

**Exercice 1 :**

Les 35 élèves d'une classe ont obtenu les notes suivantes à un test :

9	11	8	5	15	9	14
7	11	5	6	8	6	10
4	11	8	8	7	13	4
13	5	5	6	4	10	5
7	11	4	6	9	7	4

1) Donner la médiane et l'étendue de la série.

Justifier les calculs.

2) Répondre aux questions suivantes, on justifiera la réponse par un raisonnement et non par un calcul.

a) Si la plus haute note passe à 18, la médiane change-t-elle ?

b) On a oublié de noter une question aux 5 élèves qui ont 4. Si leur note passe à 6, la médiane change-t-elle ?

c) On relève toutes les notes de 3 points. Quelle est la médiane ?

d) L'un des élèves qui a obtenu 7 est exclu de la série. Que devient la médiane ?

3) Déterminer l'écart interquartile de la série initiale.

4) Tracer la boîte à moustaches correspondante.

5) Déterminer la moyenne et l'écart-type de cette série. (Sans justification)

**Exercice 2 :**

Le prix d'un produit a augmenté de 22% en 2011 et de 36% en 2012.

(justifier et arrondir les réponses à 0,1 près)

1) De quel pourcentage le prix de ce produit a-t-il globalement augmenté sur ces deux années ?

2) De quel pourcentage devrait baisser le prix de ce produit en 2012 pour retrouver sa valeur initiale (celle au 31 décembre 2009, avant les deux augmentations) ?

3) Quel est le taux d'évolution moyen du cours de cette action sur les deux années 2011 et 2012 ?

**Exercice 3 :**

Déterminer les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  pour que le tableau ci-dessous soit correct (base 100 pour l'année 2009)

(on indiquera les calculs qui permettent de déterminer ces quatre valeurs)

Année	2009	2010	2011
Chiffre d'affaires en milliers d'euros	$a$	8510	$b$
Indice (base 100 pour l'année 2009)	100	115	$c$
Pourcentage d'évolution par rapport à l'année précédente	■■■	$d$	-20%

**Exercice 1 :**

Les 35 élèves d'une classe ont obtenu les notes suivantes à un test :

9	11	8	5	15	9	14
7	11	5	6	8	6	10
4	11	8	8	7	13	4
13	5	5	6	4	10	5
7	11	4	6	9	7	4

1) Donner la médiane et l'étendue de la série.

Justifier les calculs.

2) Répondre aux questions suivantes, on justifiera la réponse par un raisonnement et non par un calcul.

a) Si la plus haute note passe à 18, la médiane change-t-elle ?

b) On a oublié de noter une question aux 5 élèves qui ont 4. Si leur note passe à 6, la médiane change-t-elle ?

c) On relève toutes les notes de 3 points. Quelle est la médiane ?

d) L'un des élèves qui a obtenu 7 est exclu de la série. Que devient la médiane ?

3) Déterminer l'écart interquartile de la série initiale.

4) Tracer la boîte à moustaches correspondante.

5) Déterminer la moyenne et l'écart-type de cette série. (Sans justification)

**Exercice 2 :**

Le prix d'un produit a augmenté de 22% en 2011 et de 36% en 2012. (*justifier et arrondir les réponses à 0,1 près*)

1) De quel pourcentage le prix de ce produit a-t-il globalement augmenté sur ces deux années ?

2) De quel pourcentage devrait baisser le prix de ce produit en 2012 pour retrouver sa valeur initiale (celle au 31 décembre 2009, avant les deux augmentations) ?

3) Quel est le taux d'évolution moyen du cours de cette action sur les deux années 2011 et 2012 ?

**Exercice 3 :**

Déterminer les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  pour que le tableau ci-dessous soit correct (base 100 pour l'année 2009) (*on indiquera les calculs qui permettent de déterminer ces quatre valeurs*)

Année	2009	2010	2011
Chiffre d'affaires en milliers d'euros	$a$	8510	$b$
Indice (base 100 pour l'année 2009)	100	115	$c$
Pourcentage d'évolution par rapport à l'année précédente	■ ■ ■	$d$	-20%

### Exercice 4 :

Pour chaque question, indiquer sur votre copie la (ou les) bonne(s) réponse(s)

#### Question 1 :

La dérivée de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \text{ est :}$$

- A  $f'(x) = \frac{1}{2x}$        B  $f'(x) = -\frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 1}$   
 C  $f'(x) = -\frac{2x}{x^2 + 1}$        D  $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$

#### Question 2 :

On connaît l'expression de la dérivée d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Son expression est la suivante :  $f'(x) = 2x^2 + 6x - 8$ .

