Travailler autrement

Utilisable en AP

À chacun sa méthode !

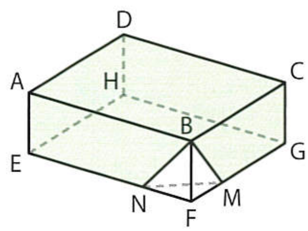
Deux énoncés pour un exercice

Exercice 1

La Géode, située dans le parc de la Cité des Sciences, a été construite à Paris en 1985.
C'est une calotte sphérique (sphère de rayon 18 m coupée) posée sur le sol. Le diamètre au sol est de 28 m.

- Calculer la hauteur de la Géode.

Exercice 2



On considère le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
M est un point de [FG] et N un point de [EF].
On donne FE =12 cm ;
FG = 10 cm ; FN = 4 cm ; FM = 2 cm et BF = 3 cm.

1. Trouver l'aire du triangle FNM.
2. Trouver le volume de la pyramide de sommet B et de base FNM.
3. On enlève une pyramide identique à BNFM à chaque sommet du pavé. Quel est le volume du solide obtenu ?

Exercice 1

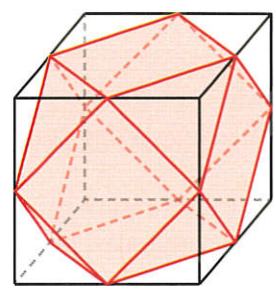
L'Atomium est un monument en acier construit pour l'Exposition universelle de 1958 à Bruxelles.
Sa hauteur est de 102 m.
Chacune des 9 sphères a un diamètre extérieur de 18 m et une épaisseur de 3 cm.

- Quelle est la masse de chaque sphère sachant que la masse volumique de l'acier est de 7 850 kg/m^3 environ ?

Exercice 2

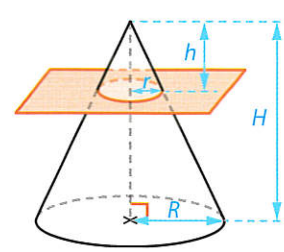
On considère un cube de côté 5 cm. On lui enlève à chaque sommet la même pyramide.

- Quel est le volume du nouveau solide obtenu ?



Analyse d'une production

On considère le cône de révolution ci-contre coupé par un plan parallèle à sa base.
On donne $H = 15$ cm, $h = 3$ cm et $R = 10$ cm.
Quel est le volume du petit cône de révolution ?
Voici les réponses de quatre élèves.



Mahel

Le coefficient de réduction est $\frac{H}{h} = \frac{15}{3} = 5$

donc le volume du petit cône est
$V' = 5^3 \times V = 5^3 \times \pi \times 10^2 \times 15 = 187\,500\ \pi\ cm^3$

Dorian

Le coefficient de réduction est $\frac{h}{H} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

donc le volume du petit cône est $V' = \frac{1}{5} V$ donc

$V = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 15$

$V' = 100\ \pi cm^3$

Leila

Le coefficient de réduction est $\frac{h}{H} = \frac{1}{5}$

donc le volume du petit cône est
$V' = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times V = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 15$

$V' = 4\ \pi\ cm^2$

Amel

La hauteur est divisée par 5 donc le rayon aussi
$r = \frac{10}{5} = 2$ cm

donc
$V_{petit} = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 4\pi cm^3$

- Corriger leurs erreurs éventuelles.

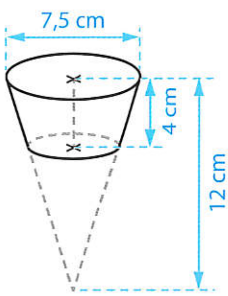
Brevet

48 Moule à muffins

Un moule à muffins (un muffin est une pâtisserie) est constitué de neuf cavités.
Toutes les cavités sont identiques.

Chaque cavité a la forme d'un tronc de cône (cône coupé par un plan parallèle à sa base) représenté ci-contre.

1. Montrer que le volume d'une cavité est d'environ 125 cm^3.
2. Léa a préparé 1 litre de pâte. Elle veut remplir chaque cavité du moule aux 3/4 de son volume.
   A-t-elle suffisamment de pâte pour les neuf cavités du moule ? Justifier la réponse.



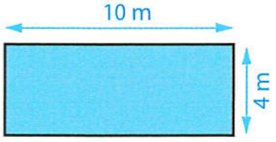
D'après DNB Asie, 2013.

49 Piscine à rénover

Voici les caractéristiques d'une piscine qui doit être rénovée.

Doc. 1 Informations sur la piscine

Vue aérienne de la piscine



Forme : pavé droit
Profondeur : 1,20 m

Doc. 2 Information relative à la pompe de vidange

Débit : 14 m^3/h

Doc. 3 Informations sur la peinture résine utilisée pour la rénovation

- seau de 3 litres
- un litre recouvre une surface de 6 m^2
- 2 couches nécessaires
- prix du seau : 69,99 €

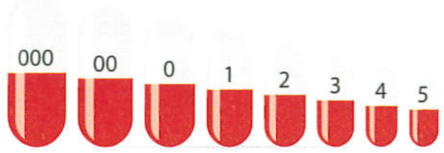
1. Le propriétaire commence par vider la piscine avec la pompe de vidange. Cette piscine est remplie à ras bord. Sera-t-elle vide en moins de 4 heures ?
2. Il repeint ensuite toute la surface intérieure de cette piscine avec de la peinture résine. Quel est le cout de la rénovation ?

D'après DNB Polynésie, 2015.

50 Les gélules

SVT AV

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un gout désagréable que l'on souhaite cacher. On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-dessous (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit).

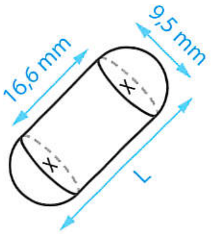


Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule.

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur L de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source : *Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap.*

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre.
Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.



1. À quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.
2. Calculer une valeur approchée du volume de cette gélule au mm^3 près.
3. Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boite d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus. Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de $6{,}15 \times 10^{-4}$ g/mm^3. La boite d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.
   Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ?

D'après DNB Centres étrangers, 2015.

Problèmes

43 Crème au caramel

AV

Un restaurateur souhaite mettre à sa carte un nouveau dessert : une crème au caramel au beurre salé.

1. Dans un premier temps, il décide de verser cette crème dans des coupes ayant la forme d'une demi-sphère de diamètre 10 cm, remplie à ras bord. Montrer que le volume de la crème contenue dans une coupe est d'environ 262 cm^3.
2. N'étant pas satisfait de cette présentation, il décide de transvaser le contenu de la coupe précédente dans une verrine en forme de pavé droit ayant pour longueur 9 cm, pour largeur 7 cm et pour hauteur 6 cm.
   Calculer une valeur approchée au mm près de la hauteur de la crème dans cette verrine.

44 Des glaçons

PC

Samira met cinq glaçons cubiques de côté 3 cm dans un verre cylindrique de diamètre 8 cm.
Il fait très chaud dehors et le temps que Samira finisse de préparer le repas, les glaçons ont fondu, avant même qu'elle ait pu verser sa boisson gazeuse dans le verre.

- Sachant que le volume de la glace diminue de 11 % quand elle fond, donner une valeur approchée, au millimètre près, de la hauteur de l'eau contenue dans le verre de Samira juste avant d'avoir versé la boisson gazeuse.

45 À vol d'oiseau

Prise d'initiative

HG

On considère que le rayon de la sphère terrestre est d'environ 6 370 km.

1. La ville de Kiev, située en Ukraine, a pour latitude 50° Nord et pour longitude 30° Est. La ville de Lille en France a pour latitude 50° Nord et pour longitude 3° Est.
   Calculer une valeur approchée au kilomètre près du rayon du 50^e parallèle, puis de la distance à vol d'oiseau entre la ville de Kiev et la ville de Lille.
2. Répondre à la même question avec la ville d'Oran en Algérie (latitude : 35° Nord ; longitude : 0°) et de Bordeaux en France (latitude : 44° Nord ; longitude : 0°).

