1S **Corrigé de l'Evaluation n°2 de mathématiques**

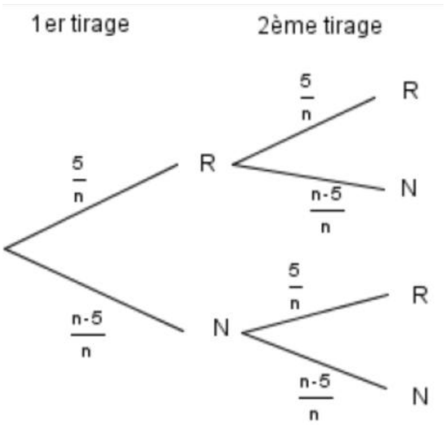
I. PROBABILITES (13 points)

Exercice n°1 **(7 points)**

Une urne contient 5 boules rouges et $(n-5)$ boules noires numérotées de 1 à n, où $n \geq 5$.

Partie A : Tirage avec remise :Un joueur tire au hasard, successivement et avec remise deux boules de l'urne.

1. Faire un arbre pondéré modélisant la situation.



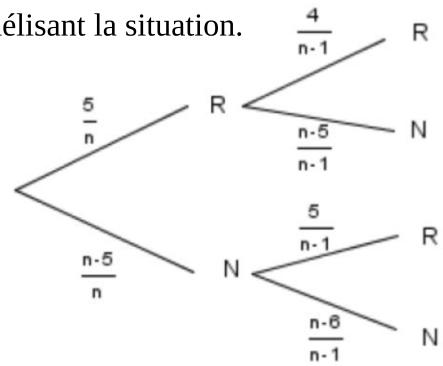
2. Déterminer en fonction de n la probabilité de l'évènement A : « les deux boules sont de couleurs différentes »

$$p(A) = \frac{5}{n} \times \frac{n-5}{n} + \frac{5}{n} \times \frac{n-5}{n} = \frac{10(n-5)}{n^2}$$

Partie B : Tirage sans remise

Un joueur tire au hasard, successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1. Faire un arbre pondéré modélisant la situation.



2. Le joueur gagne 2 euros si les deux boules sont de couleurs différentes et perd un euro dans le cas contraire. Soit X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.

a) Donner en fonction de n la loi de probabilité de X.

D'après l'arbre, $p(X=2) = \frac{5}{n} \times \frac{n-5}{n-1} + \frac{n-5}{n} \times \frac{5}{n-1} = \frac{10(n-5)}{n(n-1)}$

$p(X=-1) = \frac{5}{n} \times \frac{4}{n-1} + \frac{n-5}{n} \times \frac{n-6}{n-1} = \frac{n^2-11n+50}{n(n-1)}$

ainsi la loi de probabilité de X est donnée par :

x_i	2	-1
$p(X=x_i)$	$\frac{10(n-5)}{n(n-1)}$	$\frac{n^2-11n+50}{n(n-1)}$

b) Montrer que E(X) = $\frac{-n^2+31n-150}{n^2-n}$

$$E(X) = 2 \times \frac{10(n-5)}{n(n-1)} - \frac{n^2-11n+50}{n(n-1)} = \frac{20n-100-n^2+11n-50}{n^2-n} = \frac{-n^2+31n-150}{n^2-n}.$$

c) Déterminer la composition de l'urne pour que le jeu soit équitable.

Le jeu est équitable équivaut à $E(X) = 0 \Longleftrightarrow -n^2+31n-150 = 0$

Le discriminant de ce trinôme est $\Delta = 361 = 19^2$

les racines sont : $n_1 = \frac{-31-19}{-2} = 25$ et $n_2 = \frac{-31+19}{-2} = 6$

Pour que le jeu soit équitable, il faut qu'il y ait 5 boules rouges et une noire dans l'urne, ou bien 5 boules rouges et vingt noires dans l'urne.

