1.S — Le : 25 / 05 / 12

Evaluation de Mathématiques n°3 : QCM

Sans calculatrice — Durée : 75 min

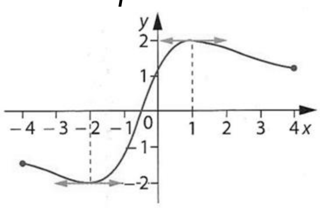
NOM :_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Prénom :_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Classe : 1 S_ _

QCM d'analyse et trigonométrie: **(6 points)**(à faire sur le sujet)

1 point par bonne réponse, – 0,5 point par mauvaise réponse, 0 si pas de réponse

Pour chaque ligne du tableau suivant, 3 réponses sont proposées, mais une seule est exacte .

***Dans la dernière colonne du tableau**, recopiez la lettre correspondant à la réponse choisie*

1. La fonction définie, pour tout nombre $x \geq 1$ par : $f(x) = -2\sqrt{x+1}$ est :	a) constante	b) croissante	c) décroissante	
2. Dans un même repère, les représentaions graphiques des fonctions $f : x \mapsto \lvert x \rvert$ et $g : x \mapsto -\lvert x \rvert$:	a) n'ont aucun point commun	b) forment deux droites sécantes	c) sont confondues	
3. La suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{2n-1}{n}$ est :	a) croissante	b) décroissante	c) non monotone	
4. Soit f une fonction définie et dérivable sur [– 4 ; 4]. La courbe ci-dessous représente la fonction f', dérivée de f. 	a) $f'(1) = 0$	b) La tangente a la courbe représentative de f au point d'abscisse – 2 a pour coefficient directeur – 2	c) f est décroissante sur [1 ; 4]	
5. Un angle orienté a pour mesure $\dfrac{247\pi}{6}$. La mesure principale de cet angle est :	a) $\dfrac{\pi}{6}$	b) $-\dfrac{5\pi}{6}$	c) $\dfrac{7\pi}{6}$	
6. Soient A, B et M trois points distincts. La mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{MA} ; \overrightarrow{MB})$ vaut π si et seulement si le point M appartient :	a) au cercle de diamètre [AB]	b) à la droite (AB)	c) au segment]AB[	

<u>QCM de géométrie-probabilité</u>: (5 points)(à faire sur le sujet)

1 point par bonne réponse, – 0,5 point par mauvaise réponse, 0 si pas de réponse

Pour chaque ligne du tableau suivant, 3 réponses sont proposées, mais une seule est exacte .

***<u>Dans la dernière colonne du tableau</u>**<u>, recopiez la lettre correspondant à la réponse choisie</u>*

1. Dans une urne, on place 3 boules rouges et 2 bleues. On tire au hasard deux boules successivement sans remise. La probabilité d'avoir deux boules rouges est :	a) $\frac{3}{10}$	b) $\frac{11}{10}$	c) $\frac{9}{25}$	
2. Dans une urne, on place 3 boules rouges et 2 bleues. On tire au hasard deux boules en replaçant la première dans l'urne avant le deuxième tirage. La probabilité d'avoir deux boules rouges est :	a) $\frac{3}{10}$	b) $\frac{3}{5}$	c) $\frac{9}{25}$	
3. ABCD est un losange de centre I alors $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{DC}$ =	a) $-\frac{AC^2}{2}$	b) $-\frac{AC^2}{4}$	c) 0	
4. Dans un repère orthonormé, A(2 – k ;4), B(3 ; –1) et C(2 ; –2) Les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires si :	a) k = 0	b) k = 4	c) k = – 4	
5. AB= 2, AC=3 et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -3$ L'angle $\widehat{BAC}$ peut être égal à :	a) $\frac{\pi}{3}$	b) $\frac{\pi}{4}$	c) $\frac{4\pi}{3}$	

