

Vous apporterez un grand soin à la présentation et à la rédaction de votre copie.  
Vous ne rendrez pas le sujet avec votre copie. Bon courage.

Le barème est noté sur 20 points.

### Exercice 1. (5 points)

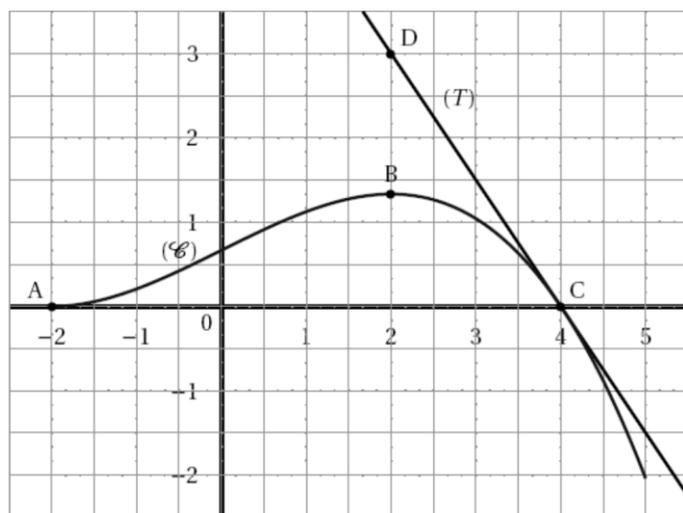
#### Partie 1 : Fonctions : lectures graphiques

On considère une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-2 ; 5]$ , croissante sur  $[-2 ; 2]$  et décroissante sur  $[2 ; 5]$ .

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

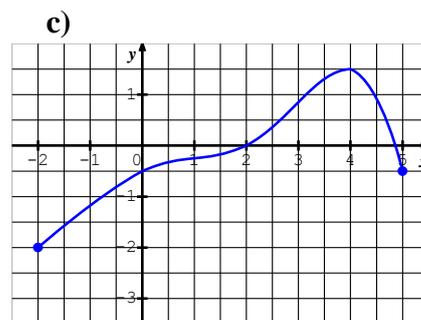
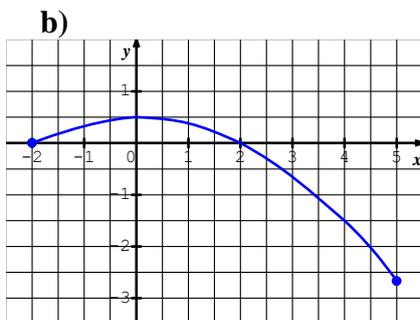
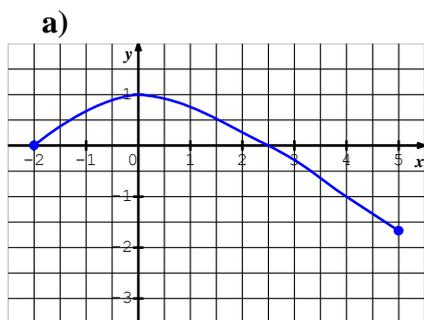
La courbe  $(\mathcal{C})$  tracée ci-contre représente la fonction  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé ; elle passe par les points  $A(-2 ; 0)$  ;  $B(2 ; \frac{4}{3})$  et  $C(4 ; 0)$ .

Elle admet en chacun des points A et B une tangente parallèle à l'axe des abscisses et sa tangente  $(T)$  au point C passe par le point  $D(2 ; 3)$ .



1. En utilisant les données de l'énoncé et le graphique, indiquer :
  - a) la valeur de  $f'(4)$ .
  - b) la valeur de  $f'(2)$ .
  - c) l'ensemble solution de l'inéquation :  $f'(x) > 0$ .
  - d) l'ensemble solution de l'inéquation :  $f(x) > 0$ .

2. Parmi les 3 courbes suivantes quelle est celle qui peut représenter la courbe de la dérivée  $f'$  de  $f$  ?



#### Partie 2 : Logique

Soit  $f$  une fonction définie sur  $[-3 ; 7]$ , dont le tableau de variations est donné ci-contre :

Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

$x$	-3	1	3	7
Variations de $f$	6	0	2	-4

- a) Il existe un réel  $k$ , tel que l'équation  $f(x) = k$  n'admet aucune solution.
- b) Pour tout réel  $k$ , l'équation  $f(x) = k$  admet une unique solution.
- c) Il existe un réel  $k$ , tel que l'équation  $f(x) = k$  admet deux solutions.