Exercice n°2 **(6 points)**

Une machine fabrique des rondelles métalliques. On a prélevé au hasard dans la fabrication un échantillon de 150 rondelles dont on a mesuré le diamètre intérieur *d* et extérieur D.
Les résultats, en millimètres, sont les suivants :

d	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3
effectifs	1	6	24	76	37	4	2
effectifs cumulés	**1**	**7**	**31**	**107**	**144**	**148**	**150**

D	11,7	11,8	11,9	12	12,1	12,2	12,3
effectifs	3	11	33	72	22	8	1
effectifs cumulés	**3**	**14**	**47**	**119**	**141**	**149**	**150**

1) Pour la série des diamètres intérieurs, déterminer :

- la médiane (Me), les quartiles Q1 et Q3, l'écart interquartile (*l*)

$\frac{N}{2} = 75$ donc la médiane est la moyenne du 75ème terme et du 76ème terme de la série : **Me = 5**

$\frac{N}{4} = 37,5$ donc Q1 est la 38ème valeur de la série : **Q1 = 5**

$\frac{3N}{4} = 112,5$ donc Q3 est la 113ème valeur de la série : **Q3 = 5,1**

***l* = Q3 – Q1 = 0,1**

- la valeur exacte de la moyenne (m) et de l'écart type (σ) (pour σ, on donnera aussi un arrondi à 10^{-3} près).

$m = \frac{1}{150}\sum_{i=1}^{7} x_i\, n_i = \frac{751,2}{150}$ **m = 5,008**

$\sigma = \sqrt{V}$ avec $V = \frac{1}{150}\sum_{i=1}^{7} n_i\,(x_i - m)^2 = \frac{1,2704}{150}$ $\boldsymbol{\sigma = \sqrt{\frac{1,2704}{150}} = \frac{\sqrt{1191}}{375} \approx 0,092}$

2) Pour la série des diamètres extérieurs, donner sans justifier vos réponses :

- la médiane(Me), les quartiles Q1 et Q3, l'écart interquartile (*l*)

Me = 12 **Q1 = 11,9** **Q3 = 12** ***l* = Q3 – Q1 = 0,1**

- la moyenne(m) (arrondi à 10^{-3} près) et l'écart type (σ) (arrondi à 10^{-3} près).

m ≈ 11,985 **σ ≈ 0,104**

3) Le service contrôle de qualité prévoit de n'accepter une rondelle que si son diamètre extérieur a une mesure dans l'intervalle [Me – *l* ; Me + *l*].
Le service fabrication propose de rejeter une rondelle dès que l'une de ses deux mesures se trouve en dehors de l'intervalle [m – σ ; m + σ].

a) Quel pourcentage de rejets y aurait-il dans chaque cas sur cet échantillon ?

Pour *d*, [m – σ ; m + σ] = [4,916 ; 5,100]

Pour D, [Me – *l* ; Me + *l*] = [11,9 ; 12,1] [m – σ ; m + σ] = [11,881 ; 12,089]

Pour le service contrôle de qualité :

23 rondelles ont un diamètre D non conforme (c'est à-dire n'appartenant pas à [11,9 ; 12,1]).
Le nombre de rejets est donc de 23 rondelles sur les 150.

D'ou un pourcentage de rejets de $\frac{23}{150} \approx 15,33$ %.

Pour le service fabrication :

• 37 rondelles ont un diamètre *d* en dehors de [4,916 ; 5,100].
• 45 rondelles ont un diamètre D en dehors de [11,881 ; 12,089].
Le nombre de rejets peut varier entre 45 et 82 rondelles sur les 150.
D'ou un pourcentage de rejets compris entre 30 % et 54,67 %.

b) Quel est le test le moins contraignant pour l'entreprise ?

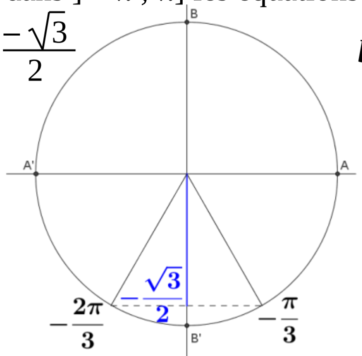
Le test le moins contraignant est celui du service contrôle de qualité.