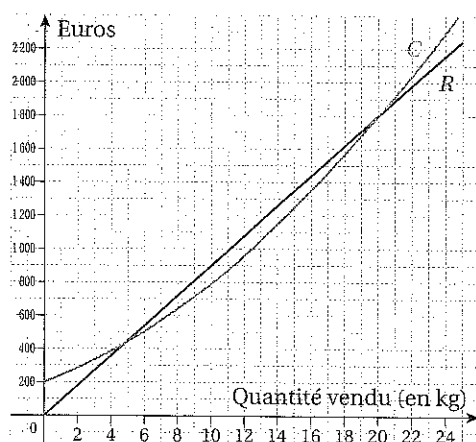
- A  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .  
 B  $f'(x) \geq 0$  sur  $]-\infty ; -4]$ .  
 C  $f(1)$  est un extremum de la fonction  $f$ .  
 D  $f'(x) = 0$  admet deux solutions sur  $\mathbb{R}$ .

### Exercice 5 :

Dans une usine de produits cosmétiques, le coût de fabrication journalier d'une crème est donné (en euros) par :  $C(q) = 2q^2 + 40q + 200$ , où  $q$  est la quantité en kilogrammes, pour  $q \in [0 ; 25]$ .

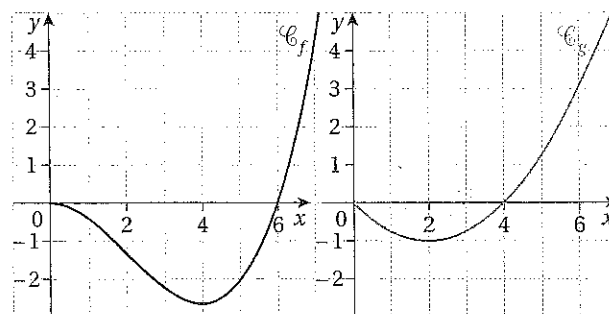
Le prix de vente est de 90 € le kilo et on suppose que toute la production de l'entreprise est vendue.

La recette, en fonction de  $q$  kilogrammes de produits vendus, est notée  $R(q)$ . Les représentations des fonctions  $C$  et  $R$  sont données ci-dessous.



#### Question 3 :

On connaît la représentation graphique de deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $[0 ; 7]$ .



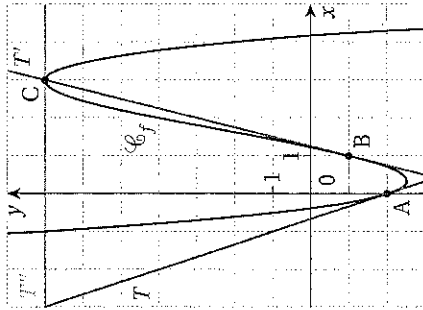
D'après sujet de bac Liban 2009

- A  $f$  et  $g$  ont le même sens de variation sur  $[0 ; 7]$ .  
 B La fonction  $g$  peut être la dérivée de la fonction  $f$ .  
 C La fonction  $f$  peut être la dérivée de la fonction  $g$ .  
 D  $f$  et  $g$  ont le même signe sur  $[0 ; 7]$ .

1. Montrer que le bénéfice  $B(q)$  en fonction de la quantité vendue est :  $B(q) = -2q^2 + 50q - 200$ .
2. a. Calculer la quantité de produits que l'entreprise doit vendre pour réaliser des bénéfices.  
b. Expliquer comment le résultat de la question précédente peut-être vérifié graphiquement.
3. a. Calculer  $B'(q)$ .  
b. Dresser le tableau de variations de  $B$  sur l'intervalle  $[0 ; 25]$ .  
c. En déduire, la production qui générera le meilleur bénéfice pour cette entreprise et calculer le bénéfice.

### Exercice 6: (4 points)

On considère une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ . Sa courbe représentative est donnée ci-après dans un repère orthonormé. Les tangentes à la courbe aux points A, B et C d'abscisses respectives 0, 1 et 3 sont également tracées.