46 Meteor Crater

Prise d'initiative

HG PC

Il y a environ 50 000 ans, une météorite s'est écrasée en Arizona, dans l'ouest des États-Unis, creusant un cratère de 1 300 mètres de diamètre.

La distance entre le bord et le fond du cratère, mesurée avec un télémètre (appareil permettant de mesurer les distances) est de 677 mètres.

1. Calculer le diamètre théorique de cette météorite.
2. Sur Internet, on trouve l'information suivante : « Le cratère a été formé par une météorite d'environ 50 m de diamètre. »
   Comment expliquer une telle différence ?

47 Au Louvre !

Prise d'initiative

HG PC

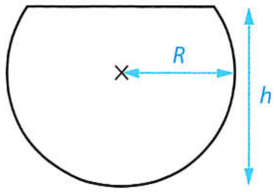
La pyramide du Louvre, surnommée aussi « le diamant du Louvre » est une pyramide régulière à base carrée de côté 35,42 m et d'arête latérale 33,1 m.

1. Calculer la surface de verre qui a été nécessaire à sa construction.
2. Calculer l'angle d'inclinaison d'une face de la pyramide du Louvre par rapport à l'horizontale.
3. Sachant que la pyramide du Louvre est une réduction de rapport $\frac{1}{6{,}7}$ de la pyramide de Khéops en Égypte, trouver la hauteur de la pyramide de Khéops.
4. Combien de pyramides du Louvre pourrait-on mettre à l'intérieur de la pyramide de Khéops ?
5. Cette grande pyramide n'est pas seule au Louvre, il y en a quatre autres : la pyramide inversée et les trois mini-pyramides, appelées pyramidions, entourant la pyramide principale bordée de bassins d'eau. Sachant qu'un pyramidion est une réduction de la pyramide du Louvre et que son volume est égal à 97 m^3, quelle est la hauteur d'un pyramidion ?

40 L'aquarium

Pour aller plus loin

Un aquarium a la forme d'une sphère, de 12 cm de rayon, coupée en sa partie haute : c'est une « calotte sphérique ».
La hauteur totale de l'aquarium est 19,2 cm.



1. Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

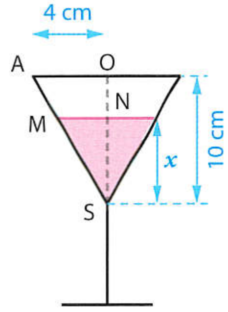
$$\mathcal{V} = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

où R est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.
Calculer la valeur approchée du volume de cet aquarium au cm^3 près.

2. Cet aquarium contient 6 litres d'eau.
On décide de changer l'eau de cet aquarium en transvasant son contenu dans un récipient parallélépipédique de 26 cm de longueur et de 24 cm de largeur.
Déterminer une valeur approchée au mm près de la hauteur de l'eau dans ce récipient.

41 Cocktail

Arthur a préparé des cocktails dans des verres coniques de diamètre 8 cm pour le disque de base et de hauteur 10 cm.
Il verse 75 cm^3 de cocktail dans chaque verre.



1. Le cône formé par le liquide est une réduction du cône formé par le verre.

a. Quel est le rapport de réduction en fonction de x ?

b. Exprimer en fonction de x le volume du liquide.

2. Arthur veut connaitre la hauteur du liquide dans le verre en utilisant un tableur :

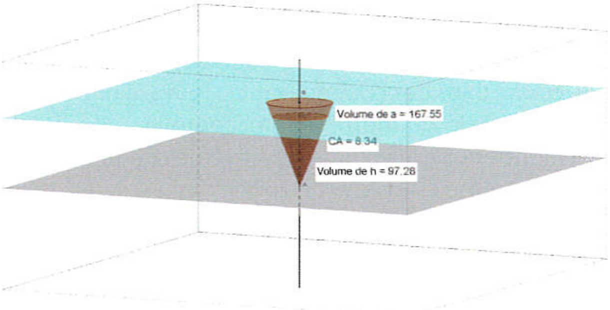
	A	B
1	**x hauteur du liquide (en cm)**	**V volume du liquide (en cm^3)**
2	0	0
3	1	0,167551608
4	2	1,340412866
5	3	4,523893421
6	4	10,72330292
7	5	20,94395102
8	6	36,19114737
9	7	57,47020161
10	8	85,78642339
11	9	122,1451224
12	10	167,5516082

a. Quelle formule a-t-il saisie dans B2 ?

b. Donner un encadrement, au centimètre près, de la hauteur du liquide pour que le volume soit de 75 cm^3.

c. Reprendre cette feuille de calcul et la modifier afin de répondre à la question **b** au mm près.

3. Retrouver ce résultat grâce à un logiciel de géométrie dynamique.

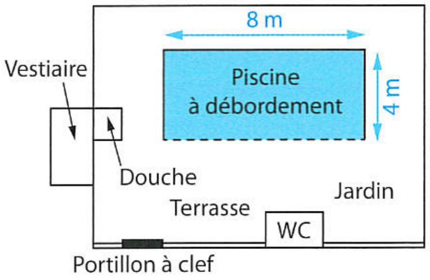


42 Piscine à débordement

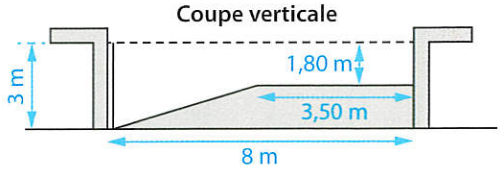
Prise d'initiative

La famille Leroy vient de faire construire dans son jardin une piscine à débordement dont voici les plans.

Vue de dessus



Coupe verticale



Pour pouvoir s'y baigner, la piscine doit subir un traitement.
Un vendeur propose à la famille le produit suivant.

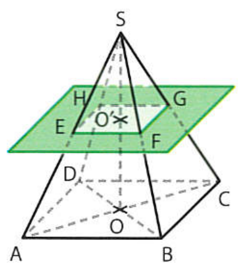
- Combien de pots de chlore la famille devra-t-elle acheter ?

Problèmes

Pour mieux cibler les compétences			
Chercher	37 42 46 47 49	Raisonner	45 46
Modéliser	39 42 46 49	Calculer	41 46 50
Représenter	40 45 46 47	Communiquer	46 47

36 Boite de chocolats

Une boite de chocolats a la forme d'une pyramide régulière à base carrée. On la coupe suivant un plan parallèle à sa base. La partie supérieure est le couvercle et la partie inférieure contient des chocolats.
Ci-dessous, on a représenté cette boite en perspective cavalière.
La base est le carré ABCD de centre O.



On donne AB = 30 cm, SO = 18 cm et SO' = 6 cm.

1. Calculer le volume de la pyramide SABCD.
2. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ?
3. Calculer le volume du récipient ABCDEFGH qui contient les chocolats.
4. Un chocolat a la forme d'un pavé droit de dimensions 30 mm, 20 mm et 15 mm.
   Environ 40 % du volume du récipient contenant les chocolats est inoccupé.
   Calculer le nombre de chocolats contenus dans cette boite.