II. ALGEBRE (16,5 points)

Exercice n°1 **(11,5 points)**

1) Résoudre dans $]-\pi\,;\,\pi]$ les équations et inéquation suivantes :

a) $\sin x = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$



$\mathbf{S = \{-\frac{2\pi}{3}\,;-\frac{\pi}{3}\}}$

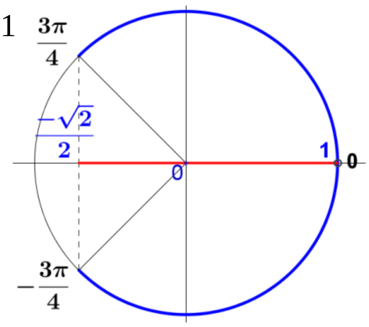
b) $2\cos x + 3 = 0$

$\cos x = -\dfrac{3}{2}$

or $-1 \leq \cos x \leq 1$

$\mathbf{S = \varnothing}$

c) $\dfrac{-\sqrt{2}}{2} \leq \cos x < 1$



$\mathbf{S = [-\frac{3\pi}{4}\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,\frac{3\pi}{4}]}$

2) Résoudre les équations suivantes dans l'ensemble donné :

a) $2X^2 + 3X - 2 = 0$ dans IR

Le calcul du discriminant nous donne : $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$ $\Delta > 0$

L'équation admet donc deux solutions réelles : $X_1 = \dfrac{-3-5}{4} = -2$ et $X_2 = \dfrac{-3+5}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\mathbf{S = \{-2\,;\,\frac{1}{2}\}}$

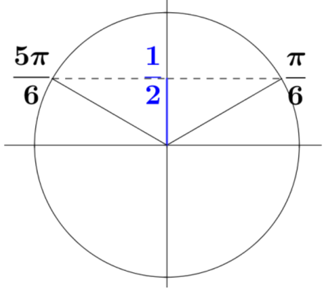
b) $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$ dans $]-\pi\,;\,\pi]$

Posons $X = \sin x$ avec $X \in [-1\,;\,1]$, l'équation donnée est équivalente à résoudre :

$2X^2 + 3X - 2 = 0$

D'après le a), cette équation a deux solutions réelles, mais une seule dans $[-1\,;\,1]$:

$X_2 = \dfrac{1}{2}$ d'où $\sin x = \dfrac{1}{2}$



$\mathbf{S = \{\frac{\pi}{6}\,;\,\frac{5\pi}{6}\}}$

3) Résoudre dans IR :

a) $\dfrac{x^2-6x+8}{3x+1} \geq 0$

On étudie l'ensemble de définition du quotient : $\dfrac{x^2-6x+8}{3x+1}$

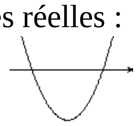
Il est défini si et seulement si son dénominateur est non nul, soit :

$3x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\dfrac{1}{3}$

On étudie le signe du numérateur : $x^2 - 6x + 8$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 8 = 4$ $\Delta > 0$, donc le polynôme a deux racines réelles :

$x_1 = \dfrac{6-2}{2} = 2$ et $x_2 = \dfrac{6+2}{2} = 4$ $\Delta > 0$ et $a > 0$ donc



On en déduit le tableau de signes du quotient :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		2		4		$+\infty$
Signe de $x^2 - 6x + 8$		+	‖	+	0	−	0	+	
Signe de $3x + 1$		−	‖	+		+		+	
Signe de $\dfrac{x^2-6x+8}{3x+1}$		−	‖	+	0	−	0	+	

L'ensemble solution de l'inéquation est donc :

$\mathbf{S =]-\frac{1}{3}\,;\,2] \cup [4\,;\,+\infty[}$

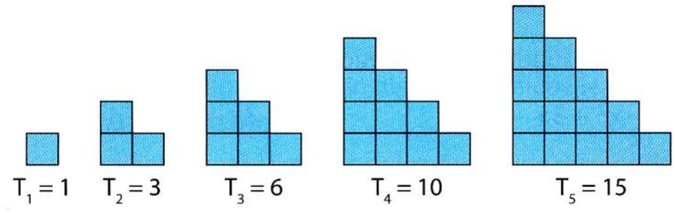
b) $|x| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > 3 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x < 0 \\ -x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$ ou $x < -3$ **S =]– ∞ ; –3[∪]3 ; + ∞[**

c) $|x - 3| \geq 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x - 3 \geq 7 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x < 3 \\ -x + 3 \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \geq 10 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x < 3 \\ x \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10$ ou $x \leq -4$

