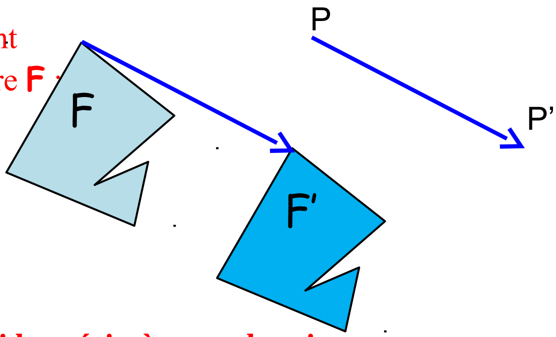
Géométrie 1	Vecteurs	Translation et vecteurs

Compétences	
Construire l'image d'un point (d'une figure) par une translation	**Exemples 1 à 5**
Connaître le vocabulaire lié aux vecteurs	**Exemples 6 et 7**
Utiliser la relation de Chasles pour simplifier des égalités vectorielles	**Exemple 8**
Construire la somme de deux vecteurs	**Exemple 9**
Construire des points à l'aide d'égalités vectorielles	**Exemples 10 et 11**

I La translation :

Définition : Soit P et P' deux points distincts du plan.
On appelle **translation** qui envoie P sur P' la transformation dont l'image **F '** d'une figure **F** est obtenue en faisant glisser la figure **F** :
- selon la direction de la droite (PP'),
- dans le sens de P vers P',
- d'une longueur égale à PP'.



On dit alors que l'on a effectué une translation de vecteur $\overrightarrow{PP'}$.

La translation conserve les longueurs et les angles donc aussi les périmètres et les aires.

Exemple 1 :

a) Construire les points A', B' et C' images respectives des points A, B et C par la translation de vecteur $\vec{u}$.

b) Complète :

Le segment [A'B'] a la même longueur que …….. car ………………………………..

…………………………………………...

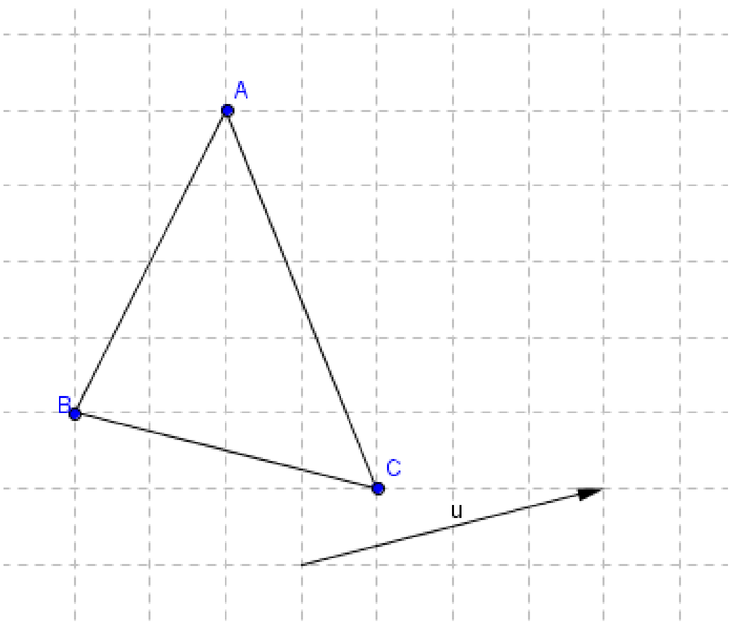
Le triangle A'B'C' a ……………………..

…………………………………………

…………………. que le triangle ABC car

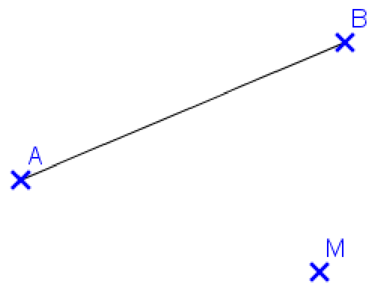
…………………………………………...