<u>Exercice 1 : (2,5 points)</u>

Résoudre dans]– π ; π] : (2 cos x + 1) (sin x + 3) = 0

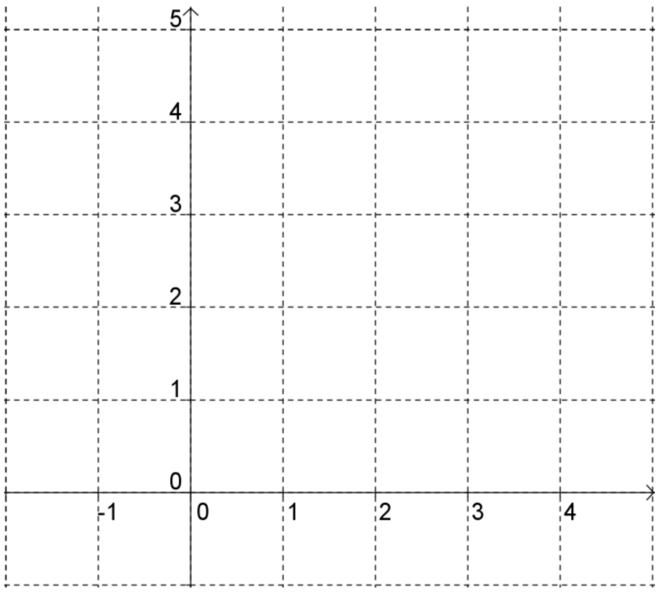
Exercice 2 : (3 points)

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par

$u_{n+1} = -\frac{1}{3} u_n + 4$ et $u_0 = -2$.

1) Dans le repère ci-contre, représenter sur l'axe des abscisses les 5 premiers termes de la suite (u_n).
2) Conjecturer la limite de cette suite.

……………………………………………………



Exercice 3 : (3,5 points)

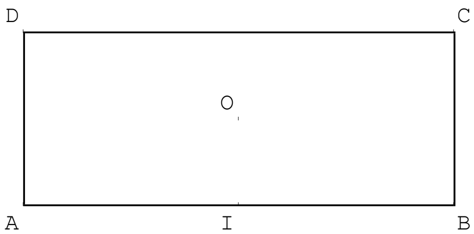
Soient A et B deux points du plan et I le milieu de [AB].

Montrer que pour tout point M, on a : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$

Exercice 4 : (5 points)

Sur la figure ci-dessous, ABCD est un rectangle
de centre O, AB = 5 et AD = 2. I est le milieu de [AB].

Donner les valeurs des produits scalaires
ci-contre sans justifier.



a) $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{AD}$ =

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$ =

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$ =

d) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB}$ =

1.S		Le : 25 / 05 / 12
Evaluation de Mathématiques n°3		
Calculatrice autorisée		Durée : 1h45
NOM :_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _	Prénom :_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _	Classe : 1 S_ _

La notation tiendra compte de la rigueur dans le raisonnement et du soin apporté à votre copie.
Le barème est donné à titre indicatif sur 60 .

ANALYSE : (19,5 points)

Exercice 5 : (6,5 points)

Un fabricant de produits alimentaires veut utiliser des boîtes de conserve pour conditionner ses produits. On suppose qu'une boîte de conserve est un cylindre parfait de contenance 1 litre.

Le fabricant cherche donc à déterminer les dimensions de la boîte de conserve afin que :

- le volume contenu soit de 1 litre exactement ;
- la quantité de métal (supposé proportionnelle à l'aire totale du cylindre) utilisée pour la fabriquer soit minimale.

1. Soit r le rayon de la base du cylindre et h sa hauteur (en dm). Exprimer h en fonction de r.
2. Etablir que l'aire totale du cylindre est donnée par :

$$\mathcal{A}(r) = 2\pi r^2 + \frac{2}{r}$$

3. a) Montrer que $\mathcal{A}'(r) = \dfrac{4\pi r^3 - 2}{r^2}$. En déduire $\mathcal{A}'(r)$ a le même signe que $4\pi r^3 - 2$.
   b) Conjecturer à la calculatrice le signe de $4\pi r^3 - 2$. Vous arrondirez à 10^{-2} près la valeur de r pour laquelle $4\pi r^3 - 2 = 0$. *On admettra que cette conjecture est vraie pour la suite de l'exercice.*
   c) En déduire les variations de $\mathcal{A}$.
   d) Déterminer les dimensions de la boîtes (r et h) pour que cette aire soit minimale.