S =]– ∞ ; – 4] ∪ [10 ; + ∞[

<u>Exercice n°2</u> **(5 points)**

Des mathématiciens grecs à la suite de Pythagore, représentaient géométriquement certains nombres. Ci-dessous sont représentés des nombres appelés nombres triangulaires.



1) Que vaut T_6 ? T_7 ?

T_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 **et** **T_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28**

2) On veut écrire un algorithme demandant à l'utilisateur de donner un entier n ≥ 2, et qui donne en retour la valeur de T_n.

a) Quelle boucle semble la plus adaptée ? Pourquoi ?

Il s'agit de la boucle **POUR**, car il s'agit de calculer la somme des entiers de 1 à n, pour n donné, donc de faire un nombre fini d'itérations.

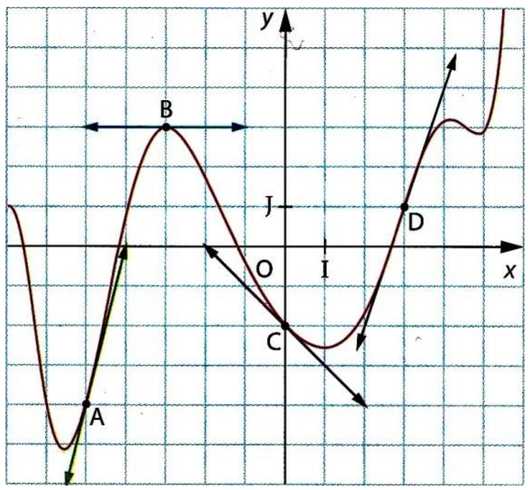
b) Ecrire un algorithme répondant à la question. (On ne demande pas un programme en langage calculatrice)

Début algorithme
T prend la valeur 0
Saisir n ≥ 2
Traitement
Pour i allant de 1 à n
T prend la valeur T + i
Fin de pour
Afficher T
Fin algorithme

III. ANALYSE (16 points)

<u>Exercice n°1</u> **(2,5 points)**

On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f et certaines de ses tangentes.



1) Rappeler l'interprétation graphique de f '(3).

f '(3) est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 3, c'est-à-dire en D.

2) Lire graphiquement f '(3).

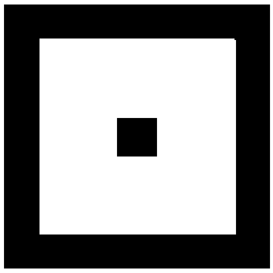
f '(3) = 3

3) Donner sans justifier f (–3), f '(–3) , f '(–5), f '(0)

f (–3) = 3 **f '(–3) = 0** **f '(–5) = 4** **f '(0) = –1**

Exercice n°2 **(5 points)**

Dans un carré de 10 cm de côté, on a colorié une bande de largeur x cm et un carré de côté x, comme sur la figure ci-contre. Déterminer pour quelles valeurs de x, l'aire de la partie colorée est inférieure à l'aire de la partie blanche.



On doit avoir $x \geqslant 0$ et $3x \leqslant 10$. Donc $x \in \left[0\,;\frac{10}{3}\right]$.