……………………………………………

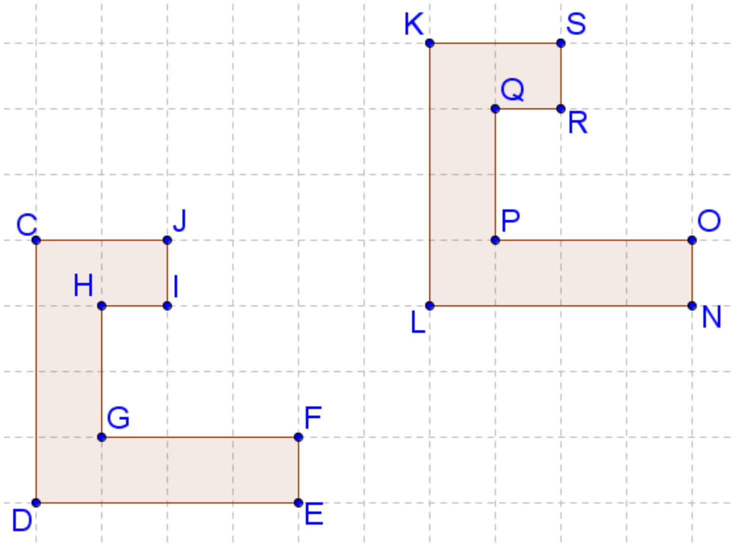


Propriété fondamentale : La translation qui transforme un point A en un autre point B est un « déplacement rectiligne » qui transforme un point M quelconque du plan vers un point M' tel que ABM'M soit un ………………………...

Exemple 2: Construire l'image du point M par la translation qui transforme A en B .



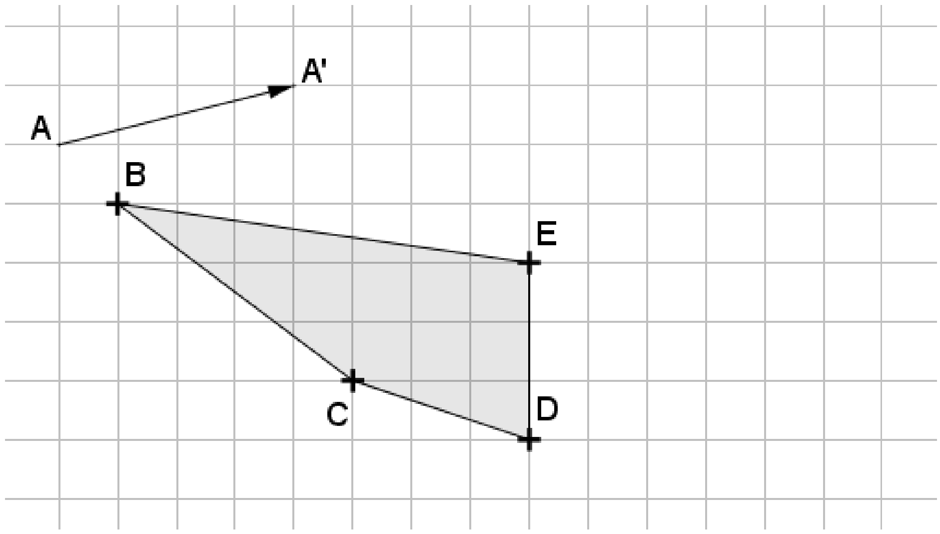
Exemple 3 :
Par la translation qui transforme C en K,



- l'image de J est ……………………
- L'image de F est ……………………
- le quadrilatère JF…….
  est un ………………………………..

- l'image de …. est …….
- l'image de …… est ……..
- le quadrilatère …………..
  est un ……………………………………..

Exemple 4 : Construire l'image B'C'D'E' du trapèze BCDE par la translation qui transforme A en A'.

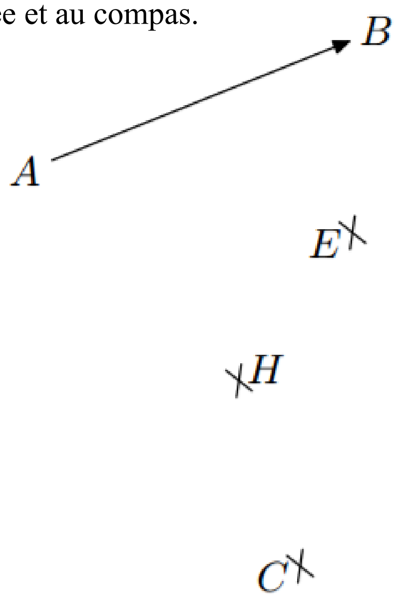


Exemple 5: On considère la translation T du plan qui transforme le point A en B.
Les tracés doivent être effectués à la règle non-graduée et au compas.

a) Placer le point D, image du point C par la translation qui transforme A en B.

b) Placer le point F, image du point E par la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

c) Placer le point G tel que G a pour image le point H par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



