

2ndes chap S1 : Statistiques descriptives

Éléments de correction des exercices

Objectifs : *mieux comprendre les notions de moyenne et médiane*
utiliser des statistiques pour prendre des décisions

Moyenne et médiane *(tiré du livre Math'x Seconde)*

Partie 1 : Voici une série de notes entières de moyenne 12 :

10 ; 6 ; 5 ; 15 ; 17 ; 7 ; 14 ; 9 ; 15 ; 13 ; 15 ; 17 ; 13

5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

Les questions suivantes portent sur cette série initiale.

1. Agir sur la moyenne

Remarque : pour ne pas changer la moyenne, il faut avoir le total des notes égal à la moyenne \times nombre de notes ; ici 12×13 soit 156

a) Modifier deux notes sans changer la moyenne

Il suffit d'ajouter un nombre de points à une note et d'enlever le même nombre de points à une autre note

Exemple : 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

Devient : 4 ; 7 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

b) Modifier trois notes sans changer la moyenne

Exemple : 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

Devient : 4 ; 5 ; 9 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

c) Supprimer une note pour que la moyenne augmente le plus possible

Il suffit de supprimer la note la plus basse, ici 5

d) Supprimer une note pour que la moyenne diminue le moins possible

Il suffit de supprimer la note supérieure à la moyenne et la plus proche de celle-ci ; ici 13

e) Modifier une note pour que la moyenne augmente de 1

La moyenne doit augmenter de 1 donc le total doit augmenter de 13 (car le nombre de notes est toujours le même égal à 13).

Exemple : 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

Devient 18 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

2. Agir sur la médiane

La série de départ : 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17 comporte 13 termes donc un nombre impair de valeurs.

$\frac{N}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$ donc Me est la 7^{ème} valeur de la série rangée dans l'ordre croissant. **Me = 13**

a) Peut-on augmenter la médiane de 1 en modifiant une seule note ?

Pour cela, il suffit d'ajouter 1 à la médiane

donc 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

devient 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 14 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

b) Peut-on diminuer la médiane de 1 en modifiant une seule note ?

Si on veut diminuer la médiane de 1, il faudrait diminuer la médiane de 1

donc 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

devient 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 12 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

Ce qui donne 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

Il reste alors encore une valeur égale à 13 donc la médiane ne peut pas diminuer de 1.

3. Agir sur la moyenne et la médiane

a) En modifiant deux notes, peut-on garder la même moyenne et augmenter la médiane de 1 ?

On prend appui sur deux questions précédentes : 1a) et 2a) donc

devient 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

devient 4 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 14 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

b) En modifiant une note, peut-on garder la même médiane et augmenter la moyenne de 1.

Pour garder la même médiane, il faut garder la note 13 (en rouge) et avoir 6 notes en dessous de 13 et 6 notes au dessus de 13.

Pour augmenter la moyenne de 1, il faut ajouter 13 au total des notes, donc si on ne veut modifier qu'une seule note, il faut ajouter 13 à l'une des notes.

Vu tout cela, il faut ajouter 13 à une des notes supérieures à 13, par exemple

devient 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

devient 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 27 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17

devient 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 17 ; 27

Cela n'est donc possible que si une des notes est supérieure à 20. Il est vrai que rien n'est écrit dans l'énoncé sur ce point (notes sur 20 ou sur 30 ou ???)

Partie 2 : Proposer une série de 12 notes de moyenne 11 et de médiane 12,5

Le total des notes doit être égale à 11×12 soit 132

Pour avoir une médiane égale à 12,5 sachant qu'il y a 12 notes (N est pair), il faut avoir :

.... ; ; ; ; ; **12 ; 13** ; ; ; ; ;

Donc par exemple,

1 ; 2 ; 4 ; 9 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18

Temps d'attente dans un supermarché (tiré du livre *Hyperbole Seconde*)

Un directeur de supermarché décide d'étudier le temps d'attente aux caisses. Pour cela, il note le lundi et le vendredi les temps d'attente en minutes entières de 100 clients.

1. Etude de l'échantillon du Lundi

Le lundi, il obtient la répartition suivante :

Temps d'attente en caisse (en min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de clients	14	13	23	9	14	8	12	4	1	2
Effectifs cumulés croissants	14	27	50	59	73	81	93	97	98	100

a) Calculer le temps moyen d'attente aux caisses du supermarché pour cet échantillon

$$\bar{x} = \frac{14 \times 1 + 13 \times 2 + 23 \times 3 + 9 \times 4 + 14 \times 5 + 8 \times 6 + 12 \times 7 + 4 \times 8 + 1 \times 9 + 2 \times 10}{100} = \frac{408}{100} = 4,08$$

Le temps d'attente moyen aux caisses de ce supermarché, le lundi, est de 4,08 minutes

b) Déterminer la médiane et les quartiles de cette série statistique des temps d'attente.