## Exercice 2. Probabilités (5 points)

Une étude récente a été faite sur l'ensemble des médecins et des kinésithérapeutes pratiquant en France métropolitaine.

Parmi ces praticiens, il y a 74% de médecins parmi lesquels 0,6% pratiquent l'ostéopathie.

Parmi les kinésithérapeutes, 8,6% pratiquent l'ostéopathie.

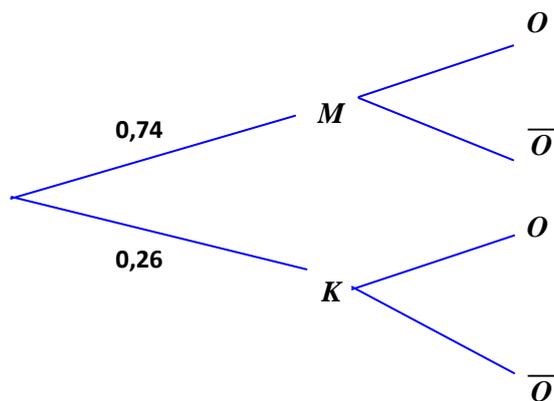
### Partie A

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.

On note les évènements suivants :

- $M$  : « la personne choisie est médecin » ;
- $K$  : « la personne choisie est kinésithérapeute » ;
- $O$  : « la personne choisie pratique l'ostéopathie ».

1. **Recopier** et compléter l'arbre pondéré, représentant la situation.



2. Montrer que la probabilité  $p(O)$  de l'évènement  $O$  est égale à 0,0268.

3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories. Déterminer la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

### Partie B

On rappelle que la probabilité qu'une personne prise au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes pratique l'ostéopathie est égale à 0,0268.

On s'intéresse à dix praticiens pris au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes exerçant en France métropolitaine.

On note  $X$  la variable aléatoire comptant le nombre de ceux qui pratiquent l'ostéopathie.

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Justifier que la variable  $X$  suit une loi binomiale, dont on précisera les paramètres.
2. Calculer  $p(X = 2)$ .

### Partie C

On rappelle qu'en France métropolitaine 0,6% des médecins pratiquent l'ostéopathie.

Une région compte 47 000 médecins dont 164 médecins-ostéopathes.

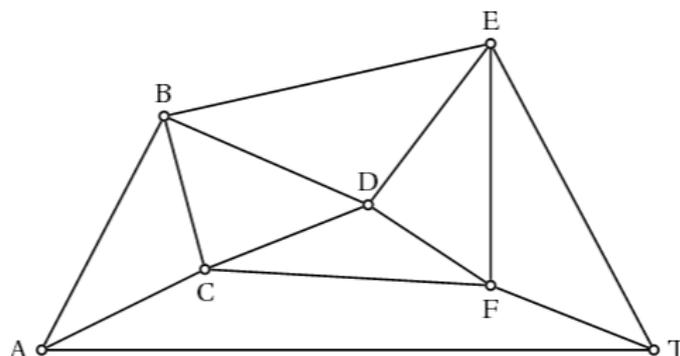
On note  $I$  l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% de la fréquence de médecins ostéopathes de la région.

1.
  - a. Vérifier que les conditions d'utilisation de cet intervalle sont remplies.
  - b. Justifier que  $I = [0,0053 ; 0,0067]$ , les bornes ayant été arrondies à  $10^{-4}$  près.
2. Peut-on considérer que pour la pratique de l'ostéopathie par les médecins, cette région est représentative, privilégiée ou défavorisée par rapport à la situation en France métropolitaine ? Justifier la réponse.