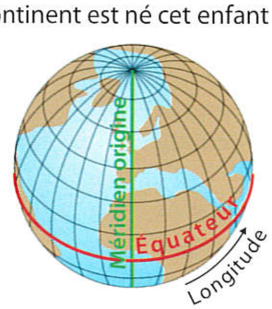
37 Tatouage

HG

L'actrice américaine Angelina Jolie a fait tatouer sur son bras les coordonnées géographiques des lieux de naissance de chacun de ses enfants.
Voici le tatouage réalisé lors de la venue de son deuxième enfant :

S22°40'26'' E14°31'40''

1. Quelle est la signification exacte de ce tatouage ?
2. Sur quel continent est né cet enfant ?

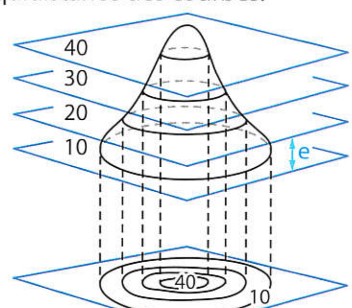


38 Courbes de niveau

Prise d'initiative

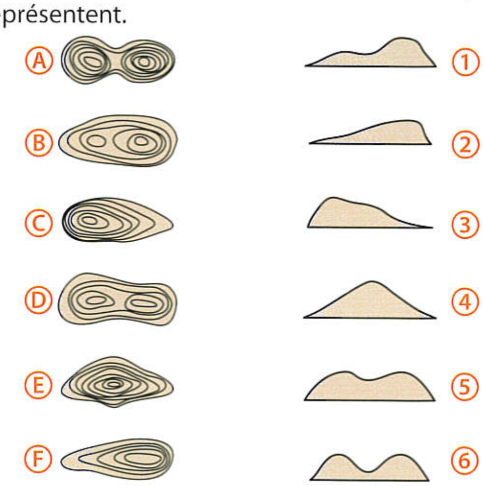
HG

Le relief sur les cartes est indiqué par des courbes de niveau. Elles coupent le relief par des plans horizontaux équidistants que l'on projette ensuite sur un plan pour obtenir la carte. La distance verticale entre deux plans définit l'équidistance des courbes.



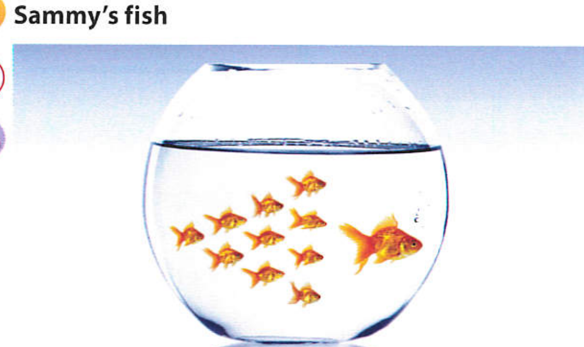
Ainsi, plus la pente est forte, plus les courbes sont rapprochées. Plus la pente est faible, plus les courbes sont espacées.

- Associer les courbes de niveau au relief qu'elles représentent.



39 Sammy's fish

LV



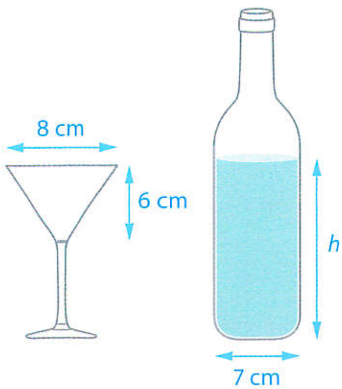
Sammy's fish is in a jar. The radius of the sphere is 15 cm. The surface of the water is 19 cm from the bottom of the aquarium.

1. What is the shape of the surface of the water?
2. Calculate the radius of the surface of the water.

Algorithmique et outils numériques

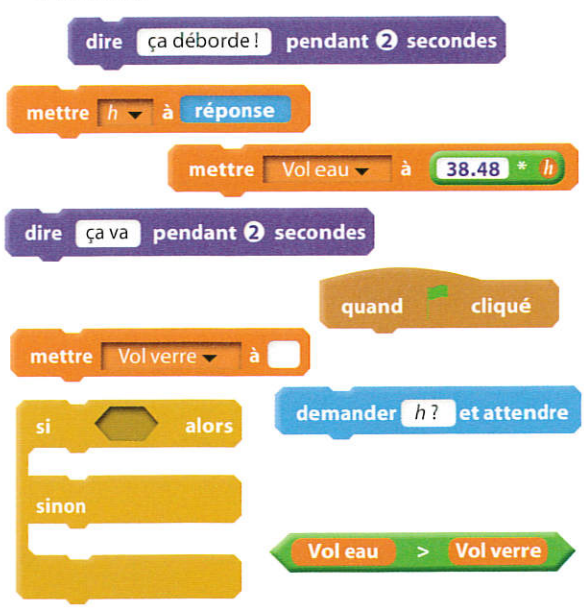
33 Ça déborde !

Arthur dispose d'un verre conique et d'une bouteille cylindrique dont les dimensions sont précisées ci-dessous. Il se demande quelle hauteur d'eau maximale h il peut verser dans le verre sans le faire déborder.



Pour cela, il veut écrire un script qui permet à l'utilisateur de savoir si le verre déborde selon la hauteur d'eau versée.

1. Retrouver le script d'Arthur à partir des commandes ci-dessous.



2. Expliquer comment Arthur a trouvé la valeur 38,48 dans la commande :

3. Calculer le volume du verre et compléter la commande :

4. En essayant plusieurs valeurs de h, déterminer à 1 mm près la hauteur d'eau que l'on peut verser dans le verre.

34 Pâte à modeler

La petite sœur de Lina joue avec de la pâte à modeler. Elle s'amuse à former des longs pavés droits grâce à une seringue et un embout carré.
La seringue a la forme d'un cylindre de 2 cm de diamètre et de hauteur 6 cm. Quant à l'embout, le côté du carré par lequel sort la pâte à modeler mesure 1,2 cm.

Lina se demande quelle sera la longueur du pavé droit de pâte à modeler qu'elle obtiendra si elle vide complètement une seringue pleine de pâte à modeler.
Pour répondre à cette question, elle s'aide d'un tableur et a commencé à remplir la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B
1	Longueur de la pâte à modeler en forme de pavé droit (en cm)	Volume du pavé droit de pâte à modeler (en cm^3)
2	0	
3	1	
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

1. Quelle formule doit-elle saisir dans la cellule B2 ?
2. Calculer le volume de la seringue, puis donner une valeur approchée, au centimètre près, de la longueur du pavé droit qui sortira de la seringue.

35 Fabrication d'une verrine

On souhaite réaliser des verrines en forme de sphère tronquée dont le diamètre est de 6 cm et l'ouverture de 4 cm de diamètre.

- À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, donner une valeur approchée de la hauteur de cette verrine.

Faire le point

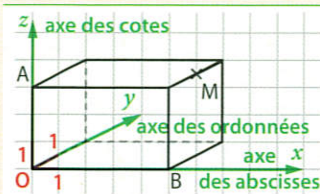
Vérifie tes connaissances.

QCM Donner la seule réponse correcte parmi les trois proposées.

1 Représenter des solides et calculer des volumes

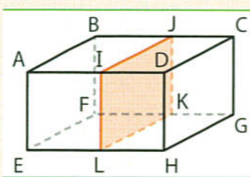
	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Le volume d'une boule de rayon 3 cm est de :	$36\,\pi\ \text{cm}^3$	$108\,\pi\ \text{cm}^3$	$12\,\pi\ \text{cm}^3$
2. On coupe un cône de révolution à la moitié de sa hauteur et parallèlement à sa base. Quel est le volume du nouveau cône obtenu ?	$\frac{1}{2}$ du volume initial	$\frac{1}{4}$ du volume initial	$\frac{1}{8}$ du volume initial

2 Se repérer dans l'espace



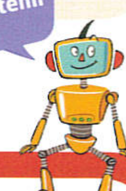
	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Dans le repère indiqué sur la figure, quelles sont les coordonnées de M ?	M(3 ; 5 ; 1)	M(5 ; 1 ; 3)	M(5 ; 3 ; 1)

3 Construire des sections planes de solides



	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. ABCDEFGH est un pavé tel que AB = 5 cm, AE = 4 cm et EH = 7 cm. Quelle est l'aire de la section IJKL ?	$28\ \text{cm}^2$	$20\ \text{cm}^2$	$35\ \text{cm}^2$
2. La section d'une sphère de centre O et de rayon 5 cm par un plan passant par O est :	un cercle de rayon 5 cm.	un disque de rayon 5 cm.	un cercle de rayon 3 cm.