Médiane : $N = 100$; N est pair de plus $\frac{N}{2} = 50$ donc $Me = \frac{50^{\text{ème}} \text{ valeur} + 51^{\text{ème}} \text{ valeur}}{2}$
sachant que la série est rangée dans l'ordre croissant.

$$Me = \frac{3 + 4}{2} = 3,5$$

Premier quartile :

$N = 100$ donc $\frac{N}{4} = 25$ donc Q_1 est la $25^{\text{ème}}$ valeur de la série rangée dans l'ordre croissant. **$Q_1 = 2$**

Troisième quartile :

$N = 100$ donc $\frac{3N}{4} = 75$ donc Q_3 est la 75^{ème} valeur de la série rangée dans l'ordre croissant. $Q_3 = 6$

- c) Le directeur adjoint souhaite ouvrir une caisse supplémentaire si plus de 15% des clients attendent 7 minutes ou plus en caisse.
Doit-il ouvrir une nouvelle caisse le lundi ?

On calcule l'effectif total correspondant aux temps d'attente égaux à 7, 8, 9 ou 10 minutes : $12 + 4 + 1 + 2 = 19$

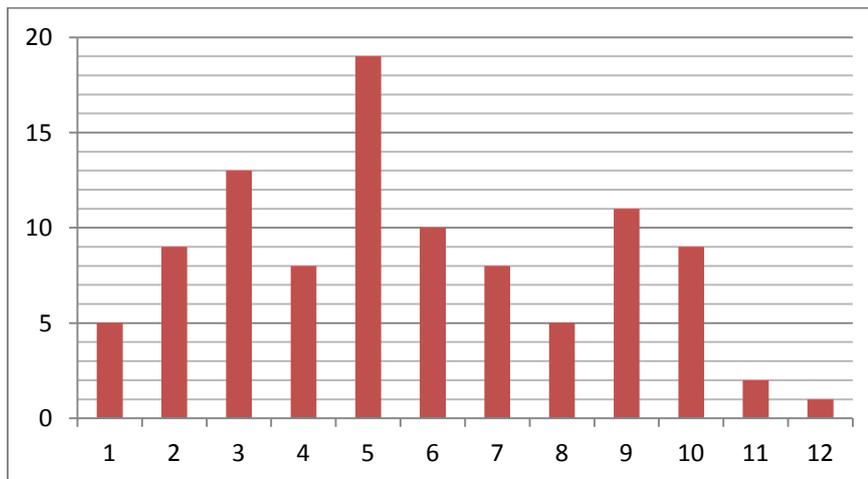
Comme on a interrogé 100 clients, on a donc 19% des clients qui attendent 7 minutes ou plus en caisse. Ce pourcentage étant supérieur à 15%, **le directeur adjoint devrait ouvrir une caisse le lundi.**

- d) Le directeur décide d'ouvrir une caisse supplémentaire si le temps moyen d'attente aux caisses dépasse 5 minutes. Doit-il ouvrir une nouvelle caisse le lundi ?

D'après a), le temps d'attente moyen aux caisses de ce supermarché, le lundi est de 4,08 minutes donc inférieur à 5 minutes. Il décide donc finalement de ne pas ouvrir une nouvelle caisse le lundi.

2. Etude de l'échantillon du Vendredi

Le directeur compare les temps d'attente en début et en fin de semaine. Il étudie donc la série d'attente du Vendredi.



Calculer le temps d'attente moyen le vendredi pour l'échantillon étudié ici (arrondi au dixième)

Avec le diagramme en bâtons donné ici, on peut donner le tableau statistique des temps d'attente dans ce supermarché, le vendredi.

Temps d'attente en caisse (en min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de clients	5	9	13	8	19	10	8	5	11	9	2	1

$$\bar{x} = \frac{5 \times 1 + 9 \times 2 + 13 \times 3 + 8 \times 4 + 19 \times 5 + 10 \times 6 + 8 \times 7 + 5 \times 8 + 11 \times 9 + 9 \times 10 + 2 \times 11 + 1 \times 12}{100} = \frac{568}{100} = 5,68 \approx 5,7$$

Le temps d'attente moyen aux caisses de ce supermarché, le vendredi, est d'environ 5,7 minutes

3. Comparaisons de deux échantillons

Les clients qualifient d'acceptable un temps d'attente compris entre 2 et 6 minutes inclus.

Pour chacune des affirmations, dire si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

- a) « Le vendredi, au moins un quart des clients attendent au plus trois minutes en caisse. » **VRAI**

Le nombre de clients attendant au plus (u maximum) trois minutes est de :

$5 + 14 + 13$ soit 27 clients sur les 100 interrogés.

27% des clients attendent au plus 3 minutes donc **c'est plus d'un quart qui attendent au plus 3 minutes.**

- b) « Il y a autant de clients qui trouvent le temps d'attente acceptable le lundi que le vendredi. »

Pour les clients, un temps acceptable d'attente signifie que ce temps d'attente est compris entre 2 minutes inclus. et 6

Or pour le lundi,

Temps d'attente en caisse (en min)	2	3	4	5	6
Nombre de clients	13	23	9	14	8

Le nombre de clients concernés est de : $13 + 23 + 9 + 14 + 8$ soit 57

Or pour le vendredi,

Temps d'attente en caisse (en min)	2	3	4	5	6
Nombre de clients	9	13	8	19	10

Le nombre de clients concernés est de : $9 + 13 + 8 + 19 + 10$ soit 59

On en conclut qu'il y a deux clients de plus qui attendent entre 2 et 6 minutes (inclus) le vendredi par rapport au lundi.