1. Par lecture graphique, déterminer :

- $f(0)$  et  $f'(0)$
- $f(1)$  et  $f'(1)$
- $f(3)$  et  $f'(3)$

2. On suppose que

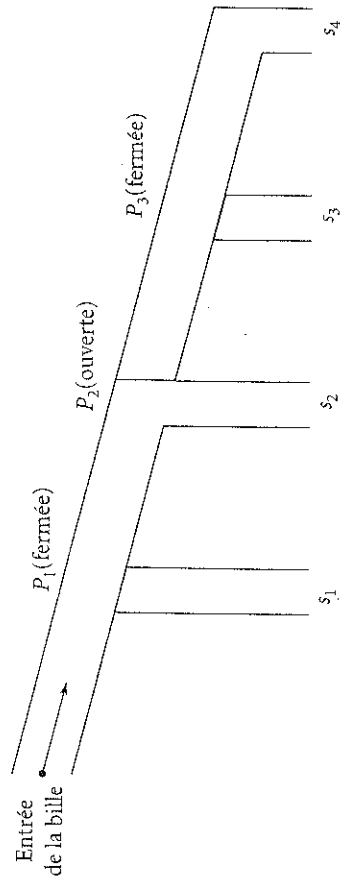
$$f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q.$$

a. En utilisant les résultats de la question 1.a, déterminer  $p$  et  $q$ .

b. En utilisant les résultats de la question 1.b, déterminer  $m$  et  $n$ .

### Exercice 7: (3 points)

Un jeu de hasard consiste à introduire une bille dans le tube d'une machine. Cette machine comporte trois portes  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  qui ferment ou ouvrent les accès aux quatre sorties possibles  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $s_4$ .  
Un système électronique positionne aléatoirement ces trois portes puis libère la bille.



N.B. : sur le schéma les portes  $P_1$  et  $P_3$  sont fermées, la porte  $P_2$  est ouverte, la bille sortira par  $s_2$ .

1. Enumérer dans un tableau toutes les positions simultanées possibles des trois portes et indiquer la sortie imposée à la bille pour chacune de ces configurations.

(On pourra s'aider d'un arbre pour compléter le tableau)

$P_1$	$P_2$	$P_3$	Sortie
F	O	F	S2

(Par convention, on notera F une porte fermée et O une porte ouverte.)

2. On suppose que les huit événements élémentaires trouvés à la question 1. sont équiprobables.

a. Soit A l'événement (F ; O ; F). Quelle est la probabilité de A ?

b. Soit  $S_i$  l'événement « la bille sort par  $s_i$  », où  $i$  prend les valeurs 1, 2, 3 et 4. Calculer les probabilités des événements  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ .

3. Pour jouer, on doit miser 7 euros.  
Si la bille sort par  $s_1$ , on ne reçoit rien.  
Si la bille sort par  $s_2$ , on reçoit 5 euros.  
Si la bille sort par  $s_3$ , on reçoit 10 euros.  
Si la bille sort par  $s_4$ , on reçoit 20 euros.

On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque sortie possible, associe le gain ou la perte en euros du joueur (en tenant compte de la mise des 7 euros).

a. Quelles sont les valeurs prises par X ?

b. Présenter dans un tableau la loi de probabilité de X.

Calculer l'espérance mathématique  $E(X)$  de X.

4. On veut modifier la mise afin que le jeu soit équitable, c'est-à-dire que  $E(X)$  soit égal à zéro.

Déterminer cette nouvelle mise en justifiant la réponse.

Exercice 1

8pts.

Notes	4	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15
Eff.	5	5	4	4	4	3	2	4	2	1	1
Eff. cum.	5	10	14	18	22	25	27	31	33	34	35

1)  $35 : 2 = 17,5$  donc la médiane est la 18<sup>e</sup> note  
càd  $\boxed{7}$

$15 - 4 = 11$  donc l'étendue est  $\boxed{11}$

2) a)  $\boxed{\text{Non}}$  : la médiane ne change pas si on modifie la dernière note, seule la 18<sup>e</sup> place est importante.

b)  $\boxed{\text{Non}}$  : Le nombre de notes  $< 7$  ne change pas

c) La médiane reste à la 18<sup>e</sup> place càd  $7 + 3 = \boxed{10}$

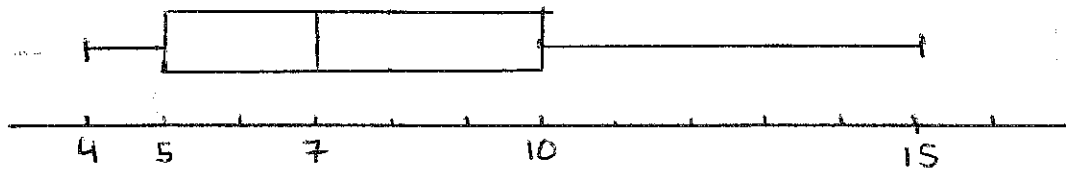
d) La 18<sup>e</sup> place est donc la note 8 : médiane =  $7,5$   
eff. 34. Moy. de la 17<sup>e</sup> et 18<sup>e</sup> v. = médiane  $7,5$