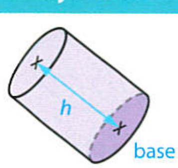
Pour t'aider à retenir le cours.*



Carte mentale

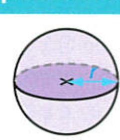
Volumes

Cylindre



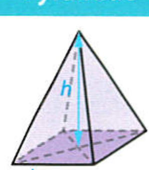
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$

Sphère/Boule



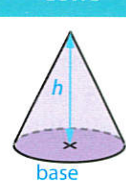
$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Pyramide



$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}}{3}$

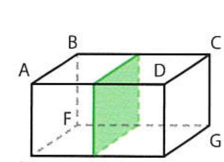
Cône

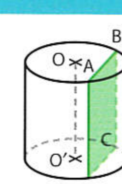


$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}}{3}$

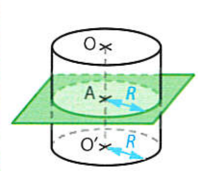
Les solides (sections planes)

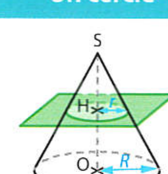
Un rectangle

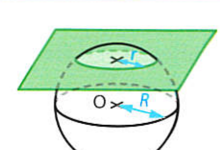




Un cercle







* Tu peux aussi construire ta propre carte mentale.

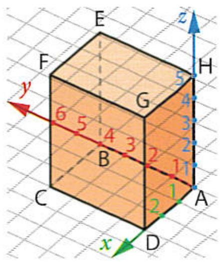
Se repérer dans l'espace

Savoir-faire p. 267

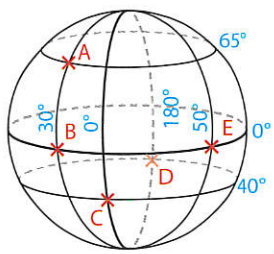
Questions flash

diapo

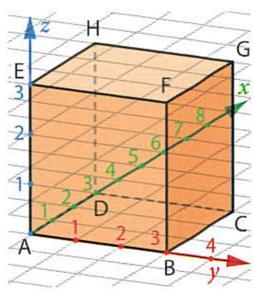
23 ABCDHEFG est un pavé droit. Donner les coordonnées de chacun de ses sommets dans le repère indiqué sur la figure.



24 Donner la latitude et la longitude de chacun des points A, B, C, D et E.

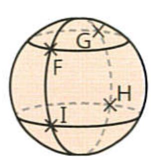


25 Dans le repère ci-dessous, donner les coordonnées de chacun des sommets du pavé droit ABCDEFGH.



26 Les coordonnées de I et G sont respectivement (45° Sud ; 10° Ouest) et (50° Nord ; 120° Ouest).

- Donner les coordonnées de F et H.



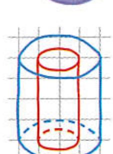
Construire des sections planes de solides

Savoir-faire p. 269

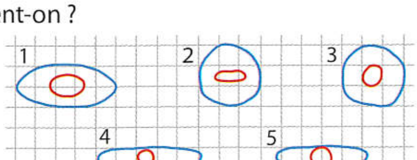
Questions flash

diapo

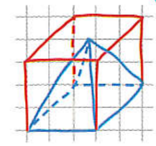
27 Un cylindre de diamètre 5 cm et de hauteur 5 cm contient un cylindre de diamètre 3 cm et de hauteur 5 cm. On coupe les solides par un plan parallèle aux bases des cylindres.



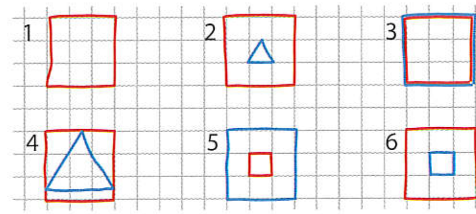
- Parmi ces sections tracées à main levée, laquelle obtient-on ?



28 Un cube de côté 4 cm contient une pyramide à base carrée de 4 cm de côté et de hauteur 4 cm. On coupe ces solides par un plan parallèle aux bases des deux solides.



- Parmi ces sections tracées à main levée, laquelle obtient-on ?

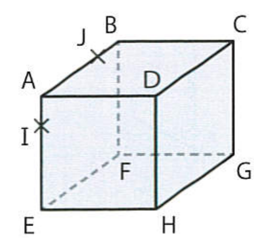


29 On considère le pavé droit ABCDEFGH tel que AE = AD = 3 cm et GH = 4 cm.
Déterminer la nature et les dimensions de chacune des sections planes obtenues quand on coupe ce pavé droit par :

a. le plan parallèle à ABCD passant par I ;

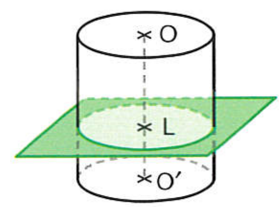
b. le plan parallèle à ADHE passant par J ;

c. le plan parallèle à [DH] passant par A et C.

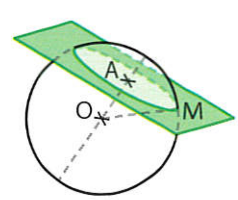


30 On considère un cylindre de révolution de hauteur 7 cm et dont le disque de base a pour rayon 4 cm. On coupe ce cylindre par un plan perpendiculaire à son axe (OO′) et passant par L.

- Quelle est la nature de cette section ? En préciser les caractéristiques.



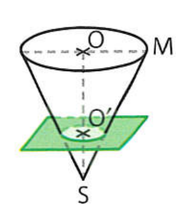
31 On coupe une sphère de centre O et de rayon 6 cm par un plan passant par le point A tel que OA = 2 cm. M est un point de la sphère appartenant à ce plan.



1. Quelle est la nature de cette section plane ?

2. Calculer une valeur approchée au mm près de AM.

32 On considère un cône de révolution avec une base de rayon OM = 4 cm et une hauteur OS = 5 cm. Soit O′ un point de [SO] tel que OO′ = 3 cm.
On coupe ce cône par un plan parallèle au disque de base passant par O′.



- Quelle est la nature de la section plane obtenue ? En préciser les caractéristiques.

Exercices

2 pages d'exercices supplémentaires dans le manuel numérique

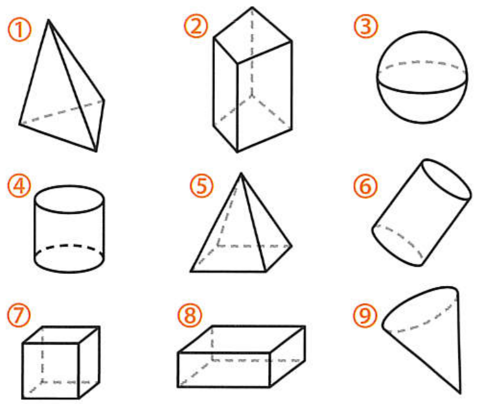
Représenter des solides et calculer des volumes

Savoir-faire p. 265

Questions flash

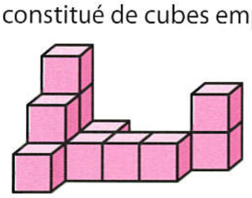
diapo

12 Nommer les différents solides ci-dessous.

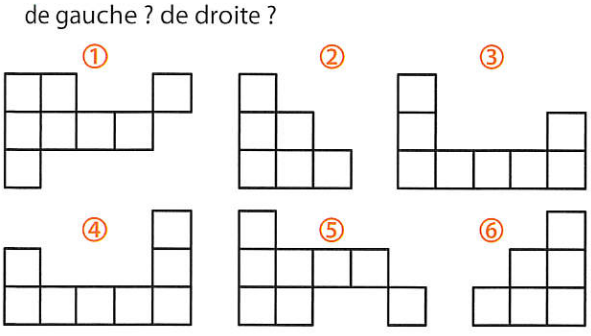


13 Pour chacun des solides ci-dessus, donner, si possible :
- le nombre de bases et leur nature ;
- le nombre d'arêtes et de sommets.