L'aire de la partie colorée est : $C(x) = 10^2 - (10 - 2x)^2 + x^2$

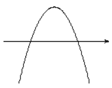
$C(x) = -3x^2 + 40x$

L'aire de la partie blanche est $B(x) = 10^2 - C(x)$

Donc $C(x) \leq B(x) \Leftrightarrow C(x) \leq 100 - C(x) \Leftrightarrow 2\,C(x) \leq 100 \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{-6x^2 + 80x - 100 \leq 0} \\ \mathbf{x \in [0\,;\frac{10}{3}]} \end{cases}$

$\Delta = 4000$ donc le polynôme a deux racines :

$x_1 = \dfrac{-80 + 20\sqrt{10}}{-12} = \dfrac{20 - 5\sqrt{10}}{3}$ et $x_2 = \dfrac{-80 - 20\sqrt{10}}{-12} = \dfrac{20 + 5\sqrt{10}}{3}$

$a < 0$ et $\Delta > 0$, donc  $\dfrac{20 - 5\sqrt{10}}{3} \approx 1{,}4$ et $\dfrac{20 + 5\sqrt{10}}{3} \approx 11{,}94$

Le polynôme $-6x^2 + 80x - 100 \leq 0$ sur $\left]-\infty\,;\dfrac{20 - 5\sqrt{10}}{3}\right] \cup \left[\dfrac{20 + 5\sqrt{10}}{3}\,;+\infty\right[$

Donc l'aire de la partie colorée est inférieure à l'aire de la partie blanche, si, et seulement si,

$$\boldsymbol{x \in \left[0\,;\frac{20 - 5\sqrt{10}}{3}\right[}$$

Exercice n°3 **(5 points)**

1) Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
Sans vous servir des fonctions dérivées, retrouver f '(9).

$$f'(9) = \lim_{h \to 0} \frac{f(9+h) - f(9)}{h}$$

$$f'(9) = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{9+h} - \sqrt{9}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(\sqrt{9+h} - \sqrt{9})(\sqrt{9+h} + \sqrt{9})}{h(\sqrt{9+h} + \sqrt{9})}$$

$$f'(9) = \lim_{h \to 0} \frac{9 + h - 9}{h(\sqrt{9+h} + \sqrt{9})} = \lim_{h \to 0} \frac{h}{h(\sqrt{9+h} + \sqrt{9})} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt{9+h} + \sqrt{9}} = \frac{1}{2\sqrt{9}}$$

$$\mathbf{f'(9) = \frac{1}{6}}$$

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = 3x^2 - 5x + \dfrac{4}{x}$

a) Déterminer $g'(x)$.

$g'(x) = 3 \times 2x - 5 \times 1 + 4 \times \dfrac{-1}{x^2}$ $\qquad$ $\mathbf{g'(x) = 6x - 5 - \dfrac{4}{x^2}}$

b) En déduire une équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 8.

Une équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 8 est :

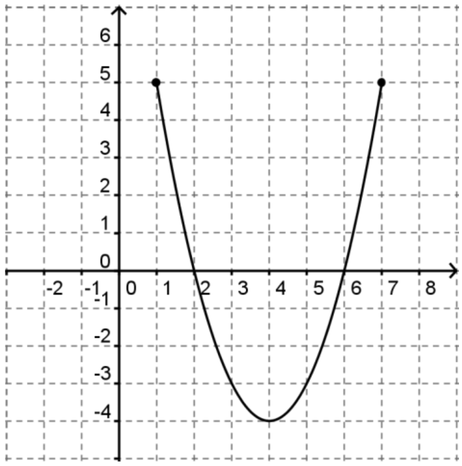
$y = g'(8)(x - 8) + g(8)$

avec : $g'(8) = 6 \times 8 - 5 - \dfrac{4}{8^2} = 42{,}9375$ et $g(8) = 3 \times 8^2 - 5 \times 8 + \dfrac{4}{8} = 152{,}5$

donc $y = 42{,}9375\,(x - 8) + 152{,}5$

$\boldsymbol{y = 42{,}9375\,x - 191}$

<u>Exercice n°4</u> **(3,5 points)**



Soit f la fonction dont la courbe est donnée ci-contre.

1) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle [1 ; 7].

x	1	4	7
Variations de f	5	↘ -4 ↗	5

2) En déduire le tableau de $g = \dfrac{1}{f}$ sur l'intervalle [1 ; 7].