3)  $Q_1 : \frac{1}{4} \times 35 = 8,75$  dc 9<sup>e</sup> place dc  $\boxed{Q_1 = 5}$

$Q_3 : \frac{3}{4} \times 35 = 26,25$  dc 27<sup>e</sup> place dc  $\boxed{Q_3 = 10}$

$Q_3 - Q_1 = 10 - 5 = 5$  : l'écart interquartile est 5.

4)



5) à l'aide de la calculatrice  $\bar{x} \approx 7,86$

$\sigma \approx 3,05$

Exercice 2

$$1) (1 + 22/100)(1 + 36/100) = 1,6592$$

$$(1,6592 - 1) \times 100 = 65,92$$

Le prix de ce produit a augmenté de  $\boxed{65,9\%}$

$$2) CH' = \frac{1}{1,6592} = 0,60270\dots$$

$$(CH' - 1) \times 100 = -39,73$$

Le prix devrait subir une baisse de  $\boxed{39,7\%}$ .

$$3) (1 + t/100)^2 = 1,6592$$

$$1 + t/100 = \sqrt{1,6592}$$

$$t/100 = \sqrt{1,6592} - 1$$

$$t = (\sqrt{1,6592} - 1) \times 100$$

$$= 28,8$$

Le taux d'évolution moyen est de  $\boxed{28,8}$

Exercise 3 (4 min) 4 pts

a)  $a = \frac{8510 \times 100}{115} = 7400$

$a = 7400$

b)  $b = 8510 \times (1 - \frac{20}{100}) = 6808$

$b = 6808$

c)  $c = \frac{115 \times 6808}{8510} = 92$

$c = 92$

d)  $115 - 100 = 15$   $\frac{dc}{c}$   $d = +15\%$

$d = +15\%$

Exercise 4 (7 min) 5 pts

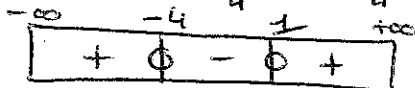
Q1:  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$   $(\frac{1}{u})' = -\frac{u'}{u^2}$   $u = x^2+1$   
 $u' = 2x$

$f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$  et  $B$

Q2:  $f'(x) = 2x^2 + 6x - 8$

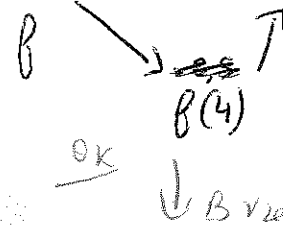
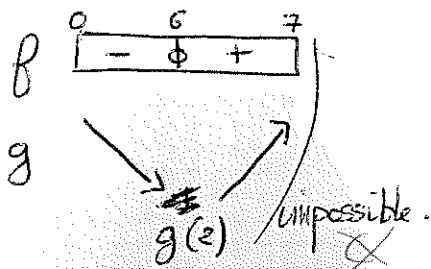
$\Delta = b^2 - 4ac = 36 + 64 = 100$

$x_1 = \frac{-6-10}{4} = \frac{-16}{4} = -4$   $x_2 = \frac{-6+10}{4} = \frac{4}{4} = 1$



- $B$
- $C$
- $D$

Q3:  $4 \times 0,5$



$B$

### Exercice 5 : (12 min) (6pts)

$$\begin{aligned} 1) \quad B(q) &= R(q) - C(q) = 90q - (2q^2 + 40q + 200) \\ &= 90q - 2q^2 - 40q - 200 \\ &= -2q^2 + 50q - 200 \end{aligned}$$

$$2) a) \quad B(q) > 0 ?$$

$$-2q^2 + 50q - 200$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 50^2 - 4 \times (-2) \times (-200) = 2500 - 1600 = 900$$

$$x_1 = \frac{-50 - 30}{-4} = 20$$

$$x_2 = \frac{-50 + 30}{-4} = 5$$

L'entreprise doit vendre entre 5 kg et 20 kg de produits pour faire du bénéfice.

q	0	5	20	25
B(q)	-	0	0	-

b) La représentation R est au dessus de C pour  $q \in ]5; 20[$ .

$$3) a) \quad B(q) = -2q^2 + 50q - 200$$

$$B'(q) = -4q + 50$$

b)

$$-4q + 50 = 0 \Leftrightarrow q = 12,5$$

$a = -4 < 0$  donc décroissante.

$$B(0) = -200$$

$$B(12,5) = 112,5$$

$$B(25) = -200$$

q	0	12,5	25
Signe $B'(q)$	+	0	-
Valeur de B	-200	112,5	-200

c) Le meilleur bénéfice est atteint pour 12,5 kg de produits. Ce bénéfice est de 112,5 euros.