Exercice 6 : (5 points)

On constate une fréquentation de 320 voitures le premier jour d'exploitation d'un parking. On prévoit une augmentation du passage, dans ce parking, de 15 voitures supplémentaires chaque jour.
Quelle est la somme totale de voitures passées dans le parking pendant les 30 premiers jours ?

Exercice 7 : (8 points)

Une observation faite par un journal sur ses abonnés a permis de constater que, chaque année :

- 20% des abonnés ne se réabonnent pas ;
- le journal recrute 5 000 nouveaux abonnés.

Au 1^{er} janvier 2012, le journal avait 10 000 abonnés.
Soit u_n le nombre d'abonnés au 1^{er} janier (2012 + n).

1. Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}8\, u_n + 5\,000$.
2. Soit v_n la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = 25\,000 - u_n$.
   a) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
   b) En déduire la nature de la suite (v_n). On précisera le 1^{er} terme et la raison.
   c) Exprimer v_n en fonction de n.
   d) En déduire que $u_n = 25\,000 - 15\,000 \times 0{,}8^n$.
   e) Conjecturer la limite de la suite (u_n).
3. A l'aide la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera 22 000. Expliquer votre démarche.

Probabilités-Statistiques: (7,5 points)

Exercice n°8 : (4 points).

Une loterie organisée par une association sportive est constituée d'un ensemble E de billets numérotés de 1 à 2 000.

Un des billets rapporte un lot de 500 euros, deux des billets un lot de 150 euros et cinq des billets un lot de 100 euros.

Le prix du billet est de 2 euros.

On achète un billet au hasard.

G est la variable aléatoire définie sur E égale au gain algébrique procuré par le billet.

1. Donner la loi de probabilité de G.
2. Calculer l'espérance mathématique de G. Commenter le résultat obtenu.
3. Calculer la variance de G. Une deuxième association propose loterie dont la gain algébrique a la même espérance mais une variance égale à 20. Quels gains peut-on espérer avec cette loterie et pourquoi ?

Exercice n°9 : (3,5 points).

Samuel, Flavien et Lucie (notés S, F et L) se placent côte à côte pour être photographiés. Ils affirment que leurs positions relatives ne sont que le fruit de hasard.

1. Préciser les différentes issues possibles.
2. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   A : « Lucie est au centre ».
   B : « Flavien est à une extrémité ».
   C : « Samuel est à droite de Lucie ».
3. a) Décrire les évènements : A et B ; A et C ; B et C. Calculer leurs probabilités.
   b) En déduire la probabilité de l'évènement $B \cup C$.

Géométrie : (8 points)

Exercice n°10 : (4 points).

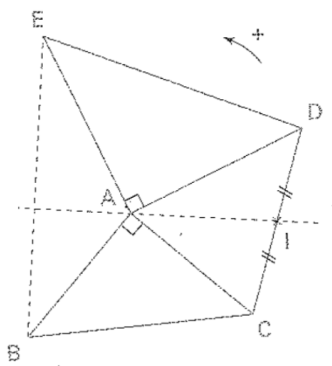
ABCD est un rectangle de largeur AB = 4 et de longueur AD = $4\sqrt{2}$. On appelle I le milieu de [AD].

Justifier que (AC) et (BI) sont perpendiculaires.

Vous pouvez pour cela vous placer dans un repère, mais vous pouvez aussi faire sans…

Exercice n°11 : (4 points).

ABC et ADE sont deux triangles rectangles isocèles directs en A comme ci-contre. I est le milieu de [CD].



1) Démontrer que $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AI}$
2) En déduire que les droites (AI) et (BE) sont perpendiculaires. *Pour cette question, toute trace de recherche cohérente pourra être valorisée.*