La fonction $g = \dfrac{1}{f}$ est définie si et seulement si $f(x) \neq 0$,

donc g est définie sur $[1\,;2[\cup]2\,;6[\cup]6\,;7]$ ou sur $[1\,;7] - \{2\,;6\}$.

x	**1**		**2**		**4**		**6**		**7**
Variations de f	$\mathbf{\frac{1}{5}}$	↗	‖	↗	$\mathbf{-\frac{1}{4}}$	↘	‖	↘	$\mathbf{\frac{1}{5}}$

IV. GEOMETRIE (14,5 points)

<u>Exercice n°1</u> **(6 points)**

1) Dans un repère, on donne les points : $A\left(-\dfrac{3}{2}\,;1\right)$ et $B\left(-2\,;\dfrac{1}{4}\right)$

a) Donner un vecteur directeur de la droite (AB).

Un vecteur directeur de la droite (AB) est le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AB}}\begin{pmatrix} \mathbf{-\frac{1}{2}} \\ \mathbf{-\frac{3}{4}} \end{pmatrix}$

b) Déterminer une équation de la droite (AB).

D'après *a)*, une équation de la droite (AB) est : $-\dfrac{3}{4}x + \dfrac{1}{2}y + c = 0$, avec c réel

Le point A appartenant à la droite (AB), on a donc :

$-\dfrac{3}{4} \times \left(-\dfrac{3}{2}\right) + \dfrac{1}{2} \times 1 + c = 0$ d'où $c = -\dfrac{13}{8}$

Une équation de la droite (AB) est : $\mathbf{-\dfrac{3}{4}x + \dfrac{1}{2}y - \dfrac{13}{8} = 0}$

2) Dans un repère, d est la droite d'équation : $4x - 5y + 7 = 0$

a) Donner un vecteur directeur de la droite d.

Un vecteur directeur de la droite d est le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{4} \end{pmatrix}$

b) Déterminer une équation de la droite d' passant par le point A (1 ; – 1) et parallèle à la droite d.

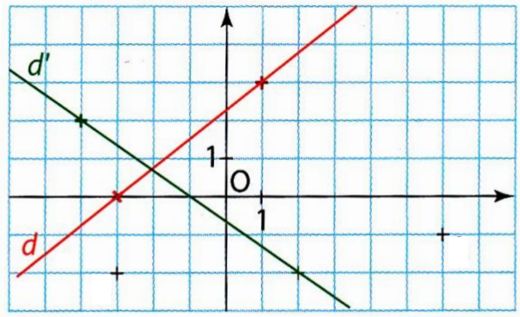
d et d' ont les mêmes vecteurs directeurs donc $\vec{u}$ est un vecteur directeur de d'.

Une équation de la droite d' est donc : $4x - 5y + c = 0$, avec c réel

$A \in d'$ donc $4 \times 1 - 5(-1) + c = 0$ d'où $c = -9$.

d' : $\mathbf{4x - 5y - 9 = 0}$.

3) d et d' sont les droites représentées dans le repère ci-contre.
Déterminer une équation de chacune des droites d et d'.



- d passe par les points (– 3 ; 0) et (1 ; 3).

Une équation de d est : $y = \frac{3}{4}x + \text{b}$, avec b réel

Le point (– 3 ; 0) appartient à d, donc :

$\frac{3}{4} \times (-3) + \text{b} = 0$ d'où $\text{b} = \frac{9}{4}$

$\mathbf{d : } y = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}x + \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}$

- d' passe par les points (– 4 ; 2) et (2 ; – 2).

Une équation de d' est : $y = -\frac{2}{3}x + \text{b}$, avec b réel

Le point (– 4 ; 2) appartient à d', donc :

$-\frac{2}{3} \times (-4) + \text{b} = 2$ d'où $\text{b} = -\frac{2}{3}$

$\mathbf{d' : } y = -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}x - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$

<u>Exercice n°2</u> **(8,5 points)**

ABC est un triangle. Les points K, L et M sont tels que $\overrightarrow{AK} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

On souhaite montrer que K, L et M sont alignés.

