xEléments de correction du DNS 11 du 3 Février 2015

Exercice 1 :

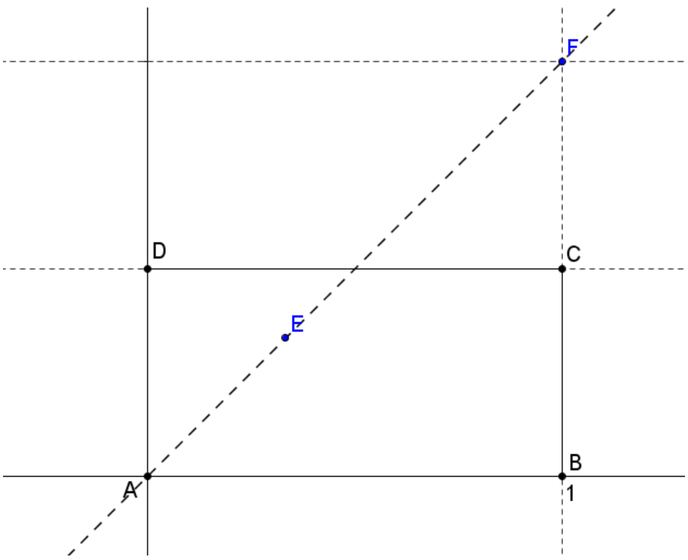
Soit un rectangle ABCD. Soit F le symétrique de B par rapport au point C.

Soit le point E tel que $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}$

On s'intéresse à la position des points A, E et F.

Hervé qui veut faire la figure ne sait pas placer le point E.

Son ami lui propose alors de choisir un repère (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$) ce qui revient à avoir la figure dans le repère visualisé ci-contre.



1. Donner les coordonnées des points A, B, C et D

   Puisque le repère est (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$) on a :
   A(0.0), B(1 ;0) et D(0 ;1)
   ABCD étant un rectangle, on a
   C(1 ;1)

2. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point F.

   F est le symétrique de B par rapport à C, donc C est le milieu de [BF]

   <u>Première méthode :</u>

   $$\begin{cases} x_C = \dfrac{x_B + x_F}{2} \\ y_C = \dfrac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 1 = \dfrac{1 + x_F}{2} \\ 1 = \dfrac{0 + y_C}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 2 = 1 + x_F \\ 2 = y_F \end{cases}$$

   $$\begin{cases} 1 = x_F \\ 2 = y_F \end{cases}$$ **d'où F (1 ; 2)**

   <u>Seconde méthode :</u>

   $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CF}$

   Or $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{CF}\begin{pmatrix} x_F - x_C \\ y_F - y_C \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 1-1 \\ 1-0 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{CF}\begin{pmatrix} x_F - 0 \\ y_F - 1 \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{CF}\begin{pmatrix} x_F \\ y_F - 1 \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CF}$ **équivaut à** $\begin{cases} 0 = x_F \\ 1 = y_F - 1 \end{cases}$

   $$\begin{cases} 1 = x_F \\ 2 = y_F \end{cases}$$ **d'où F (1 ; 2)**

3. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point E.

   $\overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} xA - xE \\ yA - yE \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} 0 - xE \\ 0 - yE \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} -xE \\ -yE \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} xC - xE \\ yC - yE \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} 1 - xE \\ 1 - yE \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix} xD-xE \\ yD-yE \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix} 0-xE \\ 1-yE \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix} -xE \\ 1-yE \end{pmatrix}$

Ainsi, $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix} -xE+1-xE-xE \\ -yE+1-yE+1-yE \end{pmatrix}$ **d'où** $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix} -3\,xE+1 \\ -3\,yE+2 \end{pmatrix}$

Or $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=\vec{0}$ **donc**

$\begin{cases} -3\,xE+1=0 \\ -3yE+2=0 \end{cases}$ **soit** $\begin{cases} -3\,xE=-1 \\ -3yE=-2 \end{cases}$ **c'est-à-dire** $\begin{cases} xE=\frac{1}{3} \\ yE=\frac{2}{3} \end{cases}$ **d'où** $E\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$

4. Placer les points E et F sur la figure. Que peut-on conjecturer pour la position des points A, E et F

   Les points A, E et F semblent alignés.

5. Soit f la fonction affine représentée dans le repère précédent par la droite (AF).

   a) Déterminer f (x) en fonction de x

   A(0 ;0) et F(1 ;2) appartiennent à la droite (AF) donc f(0) = 0 et f(1) = 2

   $a=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=\frac{2-0}{1-0}=2$

   De plus la droite passe par A(0 ;0) donc b=0.

   Ainsi f(x)= 2 x

   b) Démontrer alors que E appartient à (AF).

   $f(x_E)=2\,x_E=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}=y_E$ **donc le point E appartient à (AF).**

Exercice 2 :

Partie A :

En 1976, Rodrigo Partida a été condamné à huit ans de prison, dans un comté du Texas. Il a contesté ce jugement en faisant valoir que la désignation des jurés avait été discriminatoire à l'égard des Américains d'origine mexicaine.
Ce comté compte dans sa population 79,1 % d'Américains d'origine mexicaine mais seuls 339 jurés étaient d'origine mexicaine sur les 870 personnes convoquées pour être jurés lors du procès de Rodrigo Partida.

Expliquez pourquoi l'avocat de Rodrigo Partida a pu démontrer que la désignation des jurés n'était pas représentative de la population du comté.

Ce comté compte dans sa population 79,1 % d'Américains d'origine mexicaine donc p = 0,791

870 personnes sont convoquées donc n= 870.

On a donc bien n ≥ 25 et 0,2 ≤ p ≤ 0,8, l'intervalle de fluctuation au seuil 95% est donc :

$I=\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]=\left[0{,}791-\frac{1}{\sqrt{870}};0{,}791+\frac{1}{\sqrt{870}}\right]$

$p-\frac{1}{\sqrt{n}}=0{,}791-\frac{1}{\sqrt{870}}\approx 0{,}757$

$p+\frac{1}{\sqrt{n}}=0{,}791+\frac{1}{\sqrt{870}}\approx 0{,}825$

$I\approx[0{,}757;0{,}825]$

Or $f=\frac{339}{870}\approx 0{,}39$**, ainsi f n'appartient pas à I.**

Avec un risque d'erreur de 5% on peut donc considérer que :

- **l'échantillon n'est pas représentatif.**
- **De plus comme f est strictement inférieur à la borne inférieure de I, en particulier que les américains d'origine mexicaine étaient sous-représentés dans les personnes convoquées pour être jurés.**

Partie B :

En 1977 a été porté devant la cour suprême des Etats Unis une affaire où le gouvernement fédéral suspectait l'école indépendante d'Hazelwood, situé dans la banlieue de St Louis, de discrimination à l'égard des professeurs afro-américains.

Pour prendre sa décision, la cour disposait des statistiques suivantes :

- sur la période 1972-1974, cette école employait 405 professeurs dont 15afro-américains
- le pourcentage d'afro-américains sur le marché du travail correspondant était de 15,4% en incluant la ville de ST Louis, et de 5,7% en l'excluant.

La cour peut-elle prendre une décision ?

Le pourcentage d'afro-américains sur le marché du travail est de 15,4% ce qui donne p = 0,154.

Le cours de seconde ne s'applique pas dans cet exercice, car p n'est pas compris entre 0,2 et 0,8

On ne peut donc pas donner de réponse sur une décision à prendre.