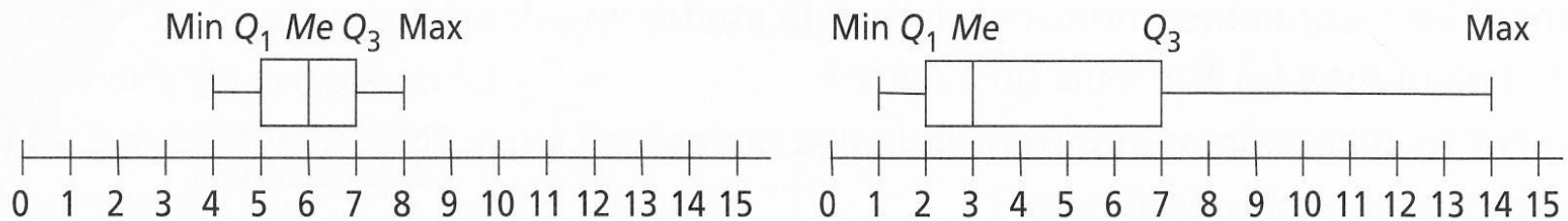
Quelle série statistique a la plus grande dispersion ? Justifier.

La série 2 a la plus grande dispersion. En effet, d'abord on le voit sur le graphique, ensuite, on voit que les indicateurs de dispersion $Q_3 - Q_1$ et σ sont plus grands pour la série 2 que pour la série 1.

Diagramme en boîte à moustaches

Le diagramme en boîte à moustaches représente certains indicateurs d'une série.
La « boîte » est limitée par Q_1 et Q_3 et contient la médiane.
Les « moustaches » sont limitées par les valeurs extrêmes.

Exemple



On voit bien que la série 2 a une plus grande dispersion que la série 1.