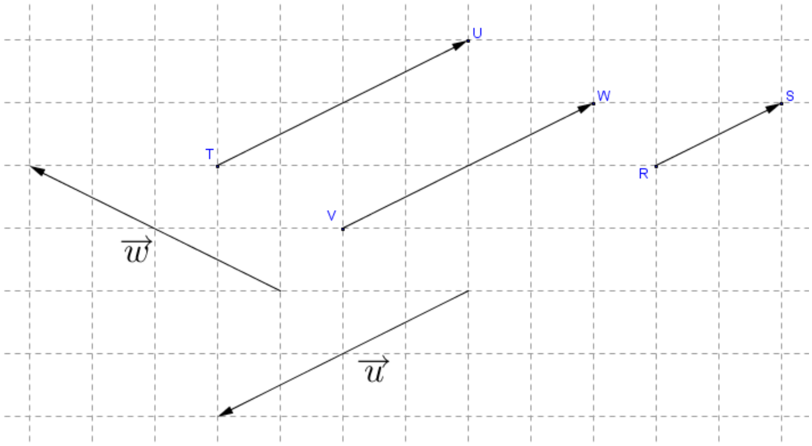
Une petite vidéo de Y. Monka sur la translation :
https://www.youtube.com/watch?v=8Jb9cMOeYSk&list=PLVUDmbpupCaoKRWtIqAp-FOFSQwftAOtA

II La notion de vecteur :

Vocabulaire :

- La translation qui transforme un point T en un autre point U est appelée la translation de vecteur $\overrightarrow{TU}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{TU}$ est représenté par une flèche.
  Le point **T** s'appelle l'**origine** du vecteur et le point **U** l'**extrémité** du vecteur.
- Un vecteur est entièrement caractérisé par :
  - Sa direction (*donnée par la droite qui le porte)* ;
  - Son sens (*de T vers U*)
  - Sa longueur (*la longueur TU*)
- Deux vecteurs ayant leur direction et leur longueur identiques mais des sens contraires sont dits **opposés**.

Exemple 6:

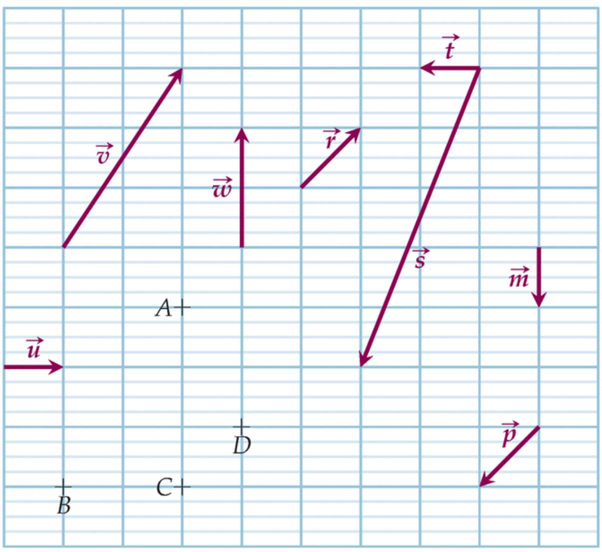


Les vecteurs ….. et …... sont égaux. Les vecteurs ….. et ….... sont opposés

Les vecteurs …….. et …….... ont la même longueur mais des directions différentes.

Les vecteurs …... et ….... ont même sens et même direction mais ont des longueurs différentes.

Exemple 7 : On considère la figure ci-dessous :



A) A partir de la figure, citer un vecteur :

a) opposé à $\overrightarrow{CD}$ …………

b) De même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$: ……..

c) de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire : …

d) égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$: …………………………..

B) Sur la figure ci-contre :

1. Placer les points E, F, G et H images respectives du point A par les translations de vecteurs suivants :
   a) $\vec{w}$ b) $\vec{v}$ c) $\vec{p}$ d) $\vec{m}$
2. Placer les points I, J, K et L images respectives du point B par les translations de vecteurs suivants :
   a) $\vec{r}$ b) $\vec{u}$ c) $\vec{w}$ d) $\vec{m}$

Exercice :

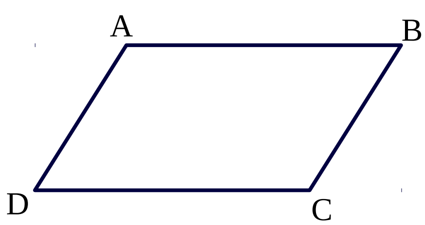
Soit ABCD un parallélogramme.