14 Voici un solide constitué de cubes empilés.



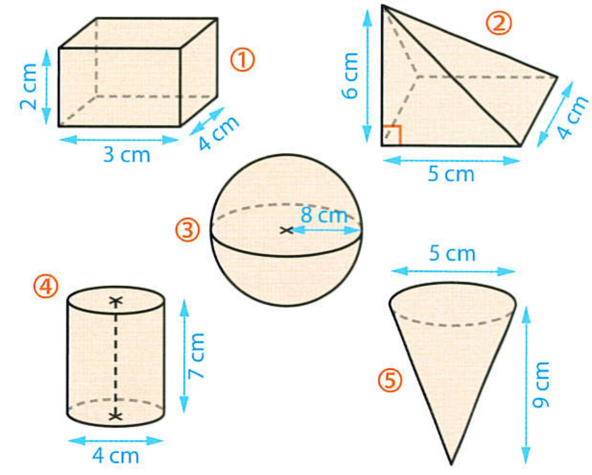
- Parmi les différentes vues ci-dessous, laquelle est la vue de dessus ? de dessous ? de face ? de derrière ? de gauche ? de droite ?



15 Tracer un patron d'un pavé droit de longueur 6,2 cm, de largeur 4 cm et de hauteur 5,5 cm.

16 Tracer un patron d'une pyramide à base carrée de côté 7 cm et d'arête latérale 5 cm.

17 Calculer le volume exact des solides suivants.

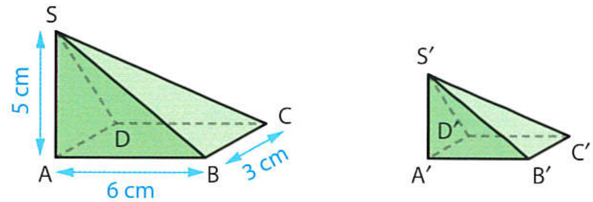


18 Calculer une valeur approchée, au cm^3 près, du volume d'un cône de révolution dont le disque de base a pour rayon 4,5 cm et dont la génératrice mesure 7,5 cm.

19 Si l'on multiplie les dimensions d'une pyramide par 3, que peut-on dire du volume de la pyramide agrandie ?

20 On considère un parallélépipède rectangle de longueur 5 cm, de largeur 4,2 cm et de hauteur 2,3 cm. On multiplie les dimensions de ce parallélépipède rectangle par 4.
- Calculer le volume du parallélépipède rectangle agrandi.

21 SABCD est une pyramide à base rectangulaire et de hauteur [SA]. La pyramide S'A'B'C'D' est une réduction de SABCD de rapport 2/3.



- Donner une valeur approchée au cm^3 près du volume de la pyramide S'A'B'C'D'.

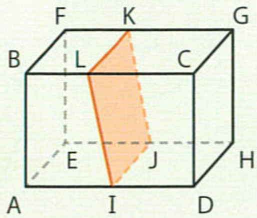
22 Un verre conique est rempli à la moitié de sa hauteur.
- Le volume du liquide est-il égal à la moitié du volume du verre ? Justifier.

Savoir-faire

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !

3 Construire des sections planes de solides

7 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :
AD = 5,3 cm, AB = 3,6 cm et AE = 4,3 cm.
I est un point de [AD] tel que AI = 2,7 cm, L est un point de [BC] tel que BL = 2 cm.

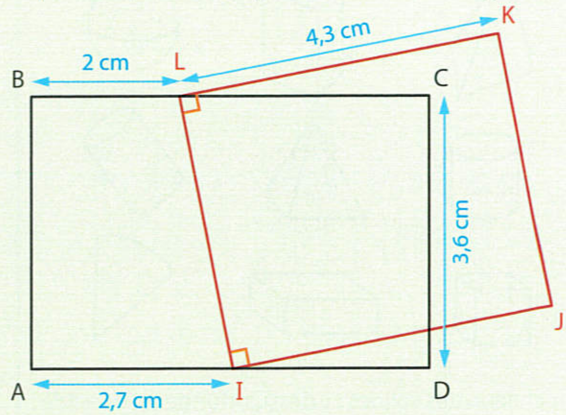


On coupe le pavé par un plan passant par I et L parallèle à l'arête [CG].

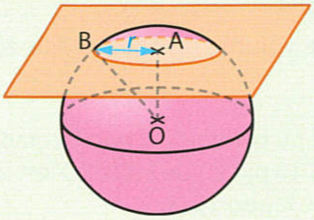
- Représenter en vraie grandeur la section obtenue en justifiant sa nature.

Solution

Le parallélépipède rectangle est coupé par un plan parallèle à l'une de ses arêtes, c'est donc un rectangle dont une des dimensions est LK = CG = AE = 4,3 cm.
On reproduit ensuite la face avant du pavé et on reporte toutes les longueurs connues.
On place les points L et I puis on trace le rectangle LKJI.



8 On a coupé une sphère de centre O et de rayon 4 cm par le plan représenté ci-dessous.

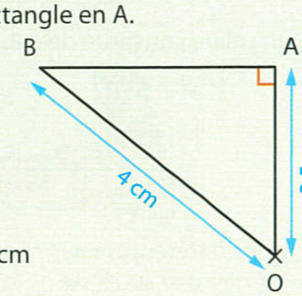


On a obtenu un cercle de centre A, passant par le point B de la sphère et tel que OA = 2,5 cm.

- Quel est le rayon de ce cercle ?

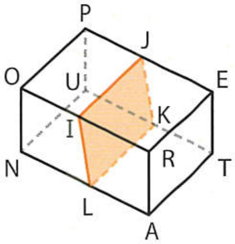
Solution

Le cercle a pour rayon AB.
B est un point de la sphère, donc OB = 4 cm.
Le triangle OAB est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore, on a :



$OB^2 = AB^2 + OA^2$
$AB^2 = OB^2 - OA^2$
$= 4^2 - 2{,}5^2$
$= 9{,}75$
Donc $AB = \sqrt{9{,}75} \approx 3{,}1$ cm

9 POREUNAT est un pavé droit tel que AN = 4,4 cm, NA = 6,6 cm et AT = 5,5 cm.
Il est coupé par un plan passant par I et L et parallèle à l'arête [RE].
I est le milieu de [OR] et AL = 2 cm.



- Représenter en vraie grandeur la section obtenue en justifiant sa nature.

10 On considère une sphère de rayon 5,6 cm. Elle est coupée par un plan et la section obtenue est un cercle de rayon 3,2 cm.

- À quelle distance du centre de la sphère le plan se situe-t-il ?

11 On considère une sphère de rayon 6,9 cm. Elle est coupée par un plan situé à 3,4 cm du centre.

- Quel est le rayon de la section obtenue ?

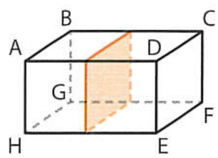
Cours

3 Construire des sections planes de solides ▶ Vidéo

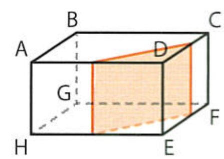
Propriétés

- La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses faces est un **rectangle** de mêmes dimensions que cette face.
- La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses arêtes est un **rectangle**.

Exemples



La section est un rectangle de mêmes dimensions que la face ABGH.

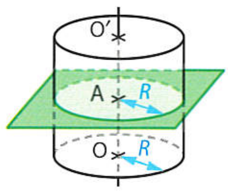


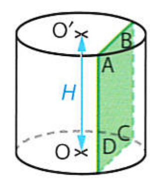
La section est un rectangle dont l'une des dimensions est la longueur de l'arête [DE].

Propriétés

- La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à l'une de ses bases est un **cercle** de même rayon que la base.
- La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à l'une de ses bases est un **rectangle** dont l'une des dimensions est la hauteur du cylindre.

Exemples

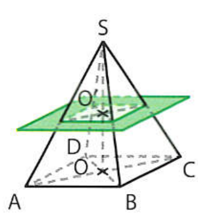


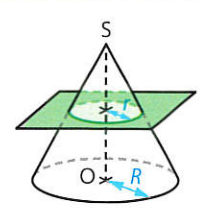


Propriété

- La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une **réduction de la base**.

Exemples



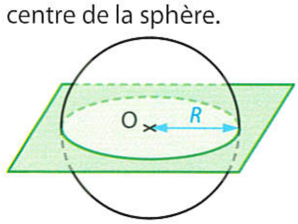


Propriété

- La section d'une sphère par un plan est un **cercle**.

