AP CALCUL LITTERAL : rappel de 5eme et 4eme

<u>Objectif 1</u> : (re)découvrir le calcul littéral
et calculer une expression littérale pour une valeur donnée

Vous avez déjà découvert le calcul littéral en 5eme, nous allons reprendre ce que vous savez déjà.

CL D1 Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres.
Ces lettres désignent des nombres et s'appelle des **variables**.

Par exemple, vous savez que le périmètre d'un carré est donnée par $4 \times c$
$4 \times c$est une expression littérale avec une variable : c
vous savez que l'aire d'un rectangle est donnée par $L \times l$
$L \times l$ est une expression littérale avec deux variables : L et l

Les variables correspondent à des nombres, on peut remplacer les variables par n'importe quel nombre.
Une expression littérale peut donc **servir à généraliser**, à écrire une formule qui est toujours valable.

Par exemple :

- si on cherche le périmètre d'un carré de 3cm de côté, on remplace c par 3 dans l'expression littérale :
$$4 \times c = 4 \times 3 = 12\ cm$$
- si on cherche le périmètre d'un carré de 2,3 cm de côté, on remplace c par 2,3 dans l'expression littérale :
$$4 \times c = 4 \times 2{,}3 = 9{,}2\ cm$$
- si on cherche le périmètre d'un carré de $\sqrt{2}$ cm de côté, on remplace c par $\sqrt{2}$ dans l'expression littérale :
$$4 \times c = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}\ cm$$
- on peut remplacer c par n'importe quel nombre !

- si on cherche l'aire d'un rectangle de 3cm de largueur et 5cm de longueur, on remplace l par 3 et L par 5 dans l'expression littérale :
$$L \times l = 5 \times 3 = 15\ cm^2$$
- si on cherche l'aire d'un rectangle de 2,3 cm de largueur et 5,12 cm de longueur, on remplace l par 2,3 et L par 5,12 dans l'expression littérale :
$$L \times l = 5{,}12 \times 2{,}3 = 11{,}776\ cm^2$$
- on peut remplacer L et l par n'importe quel nombre !

Pour calculer une expression littérale pour une valeur donnée, il faut **remplacer la variable par la valeur donnée.**

Donc, en 5eme, vous avez appris ce qu'était une expression littérale, et vous avez appris à calculer une expression littérale pour une valeur donnée.

→Calculer l'expression littérale A = $3x - 8$ pour $x = 4$
puis pour $x = -7$
B = $3x^2 - 5$ pour $x = 2$,
puis pour $x = 5$
et pour $x = -3$

<u>Objectif 2</u> : simplifier une expression littérale

Vous avez aussi appris en 5ème à simplifier une expression littérale :

Pour **simplifier** l'écriture d'une expression littérale, **on peut supprimer le signe multiplié**

- **devant une lettre ou une parenthèse** *<u>Exemples</u> :* $5 \times x = 5x$ $2 \times (x+3) = 2(x+3)$
- **entre deux lettres** *<u>Exemples</u> :* $x \times y = xy$ $a \times b = ab$

Par convention, **on écrit le nombre avant**, l'inconnue après.
<u>Exemple</u> : $2 \times x = x \times 2 = 2x$ (on n'écrira JAMAIS $x2$)

<u>Exemple</u> : *Simplifier l'expression suivante en supprimant les signes × lorsque c'est possible :*

$A = 5 \times x + 7 = 5x + 7$

$B = 2 \times a \times 3 = 2 \times 3 \times a = 6 \times a = 6a$

Cas particuliers :

$$1 \times a = a$$
$$0 \times a = 0$$

$$a \times a = a^2$$
$$a \times a \times a = a^3$$ On utilise les puissances

→Faire les exercices n°15 et 17 p.92

<u>Objectif 3</u> : simplifier davantage une expression littérale

Pour **simplifier** l'écriture d'une expression littérale, **on doit réunir les termes** qui vont ensemble

<u>Exemples</u> : *Simplifier les expressions suivantes :*

$C = 5x + 3 - 2x + 8 = 5x - 2x + 3 + 8$ les x avec les x, les nombres avec les nombres

$= 3x + 11$

$D = 7x + 4y - 3x + y = 7x - 3x + 4y + y$ les x avec les x, les y avec les y,

$= 4x + 5y$

Pour **simplifier** l'écriture d'une expression littérale, **on doit supprimer les parenthèses**

<u>Exemple</u> : *Simplifier l'expression suivante :*

$E = 5 + (x + 3) - 2x = 5 + x + 3 - 2x$ on supprime les parenthèses

$= 5 + 3 + x - 2x$ les x avec les x, les nombres avec les nombres

$= 8 - x$

$F = 5 - (x + 3) - 2x = 5 - x - 3 - 2x$ on supprime les parenthèses (attention au signe !)