Construire les points E, F et G tels que :

a) $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{BC}$

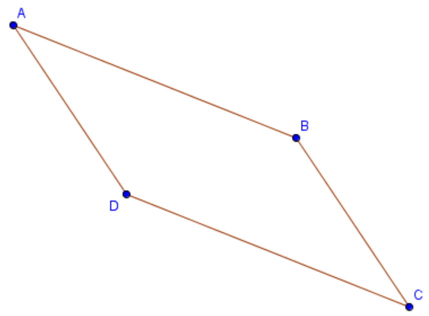
b) $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{DC}$

c) $\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{BC}$



Pour revoir le corrigé de cet exercice en vidéo : ici

III Égalité vectorielle :



Théorème : **Les quatre propriétés suivantes sont équivalentes :**

- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
- **ABCD est un ……………………..**
- **[AC] et [BD] ont ……………………………………..**
- **La translation qui transforme A en B transforme aussi ……………………………………………...**

Cas particuliers :

☻ On appelle vecteur nul et on note $\vec{0}$ le vecteur $\overrightarrow{AA}$; $\overrightarrow{BB}$, etc ..

☻ $\overrightarrow{AB}$ = $\vec{0}$ signifie que …..................... ☻ $-\overrightarrow{AB}$ = ……… ☻ $\overrightarrow{CD}$ = - …..

☻ $\overrightarrow{AI}$ = $\overrightarrow{IB}$ signifie que …..

Exemple 8 : EFG est un triangle.

1. Placer le point I tel que $\overrightarrow{GI}$ = $\overrightarrow{EF}$. **2.** Placer le point J tel que $\overrightarrow{EJ}$ et $\overrightarrow{EG}$ soient opposés.

3. Que peut-on dire du point E ?

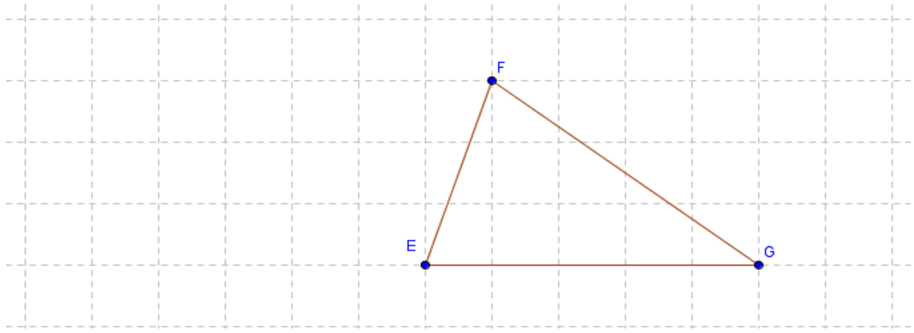
…..

…………………………………………

4. Démontrer que JEIF est un parallélogramme.

..…………………………………………..

……………………………………………



……………………………………………………………………………………………………....

Une dernière vidéo de Mathrix pour tout bien comprendre sur le lien entre vecteurs et translation : https://www.youtube.com/watch?v=ANtjkRMxbTs

IV Addition de vecteurs :

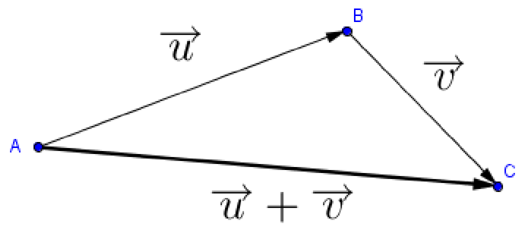
Propriété : **Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.**
La somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, notée $\vec{u}+\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$.

► Pour tracer un représentant d'un vecteur somme $\vec{u}+\vec{v}$, il existe deux méthodes :

Soit on choisit des représentants de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ tels que l'origine du 2^e soit l'extrémité du 1^er :

C'est la relation de Chasles

$\vec{u}+\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

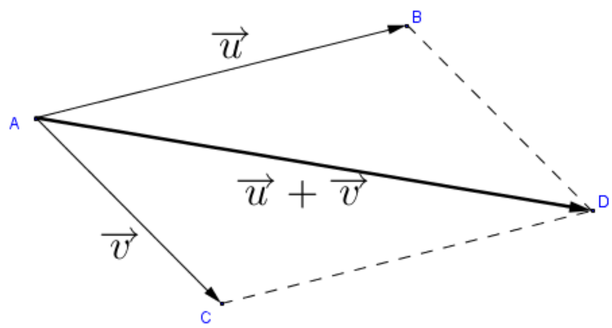


Soit on choisit des représentants de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$ ayant la même origine :