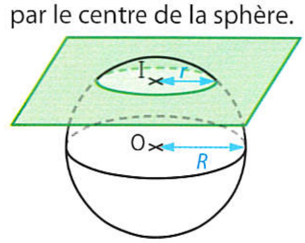
Exemples

1er **cas :** le plan passe par le centre de la sphère.



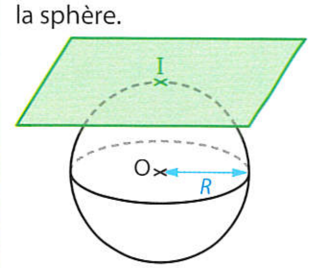
La section est un « grand cercle » de la sphère : le cercle et la sphère ont le même centre O.

2^{e} **cas :** le plan ne passe pas par le centre de la sphère.



La section est un cercle de centre I, point d'intersection du plan et de la perpendiculaire au plan passant par O.

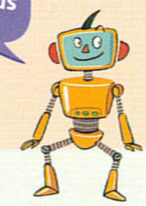
3^{e} **cas :** Le plan est tangent à la sphère.



La section est réduite à un point.

Savoir-faire

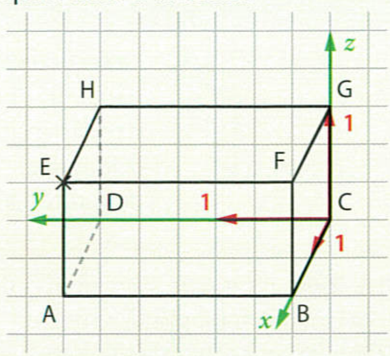
Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !



2 Se repérer dans l'espace

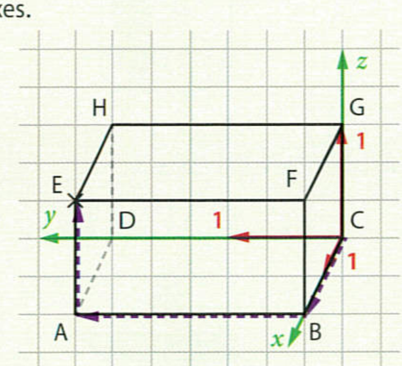
4 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

- Donner les coordonnées du point E dans le repère tracé ci-dessous.



Solution

On cherche comment aller de l'origine C du repère jusqu'au point E en suivant des chemins parallèles aux axes.

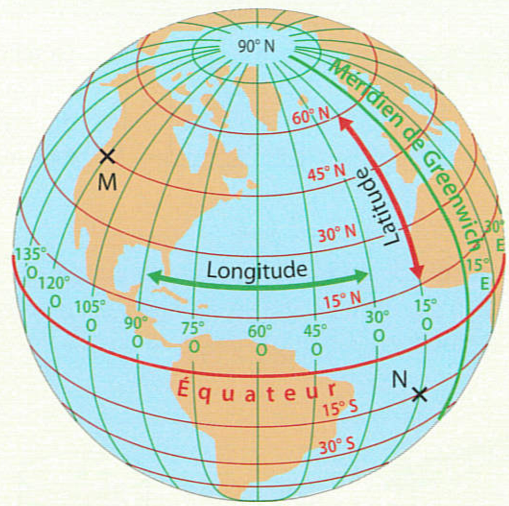


- on avance de 2 unités suivant l'axe des abscisses (Cx) ;
- on avance de 2 unités suivant l'axe des ordonnées (Cy) ;
- on avance de 1 unité suivant l'axe des cotes (Cz).

Les coordonnées de E dans ce repère sont donc (2 ; 2 ; 1).

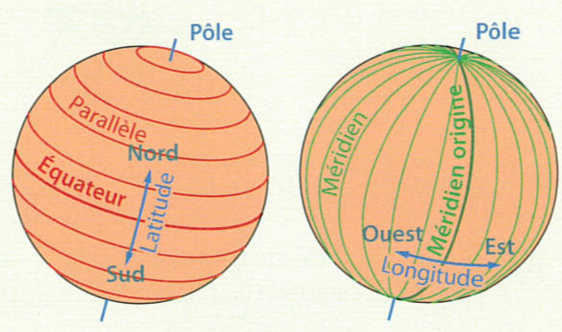
Fais attention à l'ordre des coordonnées !

5 Donner la latitude et la longitude du point M.



Solution

- Les parallèles permettent de trouver la latitude. Le point M se trouve sur le parallèle 45° au nord de l'Équateur. Sa latitude est donc 45° Nord.
- Les méridiens permettent de trouver la longitude. Le point M se trouve sur le méridien 120° et est à l'ouest du méridien de Greewinch. Sa longitude est donc 120° Ouest.



6 **1.** En utilisant la figure de l'exercice **4**, donner les coordonnées des points B, D, H et F.

2. En utilisant la figure de l'exercice **5**, donner la latitude et la longitude du point N.

Cours

4e

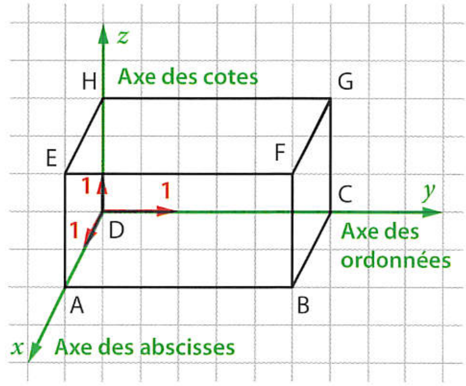
2 Se repérer dans l'espace

Vidéo

Définitions

Tout point M d'un parallélépipède rectangle peut être repéré à partir d'un sommet et des arêtes partant de ce sommet. Un point M est repéré par trois nombres appelés les coordonnées de M : x_M est l'**abscisse** de M, y_M est son **ordonnée** et z_M est sa **cote** (ou altitude). On note M(x_M ; y_M ; z_M).

Exemple



Dans le repère tracé ci-contre :

- D est l'origine du repère ;
- La droite (Dx) est l'axe des abscisses ;
- La droite (Dy) est l'axe des ordonnées ;
- La droite (Dz) est l'axe des cotes.

Voici les coordonnées de six sommets du parallélépipède rectangle :

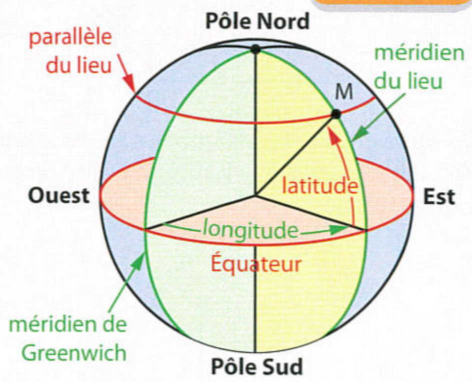
D(0 ; 0 ; 0)	A(2 ; 0 ; 0)
C(0 ; 3 ; 0)	H(0 ; 0 ; 3)
B(2 ; 3 ; 0)	F(2 ; 3 ; 3)

Définitions

Si on assimile la Terre à une sphère, on peut repérer un point à sa surface par deux coordonnées correspondant à des mesures d'angles : sa **latitude** et sa **longitude**.

Pour cela, on utilise :

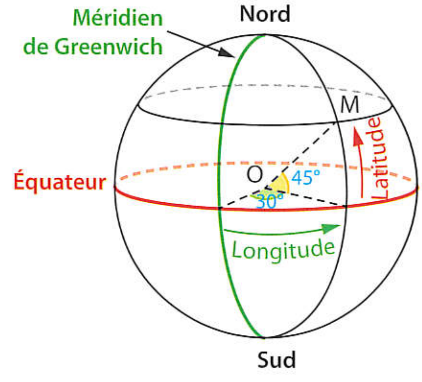
- des **parallèles** qui sont des cercles dont les points ont la même **latitude**. Le parallèle de référence est l'Équateur : ses points ont pour latitude 0° ;
- des **méridiens** qui sont des demi-cercles passant par les pôles dont les points ont la même **longitude**. Le méridien de référence est le méridien de Greenwich : ses points ont pour longitude 0°.