1) Solution analytique dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$.

a) Déterminer les coordonnées de K, L et M. (ne justifier que les coordonnées de M)

$\mathbf{K}\ (\mathbf{0} ; -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}})$ $\qquad$ $\mathbf{L}\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} ; \mathbf{0}\right)$

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\mathbf{M}\left(\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}} ; \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}\right)$

b) On admet que les coordonnées de M sont $\left(\frac{5}{6} ; \frac{1}{6}\right)$. Démontrer que les points K, L et M sont alignés.

$\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} \frac{5}{6} \\ \frac{1}{6} + \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} \frac{5}{6} \\ \frac{5}{3} \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\frac{3}{4} \times \frac{5}{3} - \frac{3}{2} \times \frac{5}{6} = 0$

donc **$\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires et par conséquent les points K, L et M sont alignés.**

2) Solution sans repère.

a) Décomposer $\overrightarrow{KL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AL}$ $\qquad$ $\overrightarrow{\mathbf{KL}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\overrightarrow{\mathbf{AB}} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\overrightarrow{\mathbf{AC}}$

b) Décomposer $\overrightarrow{KM}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$. En déduire une décomposition de $\overrightarrow{KM}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{10}{6}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{\mathbf{KM}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}\overrightarrow{\mathbf{AB}} + \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}\overrightarrow{\mathbf{AC}}$

c) Démontrer alors que les points K, L et M sont alignés.

$\overrightarrow{KM} = \frac{10}{9} \times \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{10}{9} \times \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{10}{9}\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}\right)$ $\qquad$ donc $\overrightarrow{\mathbf{KM}} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{9}}\overrightarrow{\mathbf{KL}}$

donc **$\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires et par conséquent les points K, L et M sont alignés.**

<u>Exercice n°2</u> **(Bonus 4 points) avec erreur dans l'énoncé**

ABC est un triangle. Les points K, L et M sont tels que $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

On souhaite montrer que K, L et M sont alignés.

1) Solution analytique dans le repère $(A\ ;\overrightarrow{AB}\ ;\overrightarrow{AC})$.

a) Déterminer les coordonnées de K, L et M. (ne justifier que les coordonnées de M)

$\mathbf{K\ (0\ ;\frac{3}{2})}$ $\qquad$ $\mathbf{L\left(\frac{3}{4}\ ;0\right)}$

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\mathbf{M\left(\frac{5}{6}\ ;\frac{1}{6}\right)}$

b) On admet que les coordonnées de M sont $\left(\frac{5}{6}\ ;\frac{1}{6}\right)$. ~~Démontrer que les points K, L et M sont alignés.~~

$\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\ -\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}\frac{5}{6}\\ \frac{1}{6}-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}\frac{5}{6}\\ -\frac{4}{3}\end{pmatrix}$ $\qquad$ $\frac{3}{4}\times(-\frac{4}{3}) - (-\frac{3}{2})\times\frac{5}{6} = -1 + \frac{5}{4} \neq 0$

donc $\overrightarrow{\mathbf{KL}}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{KM}}$ **ne sont pas colinéaires**

et par conséquent les points K, L et M ne sont pas alignés.

2) Solution sans repère.

a) Décomposer $\overrightarrow{KL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AL}$ $\qquad$ $\mathbf{\overrightarrow{KL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}}$

b) Décomposer $\overrightarrow{KM}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$. En déduire une décomposition de $\overrightarrow{KM}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{8}{6}\overrightarrow{AC}$

$\mathbf{\overrightarrow{KM} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}}$

~~*c)* Démontrer alors que les points K, L et M sont alignés.~~

$\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{4}\times\frac{6}{5} = \frac{9}{10}$ $\qquad$ et $\qquad$ $\dfrac{-\frac{3}{2}}{-\frac{4}{3}} = -\frac{3}{2}\times(-\frac{3}{4}) = \frac{9}{8}$

donc il n'existe pas de réel k, tel que $\overrightarrow{KL} = k\,\overrightarrow{KM}$

donc $\overrightarrow{\mathbf{KL}}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{KM}}$ **ne sont pas colinéaires**

et par conséquent les points K, L et M ne sont pas alignés.