Correction des exercices type brevet (suite)

EXERCICE 20 : (*PROBABILITE*)

1. Alice a une chance sur trois de choisir la bonne porte, donc la probabilité qu'elle gagne est $\frac{1}{3}$.

2. Elle a maintenant plus qu'une chance sur quatre de gagner. La probabilité est $\frac{1}{4}$ et elle diminue.

On a en effet $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$

EXERCICE 21 : (*PUISSANCES*)

1. $\frac{10^5 + 1}{10^5} = \frac{100\,001}{100\,000} = 1{,}00001$

2. Antoine a effectivement raison. Si le résultat exact était 1, cela signifierait que le dénominateur et le numérateur sont égaux et cela n'est pas le cas (Le chiffre 1 est négligeable devant 10^{15} et la calculatrice ne travaille pas avec assez de chiffres pour le voir).

EXERCICE 22 : (*VITESSE*)

4 min et 30 s = 4,5 min

On utilise la proportionnalité. Parcourir 1 km en 4,5 min correspond à parcourir 42,195 km en $4{,}5 \times 42{,}195 \approx 190$ min, soit environ 3 h 10 min.

Le coureur devrait parcourir le marathon en moins de 3 h 30.

EXERCICE 23 : (*CALCUL LITTERAL*)

1. Le nombre $\frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation car il ne vérifie pas l'égalité.

$(4 \times \frac{3}{4} - 3)^2 - 9 = (3 - 3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$

Le nombre 0 est solution, car $(4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$.

2. On peut développer les deux membres et comparer les résultats :

$(4x - 3)^2 - 9 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + 3^2 - 9 = 16x^2 - 24x + 9 - 9 = 16x^2 - 24x$

et $4x\,(4x - 6) = 4x \times 4x - 4x \times 6 = 16x^2 - 24x$.

Donc l'égalité est vraie.

3. D'après la question précédente, l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$ est équivalente à l'équation « produit nul » suivante :

$4x\,(4x - 6) = 0$.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul, donc

$4x = 0$ ou $4x - 6 = 0$, soit $x = 0$ ou $x = \frac{6}{4}$

Les solutions de l'équation sont donc 0 et 1,5.

EXERCICE 24 : (*CALCUL NUMERIQUE*)

La note de restaurant suivante est partiellement effacée. Retrouvez les éléments manquants, en présentant les calculs effectués.

RESTAURANT « la Gavotte »		Calculs effectués
4 menus à 16,50 € l'unité	**66 €**	$4 \times 16{,}50 =$ **66**
1 bouteille d'eau minérale	**6,40 €**	$76 - (66 + 3{,}60) =$ **6,40**
3 cafés à 1,20 € l'unité	**3,60 €**	$3 \times 1{,}20 =$ **3,60**
<u>Sous total</u>	**76 €**	? × 5,5% = 4,18 donc ? = 4,18 ÷ 5,5% = **76**
Service 5,5% du sous total	4,18 €	4,18 €
<u>Total</u>	**80,18 €**	76 + 4,18 = **80,18**

EXERCICE 25 : (*EQUATION*)

1. Le groupe composé de 4 adultes et 10 enfants comporte exactement le double d'adultes et d'enfants que le groupe qui a payé 31,50 €.
Donc ce groupe paiera $2 \times 31,50$, soit 63 €.

2. Si on appelle x le prix payé par un adulte, alors le prix demi-tarif pour un enfant est $\frac{x}{2}$.

Donc deux adultes et cinq enfants payent $2 \times x + 5 \times \frac{x}{2}$

D'où l'équation $2x + 2,5x = 31,50$.
Soit $4,5x = 31,50$
Donc $x = 31,50 \div 4,5 = 7$
Donc le prix payé par un adulte est 7 €.