Les latitudes sont comprises entre 0° et 90° Nord ou Sud.
Les longitudes sont comprises entre 0° et 180° Est ou Ouest.

Exemple

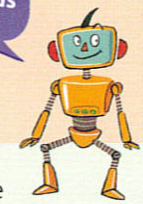
Le point M a pour latitude 45° Nord et pour longitude 30° Est.



Savoir-faire

1 Représenter des solides et calculer des volumes

Apprends à l'aide des exercices résolus puis entraine-toi !



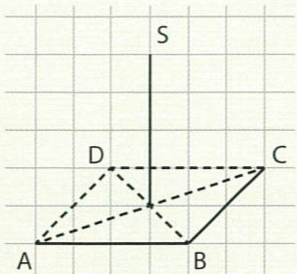
1 **1.** Tracer en perspective cavalière une pyramide de hauteur 2,5 cm et dont la base est un rectangle de dimensions 3 cm et 2 cm.

2. Calculer le volume de cette pyramide.

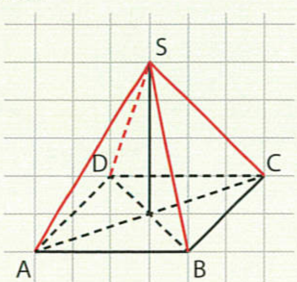
3. On fait un agrandissement de rapport 2 de cette pyramide. Quel est le volume de la nouvelle pyramide ?

Solution

1. En perspective parallèle, les arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par des segments parallèles et de même longueur.
On commence par tracer la base en perspective.



On trace ensuite les diagonales du rectangle pour pouvoir construire la hauteur. Enfin, on trace les arêtes latérales.



2. $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}$ Aire de la base × hauteur

$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times 3 \times 2 \times 2{,}5 = 5 \text{ cm}^3$

3. Par un agrandissement de rapport 2, le volume est multiplié par $2^3 = 8$. Le volume de la nouvelle pyramide est donc $5 \times 8 = 40 \text{ cm}^3$.

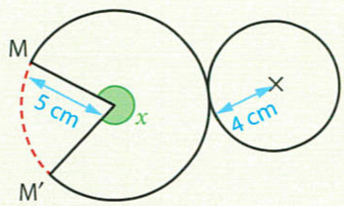
2 **1.** Tracer un patron d'un cône de révolution de rayon 4 cm et de génératrice 5 cm.

2. Calculer la hauteur et le volume de ce cône.

3. On réalise une réduction de rapport $\dfrac{1}{2}$ de ce cône. Quel est le volume du cône réduit ?

Solution

1. On calcule d'abord le périmètre du disque de base :



$$\mathcal{P} = 2\,\pi r = 2\,\pi \times 4 = 8\pi \text{ cm}.$$

Puis on calcule le périmètre d'un disque de rayon 5 cm :

$$\mathcal{P}' = 2\,\pi r = 2 \times \pi \times 5 = 10\,\pi \text{ cm}.$$

La longueur de l'arc est proportionnelle à la mesure de l'angle correspondant.

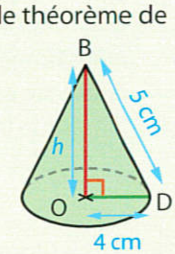
Mesure de l'angle (en °)	360	x
Longueur de l'arc (en cm)	10π	8π

$x = \dfrac{360 \times 8\,\pi}{10\,\pi} = 288°$.

2. OBD est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore :

$BD^2 = BO^2 + OD^2$.
$OB^2 = 5^2 - 4^2$
$OB^2 = 25 - 16 = 9$
$OB = \sqrt{9} = 3$ cm.

La hauteur du cône est de 3 cm.
Le volume du cône est :



$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\pi r^2 = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 \approx 50{,}3 \text{ cm}^3.$$

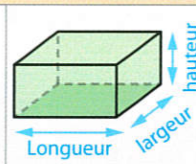
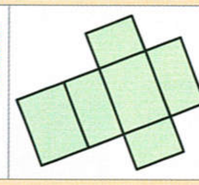
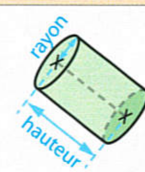
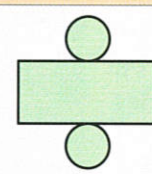
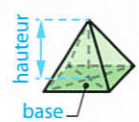
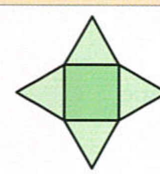
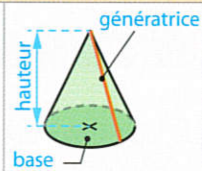
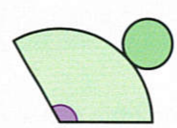
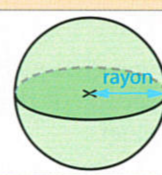
3. Par une réduction de rapport $\dfrac{1}{2}$, les volumes sont multipliés par $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$. Le volume du cône réduit est donc $50{,}3 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 \approx 6{,}3 \text{ cm}^3$.

3 **1. a.** Tracer une pyramide à base carrée de côté 5 cm et de hauteur 3 cm en perspective cavalière.
b. Calculer le volume de cette pyramide puis celui de sa réduction de rapport 0,6.

2. a. Tracer un patron d'un cône de rayon 2,7 cm et de génératrice 4,3 cm.
b. Calculer la hauteur et le volume de ce cône puis celui de son agrandissement de rapport 3.

Cours

1 Représenter des solides et calculer des volumes ▶ Vidéo

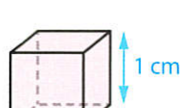
Définitions 4e	Perspective cavalière	Patron	Volume
Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)			
Solide composé de six faces rectangulaires. Cas particulier : le cube.			$\mathcal{V}$ = Longueur × largeur × hauteur
Cylindre de révolution			
Solide composé : • de deux faces parallèles et superposables en forme de disque (les bases) ; • d'une surface latérale non plane.			$\mathcal{V}$ = Aire de la base × hauteur $= \pi r^2 h$
Pyramide			
Solide composé : • d'un sommet S ; • d'une base polygonale ne contenant pas S ; • de faces latérales triangulaires de sommet S.			$\mathcal{V} = \frac{1}{3}$ Aire de la base × hauteur
Cône de révolution			
Solide composé : • d'une base en forme de disque ; • d'un sommet S situé sur la perpendiculaire à la base passant par son centre ; • d'une surface latérale non plane.			$\mathcal{V} = \frac{1}{3}$ Aire de la base × hauteur $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$
Sphère et boule			
• La sphère (ou la boule) de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM = r (ou OM ⩽ r).		Pas de patron	$\mathcal{A} = 4 \pi r^2$ $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \pi r^3$

Propriété

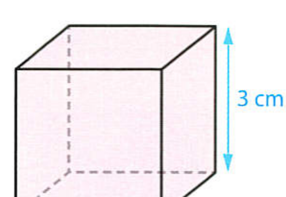
Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k, **les volumes sont multipliés par k^3**.

Si le rapport k est compris entre 0 et 1, il s'agit alors d'une réduction.

Exemple



$\mathcal{V} = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^3$



$\mathcal{V} = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 27 \text{ cm}^3$

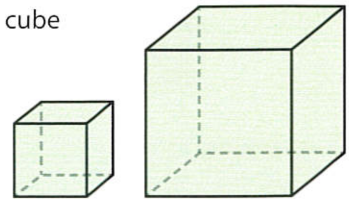
La longueur de chaque arête a été multipliée par 3, le volume a été multiplié par $3^3 = 27$.

D'accord ou pas ?

Activité 2

Élise affirme qu'un cube ayant un volume de 64 cm^3 est huit fois plus grand qu'un cube ayant un volume de 8 cm^3.
Hugo n'est pas d'accord et lui répond qu'il n'est que deux fois plus grand.