$= 5 - 3 - x - 2x$ les x avec les x, les nombres avec les nombres

$= 2 - 3x$

→Faire l'exercice n°16 p.92

→ Dans chacun des cas suivants, simplifier l'expression littérale :

$$\boldsymbol{A = 2x + 3 + 5x + 6}$$
$$\boldsymbol{B = x + 5 + (2x - 3)}$$

Objectif 4 : **Apprendre à développer un produit : utiliser la distributivité**

En 4eme, vous avez appris la distributivité.

CL D2 **Développer** c'est transformer un produit en somme.

CL 1 Soient k, a et b trois nombres

$$\boldsymbol{k(a+b)=ka+kb} \quad \textbf{et} \quad \boldsymbol{k(a-b)=ka-kb}$$

Exemples : *Développer l'expression* $A = 3(x+5)$

$A = 3(x+5) = 3 \times (x+5)$ — on a un produit : le produit de 3 par x+5

$= 3 \times x + 3 \times 5$ — on transforme le produit en somme et on calcule

$= 3x + 15$ — on obtient une somme : la somme de 3x et de 15

Développer l'expression $B = 7(-2x+4)$

$B = 7(-2x+4) = 7 \times (-2x+4)$ — on a un produit : le produit de 7 par -2x+4

$= 7 \times (-2x) + 7 \times 4$ — on transforme le produit en somme et on calcule

$= -14x + 28$ — on obtient une somme : la somme de -14x et de 28

Remarque : $-14x + 28 = 28 - 14x$ Il n'y a pas d'ordre, 2+3=3+2

Mais en général, on va **ordonner** l'expression littérale, en mettant les x avant les nombres.

ATTENTION AUX SIGNES !!!

→Lire le cours p.90 2- développer un produit

→Regarder la vidéo https://www.youtube.com/watch?v=Jdvi2WbIkjo

→Lire les exercices corrigés 5-6-7-8 p.91

→Faire les exercices n°23 p.92, n°9 p.91, n°25p.92

→Regarder deux nouvelles vidéos https://www.youtube.com/watch?v=S_ckQpWzmG8

https://www.youtube.com/watch?v=URNld8xsXgM

→Faire les exercices n°24 p.92, n°26-28-29 p.91

<u>Objectif</u> 5 : Apprendre à factoriser une somme ou une différence

CL D3 **Factoriser** c'est transformer une somme en produit.

CL 1bis Soient k, a et b trois nombres

$$\boldsymbol{ka+kb=k(a+b)} \quad \textbf{et} \quad \boldsymbol{ka-kb=k(a-b)}$$

<u>Remarque :</u>
- Il s'agit donc de trouver le **facteur commun** k
- Le facteur commun peut avoir plusieurs formes : nombre, variable, expression littérale...

<u>Exemples :</u> *Factoriser l'expression* $A = 14a - 7b$

$A = 14a - 7b = \mathbf{7} \times 2 - \mathbf{7} \times b$ — on fait apparaitre le facteur commun et on factorise

$= 7(2 - b)$

Factoriser l'expression $B = -x^2 + 3x$

$B = -x^2 + 3x = -x \times \boldsymbol{x} + 3 \times \boldsymbol{x}$ — on fait apparaitre le facteur commun et on factorise

$= x(-x + 3)$

ATTENTION AUX SIGNES !!!

→Lire le cours p.90 3- factoriser une somme ou une différence

→Regarder la vidéo https://www.youtube.com/watch?v=BaUpx07H0NM

→Lire les exercices corrigés 10-11 p.91

→Faire les exercices n°32 p.93, n°12 p.91, n°33-34-35-36 p.93

BILAN

Développer $k \times (a + b)$ c'est utiliser la **distributivité**.

il faut un PRODUIT

S'il n'y a pas de produit mais une somme ou une différence :

Lorsqu'on enlève des parenthèses précédées d'un signe +, on ne change pas ce qui est dans les parenthèses.

$3 + (x + 2) = 3 + x + 2$ c'est comme si on avait $1 \times (a + b)$

Lorsqu'on enlève des parenthèses précédées d'un signe $-$, on change les signes de TOUT ce qui est dans les parenthèses.

$8 - (x + 3) = 8 - x - 3$ c'est comme si on avait $-1 \times (a + b)$

CL 1 Soient k, a et b trois nombres

Développer

$$\boldsymbol{k(a+b)=ka+kb}$$
$$\boldsymbol{k(a-b)=ka-kb}$$

Factoriser

Développer l'expression $A = 3(x + 5)$

$A = 3(x + 5) = 3 \times (x + 5)$ — on a un produit : le produit de 3 par x+5

$= 3 \times x + 3 \times 5$ — on transforme le produit en somme et on calcule

$= 3x + 15$ — on obtient une somme : la somme de 3x et de 15

Remarque : $3x + 15 = 15 + 3x$ Les deux réponses sont bonnes, il n'y a pas d'ordre dans une somme, 2+3=3+2

En général, on va **ordonner** l'expression littérale, en mettant les x avant les nombres.

→Faire les exercices n°27-37-30 p.93

<u>Objectif 6</u> : Savoir si un nombre est solution d'une équation

CL D4 Une **équation** est une expression littérale contenant un **signe égal**. C'est une **égalité**.