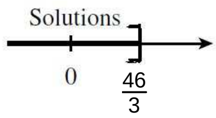
EXERCICE 26 : (*INEQUATION*)

1. a. $3x + 54 \leqslant 100$

$3x \leqslant 46$

$x \leqslant \frac{46}{3}$

b. Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à $\frac{46}{3}$, graphiquement :



2. Le problème posé revient à résoudre l'inéquation du 1.
Il peut donc acheter au maximum 15 paires de chaussettes.

EXERCICE 27 : (*TRIANGLE RECTANGLE*)

Figure 1 : ABC n'est pas rectangle en C. En effet, s'il était rectangle, alors l'hypoténuse [AB] serait un diamètre de son cercle circonscrit. Or le centre O n'est pas le milieu de [AB].

Figure 2 : on a $4,25^2 = 18,0625$ et $2^2 + 3,75^2 = 4 + 14,0625 = 18,0625$, donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

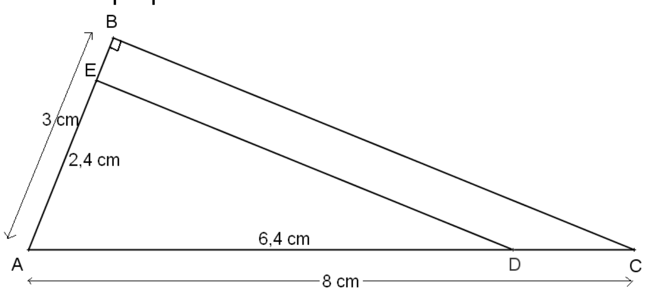
Figure 3 : les points A, D et B sont alignés avec AD = DB, donc D est le milieu de [AB]. On a DC = DA = DB, donc le point C est sur le cercle de diamètre [AB] et le triangle ABC est rectangle en C.

Figure 4 : la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°, donc on a :

$\widehat{ACB} = 180 - (\widehat{CAB} + \widehat{CBA}) = 180° - (49° + 36°) = 95°$.
L'angle en C n'étant pas un angle droit, le triangle ABC n'est pas rectangle en C.

EXERCICE 28 : (*THEOREMES CONNUS*)

1. Pour construire le triangle ABC rectangle en B, on commence par tracer le segment [AB] de 3 cm, puis la perpendiculaire à (AB) passant par B et enfin un arc de cercle de centre A et de rayon 8 cm pour déterminer le point C sur cette perpendiculaire.



2. Le triangle ABC rectangle en B
On a alors :

$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{8}$

On en déduit à l'aide de la calculatrice que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 68° à un degré près.

3. $\frac{AE}{AB} = \frac{2{,}4}{3} = 0{,}8$

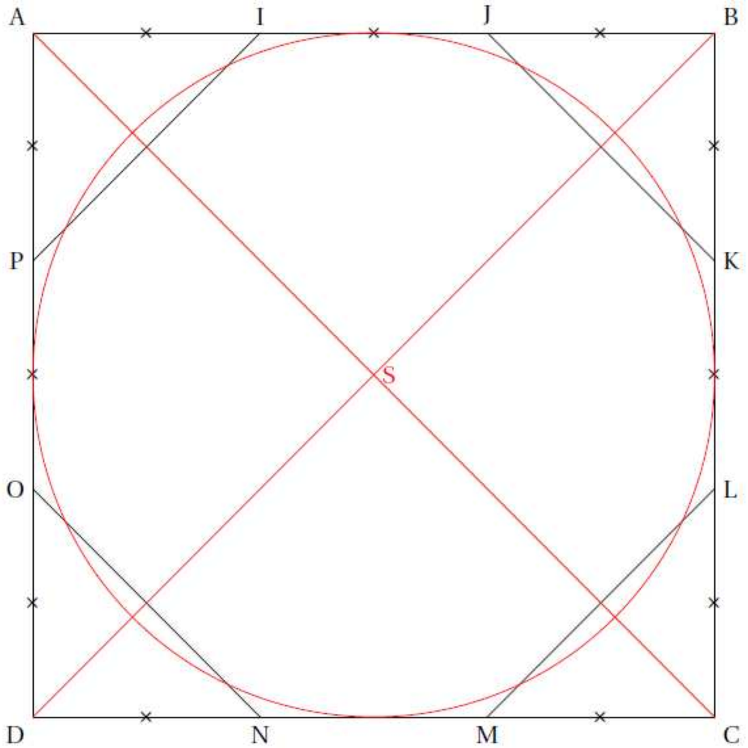
$\frac{AD}{AC} = \frac{6{,}4}{8} = 0{,}8$

On sait maintenant que $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$.