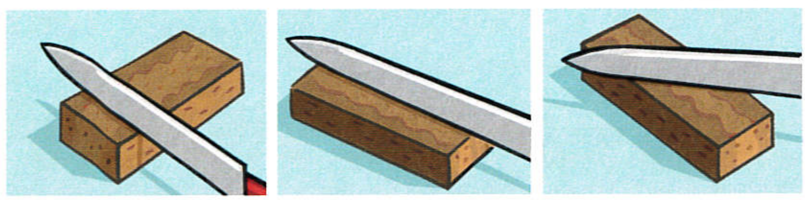
- Peut-on dire qui a raison ?



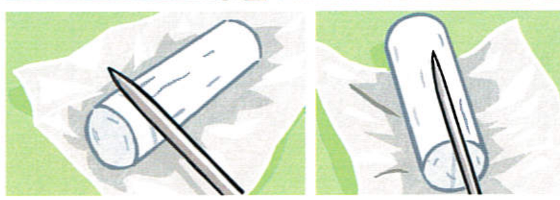
Fromage ou dessert ?

Activité 3

1. Paolo se demande quelles formes il peut obtenir s'il coupe son gâteau des trois façons ci-contre.
   Représenter les sections obtenues, c'est-à-dire la forme correspondant à l'endroit où est passé le couteau.



2. Il se pose la même question s'il coupe un fromage de chèvre des deux façons ci-contre.
   Représenter les sections obtenues.

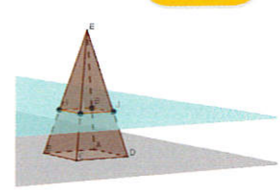


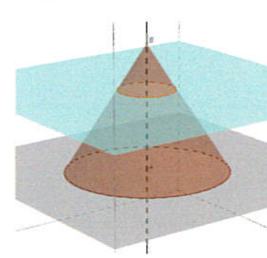
3. a. Si l'on coupe un pamplemousse, quelle est la nature de la section que l'on obtient ?
   b. Où faut-il le couper pour que la section obtenue soit la plus grande possible ?

On coupe !!!

Activité 4

1. a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire une pyramide ABCDE à base carrée (ABCD étant dans le plan de base).
   b. Placer un point P sur l'axe des cotes (Oz). Construire un plan passant par le point P et parallèle au plan de base.
   c. À l'aide de l'outil « Polygone », construire la section de la pyramide par ce plan. Afficher ce polygone grâce à l'outil « Intersection de deux surfaces » puis « Créer une vue 2D » en cliquant droit sur l'objet.
   d. Déplacer le point P sur l'axe des cotes. Que peut-on dire de la section de la pyramide par ce plan ?
2. a. Faire une construction semblable pour un cône de révolution.
   b. Que peut-on dire de la section d'un cône par un plan parallèle à la base ?





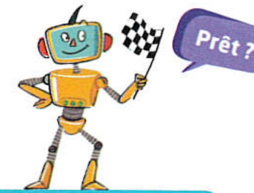
La boule de pétanque

4e Activité 5
Prise d'initiative

Paul joue à la pétanque avec son grand-père.
Il vient de pointer et sa boule de 7,5 cm de diamètre a laissé dans le sol une empreinte de 4,2 cm de diamètre.

- De quelle profondeur la boule s'est-elle enfoncée dans le sol ?

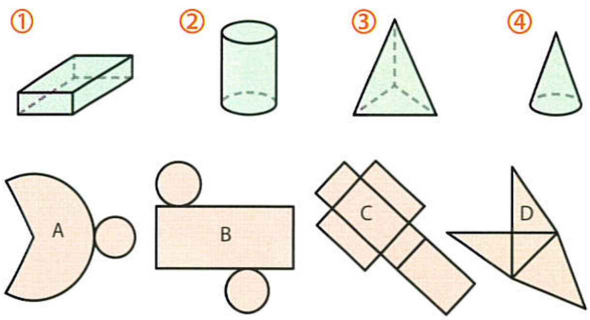
Activités



Questions flash

diapo

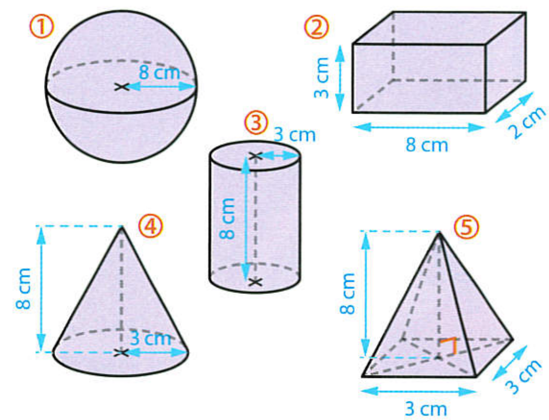
1. Nommer chaque solide ci-dessous et l'associer à son patron.



2. Recopier et compléter.

1 L = … dm^3	5,9 km^3 = … dam^3
35 000 cm^3 = … dm^3	4,5 dL = … cL
5,2 dm^3 = … cm^3	3,275 mL = … dL

3. Associer chaque solide ci-dessous au calcul de son volume.



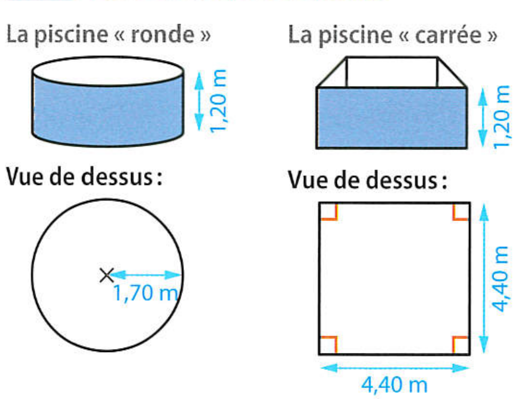
a. $\frac{4}{3}\pi \times 8^3$ **b.** $\pi \times 3^2 \times 8$ **c.** $2 \times 3 \times 8$

d. $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 8$ **e.** $\frac{1}{3} \times 3^2 \times 8$

À l'eau ! — 5e — Activité 1

Une famille de quatre personnes hésite entre deux modèles de piscine. Elle regroupe des informations afin de prendre sa décision.

Info. 1 Les deux modèles de piscine



Info. 2

Surface minimale conseillée par baigneur : 3,40 m^2

Info. 3

Débit du robinet de remplissage : 12 litres d'eau par minute.

1. Les quatre membres de la famille veulent se baigner en même temps.
Expliquer pourquoi la famille doit dans ce cas choisir la piscine carrée.

2. On commence le remplissage de cette piscine carrée le vendredi à 14 h 00 et on laisse couler l'eau pendant la nuit jusqu'au samedi matin à 10 h 00.
La piscine va-t-elle déborder ?

D'après DNB Polynésie, 2014.

CHAPITRE 15

Ta mission

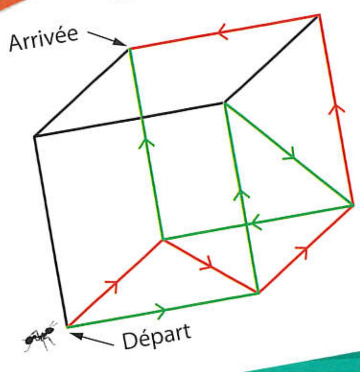
Te repérer dans l'espace et visualiser des sections planes de solides.

Solides de l'espace

Jeux

La fourmi hésite entre deux parcours pour traverser le cube.

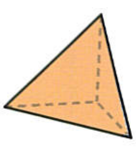
- Quel est le chemin le plus court ?



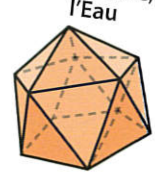
INFOS

Pour Platon, philosophe grec (–427 ; –347), le monde s'appuie sur cinq éléments essentiels. Il associe à chacun d'eux un des cinq polyèdres réguliers inscriptibles dans une sphère.
On les appelle les « solides de Platon ».

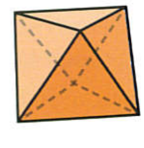
Le tétraèdre, **le Feu**



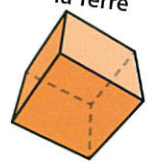
L'isocaèdre, **l'Eau**



L'octaèdre, **l'Air**



L'hexaèdre, **la Terre**



Le dodécaèdre, **l'Univers**