**Exercice 3. Graphes- Matrices** (5 points) Pour les élèves ayant choisi l'enseignement de spécialité

**Partie A**

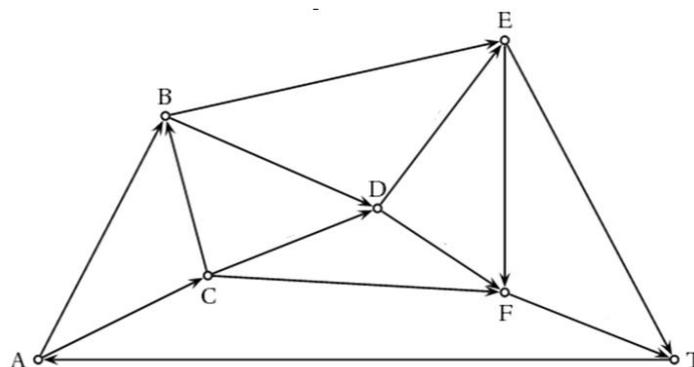
Le graphe ci-contre représente, dans un aéroport donné, toutes les voies empruntées par les avions au roulage. Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterrissage, sont appelées « taxiways ». Les arêtes du graphe représentent les voies de circulation (les « taxiways ») et les sommets du graphe sont les intersections.



- Déterminer le nombre de voies de circulation au total, en utilisant les degrés des sommets de ce graphe. Justifier.
- Afin que l'aéroport soit déneigé le plus rapidement possible, est-il possible de planifier un parcours pour que les chasse-neige passent par toutes les voies sans emprunter plusieurs fois la même route? Justifier la réponse et donner, en utilisant l'algorithme d'Euler, un tel parcours s'il existe.

**Partie B**

Dans le graphe ci-contre, on a indiqué le sens de circulation pour les avions dans les différentes voies.



- Écrire la matrice d'adjacence  $M$  associée à ce graphe (ranger les sommets dans l'ordre alphabétique).
- Donner le nombre de chemins de longueur 3 reliant A à T. Expliquer. Citer alors tous les chemins de longueur 3 reliant A à T.

**Partie C**

Il se fait tard, la neige continue de tomber en abondance et une dégivreuse ne fonctionne pas. Un avion est donc cloué au sol. Ses passagers doivent être logés dans des divers hôtels qui se trouvent sur le site de l'aéroport. L'hôtesse d'accueil répartit les passagers en trois groupes de 60 personnes et leur demande leurs souhaits de couchage qui sont consignés dans le tableau ci-dessous :

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Chambre avec lit double	7	12	5
Chambre avec 2 lits jumeaux	9	6	7
Chambre pour quatre personnes	7	6	9

Elle a trouvé quatre hôtels, pouvant héberger chacun 60 personnes dont voici les tarifs détaillés en euros pour une nuit :

	Hôtel A	Hôtel B	Hôtel C	Hôtel D
Chambre avec lit double	50	49	52	50
Chambre avec 2 lits jumeaux	50	52	60	55
Chambre pour quatre personnes	70	70	68	65

- En utilisant un produit de deux matrices que vous préciserez, donner le coût de réservation pour une nuit, pour chacun des groupes et ceci dans chacun des quatre hôtels
- En observant la matrice obtenue, préciser le choix que fera l'hôtesse pour avoir un coût minimal.

**Exercice 4. Économie et fonction** (5 points)

**Partie A**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 6]$  par :  $f(x) = (2x^2 + 3x)e^{-x}$ .

1. On admet que la fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $[0 ; 6]$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

Montrer que, pour tout  $x$  de  $[0 ; 6]$ ,  $f'(x) = (-2x^2 + x + 3)e^{-x}$ .

2. Étudier alors les variations de  $f$  sur  $[0 ; 6]$ .

3. On admet que l'équation  $f(x) = 1$  admet une unique solution, notée  $\alpha$ , dans  $[0 ; \frac{3}{2}]$ .

a. Montrer que l'équation  $f(x) = 1$  admet une unique solution, notée  $\beta$ , dans  $[\frac{3}{2} ; 6]$ .

b. Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $10^{-2}$ ; faire de même pour  $\beta$ .

**Partie B**

Une société extrait du gravier pour la construction d'autoroutes. Elle envisage l'ouverture d'un nouveau site d'extraction.

On admet qu'au bout de  $x$  centaines de jours d'exploitation, la production journalière sur ce site, en milliers de tonnes, est exprimée par  $f(x)$ .

1. Déterminer au bout de combien de jours après l'ouverture du site, la production journalière sera maximale.

Quelle est cette production maximale ?

2. Déterminer au bout de combien de jours, après l'ouverture du site, la production journalière, après avoir atteint son maximum, sera à nouveau inférieure à 1000 tonnes.