De plus les points A, E, B et les points A, D, C sont alignés dans le même ordre.
Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (ED) et (BC) sont parallèles.
Comme la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (BC), elle est donc aussi perpendiculaire à (ED).
Ce qui signifie que le triangle AED est rectangle en E.

EXERCICE 29 : (*POLYGONES REGULIERS*)

1. Figure en vraie grandeur.



2. a. Dans le triangle JBK rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on a $JB^2 + BK^2 = JK^2$

$3^2 + 3^2 = 18$

Donc $JK = \sqrt{18}$

b. L'octogone IJKLMNOP n'est pas régulier car les côtés [JK] et [IJ] n'ont pas la même longueur.

c. L'aire de l'octogone IJKLMNOP est égale à l'aire du carré ABCD moins celles des quatre triangles rectangles isocèles identiques AIP, ODN, MCL et KBJ :

$\text{Aire}_{\text{octogone}} = \text{Aire}_{\text{ABCD}} - 4 \times \text{Aire}_{\text{AIP}} = 9^2 - 4 \times \frac{3 \times 3}{2} = 63\ \text{cm}^2$.

3. a. Voir figure.

b. Aire du disque de centre S et de diamètre 9 cm = $\pi \times 4{,}5^2 \approx 63{,}6\ \text{cm}^2$

L'aire du disque est supérieure à celle de l'octogone.

EXERCICE 30 : (*STATISTIQUES*)

1. Salaire moyen des femmes = 14 500€ ÷ 10 = 1 450€.

Celui des hommes est supérieur car il est de 1 769€.

2. Il y a 10 femmes et 20 hommes.

La probabilité que ce soit une femme est donc de $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

3. L'étendue est la différence entre le salaire le plus élevé et celui le plus bas.
1 000€ est le plus bas salaire de l'entreprise. Il ne fait pas partie des salaires des femmes, donc c'est celui d'un homme.
L'étendue des salaires des hommes est de 2 400€.
Donc le salaire le plus élevé des hommes est 1 000€ + 2 400€ = 3 400€.
Comme le salaire le plus élevé des femmes est de 2 100€, le salaire le plus élevé de l'entreprise est 3 400€.

4. La médiane des salaires des hommes est de 2 000€ et comme tous ces salaires sont différents, cela signifie que la moitié des salaires sont supérieurs à 2 000€.
Donc 10 hommes gagnent plus de 2 000 et seule 1 femme gagne plus de 2 000€.
Conclusion : 11 personnes gagnent plus de 2 000€.

EXERCICE 31 : (*FONCTIONS*)

1. La droite représentant le nombre d'abonnés par rapport au prix de la revue ne passe pas par l'origine du repère.
Il n'y a donc pas proportionnalité.

2. $A(10) = -50 \times 10 + 1250 = 750$
Cela signifie donc qu'il y a 750 abonnés si le prix de la revue est fixé à 10 €.

3. La fonction R n'est pas affine car sa représentation graphique n'est pas une droite.

4. Graphiquement, la recette de l'éditeur est maximale pour $x \approx 12{,}5$ €.

5. Graphiquement les antécédents de 6 800 par R sont 8 et 17.

6. Lorsque $x = 5$, $R(5) = -50 \times 5^2 + 1\,250 \times 5 = 5\,000$.
La recette est de 5 000 €

$A(5) = -50 \times 5 + 1\,250 = 1\,000$.
Il y a 1 000 abonnés.