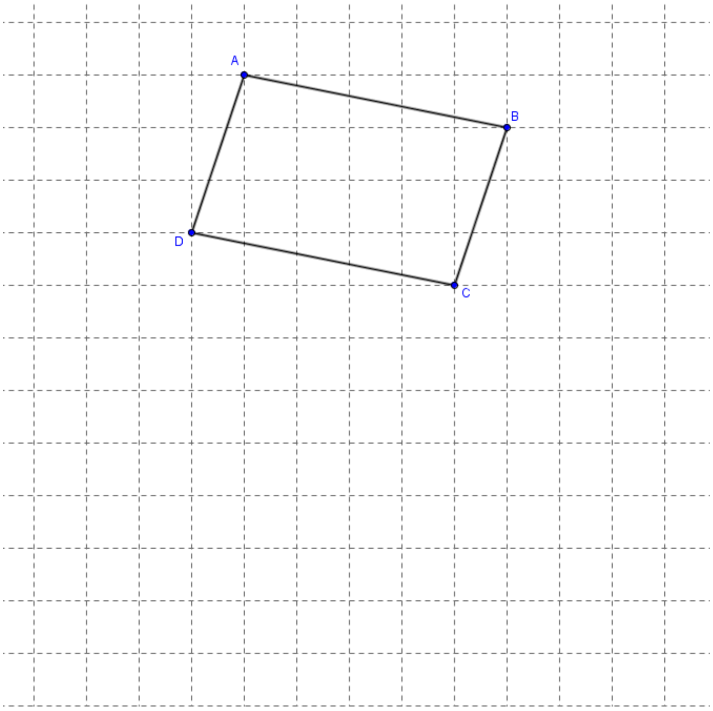
C'est la règle du parallélogramme.

$\vec{u}+\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

où D est tel que ABDC soit un parallélogramme.



Exemple 9 : Soit ABCD un parallélogramme



Placer le point F tel que $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

Placer le point E tel que $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$

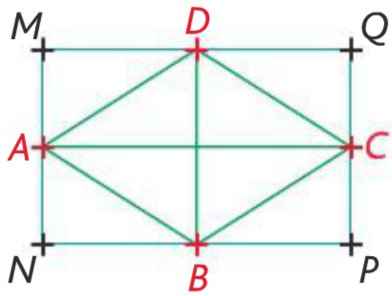
Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}$

Exemple 10 : Soit A, B, C , E et F cinq points du plan.
Démontrer les égalités suivantes :

a. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$ **b.** $\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BA}$

c. $2\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}$

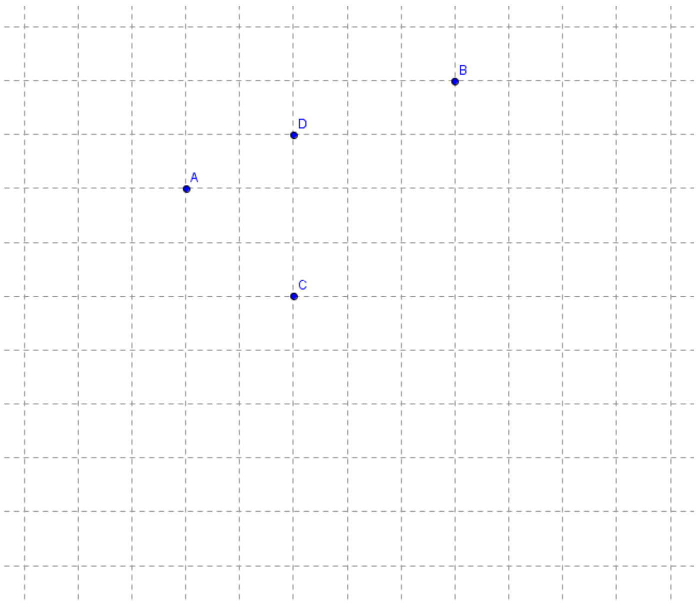
Exemple 11 : On considère un rectangle MNPQ.
On désigne par A, B, C et D les milieux respectifs de [MN], [NP], [PQ] et [QM].
Compléter les égalités suivantes en utilisant les points de la figure :



a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=$.... **b.** $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=$....

c. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}=$.... d. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=$....

Exemple 12 :



Placer le point E tel que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AD}$

Placer le point F tel que $\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}$

Placer le point G tel que $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}$

Placer le point I tel que $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{DC}$

Placer le point J tel que $\overrightarrow{BJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

Exercice :

1. Soit A, B et C trois points du plan.
Reproduire la figure ci-contre en respectant le quadrillage puis construire le point N tel que : $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

2. Soit A, B et C trois points du plan.
Reproduire la figure ci-contre en respectant le quadrillage puis construire le point P tel que : $\overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

Pour reprendre la correction en vidéo : [ici]