Elle contient donc une ou plusieurs variables.
Lorsqu'on manipule une équation, la variable est appelée une **inconnue**.

<u>Exemples d'équations</u>:

$4x + 7 = 8$ est une équation et x est l'inconnue ;
$9 - 15y = 6$ est une équation et y est l'inconnue ;
$-3x + 2y = 5 - z$ est une équation et x, y, z sont les inconnues.

<u>Remarques</u> : • Au collège on étudiera uniquement des équations à une seule inconnue (1er et 2ème exemples).

• $8 + 4 = 2 \times 6$ n'est PAS une équation car cette égalité ne contient pas d'inconnue.

CL D5 Une valeur de l'inconnue qui rend l'égalité vraie se nomme **solution** de l'équation.

<u>Remarques</u> : • L'égalité peut être **vraie** ou **fausse** selon la valeur que l'on donne à l'inconnue.
• Une équation peut avoir plusieurs solutions.

<u>Exemples :</u> • testons l'égalité $x + 2 = 4x - 7$ pour $x = 6$
$x + 2$ donne $6 + 2 = 8$ et $4x - 7$ donne $4 \times 6 - 7 = 24 - 7 = 17$
$8 \neq 17$ donc, pour $x = 6$, l'égalité $x + 2 = 4x - 7$ est fausse

• testons maintenant l'égalité $x + 2 = 4x - 7$pour $x = 3$
$x + 2$ donne $3 + 2 = 85$ et $4x - 7$ donne $4 \times 3 - 7 = 12 - 7 = 5$
5=5 donc, pour $x = 6$, l'égalité $x + 2 = 4x - 7$ est vraie

→Lire les exercices corrigés 1-2 p.105

→Faire les exercices n°3 et 4 p105

→Lire le cours p.104 1- connaître la notion d'équation

→Faire les exercices n°21-22-25 p.110

<u>Objectif 7</u> : Savoir résoudre une équation

Une **équation** est une **égalité**, comme une balance équilibrée.
Le principe fondamental de la résolution d'une équation est que pour que la balance reste équilibrée, il faut faire la même chose de chaque côté :

- On peut **additionner le même nombre à gauche et à droite**, l'équation est inchangée
- On peut **soustraire** le même nombre à gauche et à droite, l'équation est inchangée
- On peut **multiplier** par le même nombre à gauche et à droite, l'équation est inchangée
- On peut **diviser** par le même nombre à gauche et à droite, l'équation est inchangée

UNE ÉGALITÉ RESTE VRAIE TANT QU'ON EFFECTUE LA MÊME OPÉRATION DANS CHACUN DE SES MEMBRES

Une égalité reste vraie lorsqu'on ajoute ou lorsqu'on soustrait <u>le même nombre</u> à gauche et à droite du signe « = »
Soit k un nombre
Si on a l'égalité $a = b$
alors $a + \boldsymbol{k} = b + \boldsymbol{k}$
et $a - \boldsymbol{k} = b - \boldsymbol{k}$

<u>Exemples :</u>

• Pour résoudre l'équation $x - 2 = 7$ — on ajoute 2 de chaque côté $(car\ -2 + 2 = 0)$.
$x - 2 + 2 = 7 + 2$ — on simplifie de chaque côté
$x = 9$
donc 9 est la solution de cette équation.

• Pour résoudre l'équation $x + 3 = -4$ — on soustrait 3 de chaque côté $(car\ +3 - 3 = 0)$.
$x + 3 - 3 = -4 - 3$ — on simplifie de chaque côté
$x = -7$
donc -7 est la solution de cette équation.

<u>Remarque</u> : • L'objectif est d'isoler les x, c'est-à-dire de mettre les x d'un côté et les nombres de l'autre.
•Le côté droit et le côté gauche du signe égal, s'appellent le **membre** de gauche et de droite

Une égalité reste vraie lorsqu'on multiplie ou divise <u>par le même nombre</u> à gauche du signe « = »
Soit k un nombre $(k \neq 0)$
Si on a l'égalité $a = b$
alors $a \times \boldsymbol{k} = b \times \boldsymbol{k}$
et $\frac{a}{\boldsymbol{k}} = \frac{b}{\boldsymbol{k}}$

<u>Exemples :</u>

• Pour résoudre l'équation $\frac{x}{5} = 9$ — on multiplie par 5 de chaque côté
$\frac{x}{5} \times 5 = 9 \times 5$ — on simplifie de chaque côté
$x = 45$
donc 45 est la solution de cette équation.

• Pour résoudre l'équation $4\mathrm{x} = -9$ — on divise par 4 de chaque côté
$\frac{4\mathrm{x}}{4} = -\frac{9}{4}$ — on simplifie de chaque côté
$\mathrm{x} = -\frac{9}{4}$
donc $-\frac{9}{4}$ est la solution de cette équation.

<u>Remarque</u> : • L'objectif est d'obtenir $1x$

→Lire les exercices corrigés 5-6-8-9 p.107

→Faire les exercices n°7-10 p.107