Exercice n°1 :

Les pierres « Okaré » sont des pierres précieuses dont la valeur (en euros) est égale au carré de leur masse (en gramme). On a malencontreusement laissé choir une pierre « Okaré » de huit grammes ; elle s'est alors brisée en deux morceaux.
Soit x la masse (en gramme) de l'un des morceaux.

1. Démontrer que la valeur totale des deux morceaux est $V(x) = 2x^2 - 16x + 64$.

La valeur totale des deux morceaux est $V(x) = 2x^2 - 16x + 64$ car :

$V(x) =$ (masse des deux morceaux)^2

~~On annonce~~ $(8-x)$ est la masse du deuxième morceau

$$V(x) = x^2 + (8-x)^2$$
$$= x^2 + 8^2 - 2 \times 8 \times x + x^2$$
$$= 2x^2 - 16x + 64.$$

2. On désigne par (P) la courbe représentative de la fonction V définie précédemment.

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction V.

2. a. L'ensemble de définition de la fonction V est $]0;8[$

b) Préciser la nature de la courbe représentative de la fonction V.

b. La courbe représentative est une parabole car la fonction V est une fonction polynôme du second degré car elle est de la forme $ax^2 + bx + c$.

c) Vérifier que le point S de coordonnées (4 ; 32) est un point de (P).
Que représente-t-il pour (P) ?

c. $V(4) = 2 \times 4^2 - 16 \times 4 + 64$

$= 32 - 64 + 64$

$= 32$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{16}{4} = 4$ $\quad \beta = V(\alpha) = 32$

Le point S, de coordonnées $(4;32)$ est bien un point de (P)

Il représente le sommet de P

d) Dresser le tableau de variations de la fonction V sur]0 ; 8[.

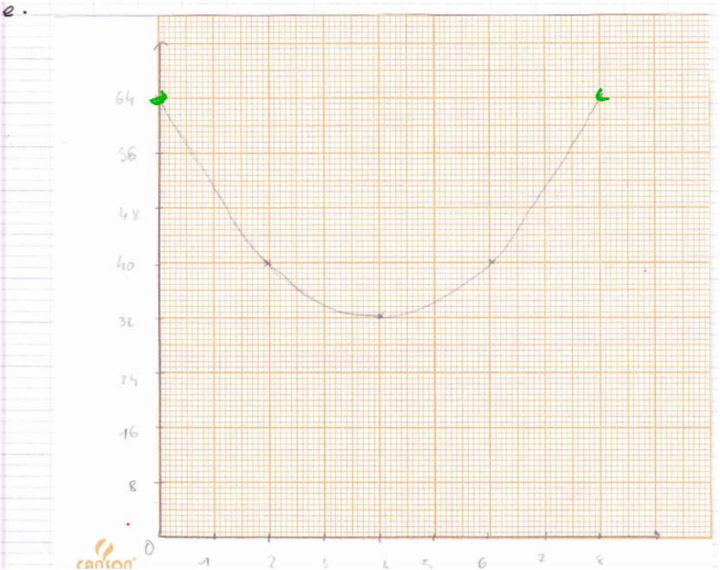
d.

x	0		4		8
Variations de $V(x)$	64	↘		↗	~~64~~
			32		

$a = 2$ dc $a > 0$

Dc la fonc° est d'abord décroissante sur]0;4] puis croissante sur [4;8[

e) Tracer la courbe (*P*) dans un repère du plan approprié.



3. La pierre « Okaré » perd-elle de la valeur lorsqu'elle est brisée en deux morceaux ?
Exprimer, en pourcentage, la perte maximale de la valeur d'une pierre « Okaré » lorsqu'elle est ainsi brisée.

3. La valeur de la pierre "Okapé" entière est de 8^2 soit 64 €

la valeur minimale de la pierre "Okapé" brisée en 2 est

$\cancel{2 \times 4^2 + 16 \times 4 + 64} = 32$ €

$32 \div 64 \times 100 = 50$

Donc la perte maximale de la valeur d'une pierre "Okapé" lorsqu'elle est ainsi brisée est de 50 %.

La pierre "Okaré" perd de la valeur lorsqu'elle est brisée car pour tout $x \in]0 ; 8[$, $V(x) < 64$

Exercice n°2 :

Voici un algorithme :

```
1 →A
1 →B
Pour I allant de 1 à 10
    A + B →C
    B →A
    C→B
    Afficher C
Fin de pour
```

1) Qu'affiche cet algorithme ? (donner les valeurs)

1. L'algorithme affiche : 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144

2) Calculer les quotients successifs de deux affichages consécutifs. Que constate-t-on ?

2. les quotients successifs de deux affichages consécutifs sont :

$\frac{3}{2} = 1,5$ et $\frac{13}{8} = 1,625$ $\frac{8}{5} = 1,6$

On constate que les quotients successifs sont presques tous identiques.