Exercice 6 : 8 pts

- 1) a)  $f(0) = -2$        $f'(0) = -3$   
 b)  $f(1) = -1$        $f'(1) = 4$   
 c)  $f(3) = 7$        $f'(3) = 0$

2) a) 
$$\left( \begin{array}{l} f(x) = mx^3 + mx^2 + px + q \\ f(0) = q \\ f(0) = -2 \end{array} \right) \text{dc } \boxed{q = -2}$$

$$\left( \begin{array}{l} f'(x) = 3mx^2 + 2mx + p \\ f'(0) = p \\ f'(0) = -3 \end{array} \right) \text{dc } \boxed{p = -3}$$

b) 
$$\left( \begin{array}{l} f(1) = m + m + p + q \\ f(1) = -1 \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{l} f'(1) = 3m + 2m + p \\ f'(1) = 4 \end{array} \right.$$

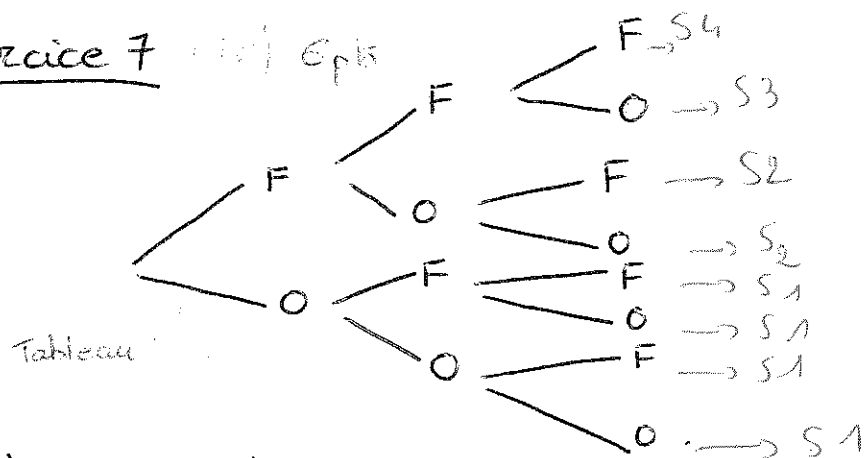
$$\left( \begin{array}{l} -1 = m + m - 2 - 3 \\ \boxed{4 = m + m} \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{l} 4 = 3m + 2m - 3 \\ \boxed{7 = 3m + 2m} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 4 = m + m \\ 7 = 3m + 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 - m \\ 7 = 3(4 - m) + 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 - m \\ -5 = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

$$\boxed{m = -1} \text{ et } \boxed{m = 5}$$

$$f(x) = -x^3 + 5x^2 - 3x - 2$$

Exercice 7 : 6 pts



2) a)  $P(A) = \frac{1}{8}$

b)  $P(S_1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P(S_3) = \frac{1}{8}$

$P(S_2) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P(S_4) = \frac{1}{8}$



3) a)  $X$  prends les valeurs  $-7$ ;  $-2$ ;  $+3$ ;  $+13$   
 $(-7+S)$ ;  $(-7+10)$ ;  $(-7+20)$

b)

$x_i$	$-7$	$-2$	$+3$	$+13$
$p_i$	$\frac{4}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$E(X) = (-7) \times \frac{4}{8} + (-2) \times \frac{2}{8} + 3 \times \frac{1}{8} + 13 \times \frac{1}{8} =$$
$$= \frac{-28 - 4 + 3 + 13}{8} = \frac{-16}{8} = \boxed{-2}$$

4)  $E(X) = 0$ ?

$$E(X) = -m \times \frac{4}{8} + (5-m) \times \frac{2}{8} + (10-m) \times \frac{1}{8} + (20-m) \times \frac{1}{8}$$
$$= (-4m + 10 - 2m + 10 - m + 20 - m) \times \frac{1}{8}$$
$$= (-8m + 40) \times \frac{1}{8}$$
$$= -m + 5$$

$$E(X) = 0$$

$$\Leftrightarrow -m + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 5$$

La nouvelle mise doit être de 5 €.