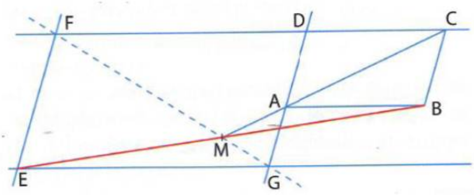
3) Comment modifier l'algorithme pour qu'il n'affiche plus C mais les quotients successifs

3. Pour que l'algorithme n'affiche plus C mais les quotients successifs, il faut remplacer " Afficher C" par " Affiche (A + B) : C ".

$\frac{B}{A}$ ou $\frac{C}{A}$

Exercice n°3 :

ABCD est un parallélogramme non aplati.
M est le point défini par $\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ et E est le symétrique de B par rapport à M.
La parallèle à (AD) passant par E coupe (CD) en F et la parallèle à (AB) passant par E coupe (AD) en G.



On se propose de démontrer que les points M, F et G sont alignés.
On se place dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

a) Calculer les coordonnées du point M.

a. Dans le repère $(A ; \vec{AB}, \vec{AD})$, les coordonnées du point A sont $(0 ; 0)$, celles du point B sont $(1 ; 0)$ et celles du point D sont $(0 ; 1)$.

$\vec{AB}\cancel{(x_B - x_A ; y_B - y_A)}$ $\quad \vec{AB}(1 ; 0)$

$\vec{AD}\cancel{(x_D - x_A ; y_D - y_A)}$ $\quad \vec{AD}(0 ; 1)$

D'après la relation de Chasles, $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ donc $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

$\vec{AC}\cancel{(x_{AB} + x_{AD} ; y_{AB} + y_{AD})}$ $\quad \vec{AC}(1 ; 1)$.

$\vec{AM} = -\frac{2}{5}\vec{AC} = -\frac{2}{5}\vec{AB} - \frac{2}{5}\vec{AD}$

$\vec{AM}\cancel{\left(1 \times \left(-\frac{2}{5}\right) ; 1 \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right)}$ $\quad \vec{AM}\left(-\frac{2}{5} ; -\frac{2}{5}\right)$.

$x_M \cancel{- x_A = -\frac{2}{5}} \quad \cancel{y_M - y_A = -\frac{2}{5}}$

$M\left(-\frac{2}{5} ; -\frac{2}{5}\right)$.

$x_M \cancel{= -\frac{2}{5}} \quad \cancel{y_M = -\frac{2}{5}}$

b) Calculer les coordonnées du point E.

2. $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BM}$ car E est le symétrique de B par rapport à M.

$\overrightarrow{BM}\left(x_M - x_B \, ; \, y_M - y_B\right)$ $\quad \overrightarrow{BM}\left(-\frac{2}{5} - 1 \, ; \, -\frac{2}{5} - 0\right)$

$\overrightarrow{BM}\left(-\frac{7}{5} \, ; \, -\frac{2}{5}\right)$

$\overrightarrow{BE}\left(2 \times \left(-\frac{7}{5}\right) \, ; \, 2 \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right)$ $\quad \overrightarrow{BE}\left(-\frac{14}{5} \, ; \, -\frac{4}{5}\right)$.

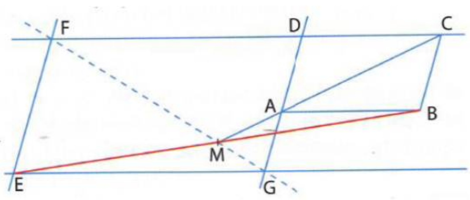
$x_E - x_B = -\frac{14}{5}$ $\qquad y_E - y_B = -\frac{4}{5}$

$x_E = -\frac{14}{5} + 1$ $\qquad y_E = -\frac{4}{5}$.

$= -\frac{9}{5}$

$E\left(-\frac{9}{5} \, ; \, -\frac{4}{5}\right)$

En déduire les coordonnées des points F et G.



La parallèle à (AD) passant par E coupe (CD) en F donc G a pour abscisse 0 et la même ordonnée que E,

et la parallèle à (AB) passant par E coupe (AD) en G donc F a la même abscisse que E et la même ordonnée que D,

donc $G\left(0 ; -\frac{4}{5}\right)$ et $F\left(-\frac{9}{5} ; 1\right)$

c) Démontrer alors que les points M, F et G sont alignés.

c. $\overrightarrow{FM}\left(x_M - x_F\ ;\ y_M - y_F\right)$ $\overrightarrow{FM}\left(-\frac{2}{5}+\frac{9}{5}\ ;\ -\frac{2}{5}-1\right)$

$\overrightarrow{FM}\left(\frac{7}{5}\ ;\ \frac{-7}{5}\right)$

$\overrightarrow{FG}\left(x_G - x_F\ ;\ y_G - y_F\right)$ $\overrightarrow{FG}\left(0+\frac{9}{5}\ ;\ -\frac{4}{5}-1\right)$

$\overrightarrow{FG}\left(\frac{9}{5}\ ;\ -\frac{9}{5}\right)$.

$\frac{7}{5}\times\left(-\frac{9}{5}\right) = -\frac{63}{25}$

$\frac{9}{5}\times\left(-\frac{7}{5}\right) = -\frac{63}{25}$

Donc ~~Comme~~ les vecteurs $\overrightarrow{FM}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires, alors les points F, M et G sont alignés.