APER TS : Probabilités - correction

Exercice n°1 :

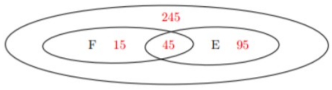
Une campagne de prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage et sur l'éclairage de 400 véhicules :

- **60 des 400 véhicules présentent un défaut de freinage.**
- **140 des 400 véhicules présentent un défaut d'éclairage.**
- **45 véhicules présentent à la fois un défaut de freinage et un défaut d'éclairage.**

On notera F pour défaut de freinage et E pour l'évènement défaut d'éclairage

1. Représenter cette expérience par un tableau ou un diagramme de Venn (patatoïde).

	F	$\bar{F}$	Total
E	45	95	140
$\bar{E}$	15	245	260
Total	60	340	400



2. On choisit un véhicule au hasard parmi ceux qui ont été examinés. Quelle est la probabilité que :

a) le véhicule présente un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage ?

Il y a 15 voitures sur les 400 qui présentent un défaut de freinage

Donc $p(A) = p(F \cap \bar{E}) = \frac{15}{400} = \frac{3}{80}$

b) le véhicule ne présente aucun des deux défauts ?

$p(B) = p(\bar{F} \cap \bar{E}) = \frac{245}{400} = \frac{49}{80}$

c) le véhicule présente au moins un des deux défauts ?

$p(C) = p(F \cup E) = p(F) + p(E) - p(F \cap E) = \frac{60}{400} + \frac{140}{400} - \frac{45}{400} = \frac{155}{400} = \frac{31}{80}$

ou $p(C) = 1 - p(\bar{B}) = 1 - \frac{49}{80} = \frac{31}{80}$

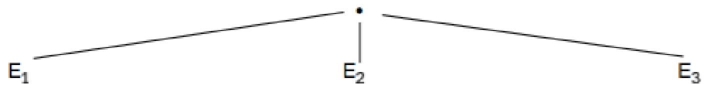
Exercice n°2 :

http://xmaths.free.fr

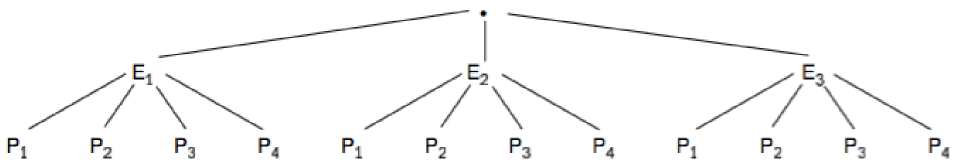
Sur ce site, plein d'autres exercices de dénombrement.

Solution

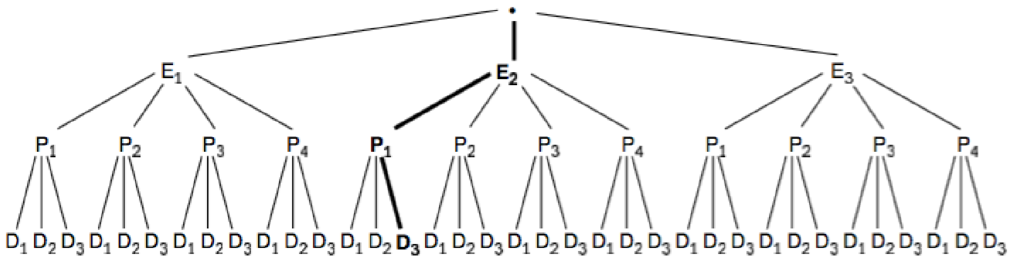
Chaque client a le choix entre 3 entrées possibles E_1, E_2, E_3, ce que l'on peut représenter sous la forme :



Une fois l'entrée choisie, il peut choisir le plat principal de 4 façons différentes.
On peut alors poursuivre l'arbre sous la forme :



Il reste alors à choisir un dessert parmi trois desserts possibles.
On obtient alors :



Chacun des "chemins" choisis correspond à un des menus possibles.
Le "chemin" apparaissant en gras correspond au menu **E_2 , P_1 , D_3**
On peut alors compter le nombre de chemins qui est égal à 36.
Ce nombre correspond à $3 \times 4 \times 3$.
En effet on dispose de 3 possiblités pour choisir l'entrée.
Pour chaque entrée choisie, il y a 4 possibilités de choisir le plat principal, ce qui donne donc $3 \times 4 = 12$ possibilités pour le choix d'une entrée et d'un plat.
Enfin pour chacune de ces 12 possibilités, il y a 3 possibilités pour choisir le dessert, ce qui donne finalement $12 \times 3 = 36$ possibilités de menus différents.

Exercice 3 :

Traduction de l'énoncé en termes de probabilité :

On note F l'événement « la fiche est celle d'une fille », G l'événement « la fiche est celle d'un garçon » et A l'événement « l'élève souhaite assister au concert ».

450 élèves ont répondu à cette enquête, 270 filles et 180 garçons.

$$p(\mathrm{F})=\frac{270}{450}=0{,}6 \text{ et } p(\mathrm{G})=0{,}4$$

144 filles et 72 garçons sont favorables au concert

$$\text{donc } p(\mathrm{F}\cap\mathrm{A})=\frac{144}{450}=0{,}32 \text{ et } p(\mathrm{G}\cap\mathrm{A})=\frac{72}{450}=0{,}16$$

1. Dresser un arbre de probabilité : l'énoncé ne permet de remplir que deux branches : $p(\mathrm{F})$ et $p(\mathrm{G})$.

3. Les événements G et A sont-ils indépendants ?

$$p(\mathrm{G}\cap\mathrm{A})=\frac{72}{450}=0{,}16 \;;\; p(\mathrm{A})=\frac{144+72}{450}=0{,}48 \;;\; p(\mathrm{G})=0{,}4 \;;\; p(\mathrm{A})\times p(\mathrm{G})=0{,}192$$

$p(\mathrm{A})\times p(\mathrm{G}) \neq p(\mathrm{G}\cap\mathrm{A})$ donc les deux événements A et G ne sont pas indépendants.

4.Calculer la probabilité P(F∩A) puis $\mathrm{P_F}(\mathrm{A})$.

$p(\mathrm{F}\cap\mathrm{A})=\frac{144}{450}=0{,}32$ d'après l'énoncé et $\mathrm{P_F}(\mathrm{A})=\frac{\mathrm{P}(F\cap A)}{p(\mathrm{A})}=\frac{0{,}32}{0{,}6}=\frac{8}{15}$.

5. Calculer les probabilités $\mathrm{P_G}(\mathrm{A})$ et $\mathrm{P_A}(\mathrm{G})$ puis compléter l'arbre des probabilités.

$$\mathrm{P_G}(\mathrm{A})=\frac{\mathrm{P}(G\cap A)}{p(\mathrm{G})}=\frac{0{,}16}{0{,}4}=0{,}4 \text{ et } \mathrm{P_A}(\mathrm{G})=\frac{\mathrm{P}(G\cap A)}{p(\mathrm{A})}=\frac{0{,}16}{0{,}48}=\frac{1}{3}$$

6. Donner les probabilités suivantes : $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}\cap F)$ et $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}\cap G)$. En déduire $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})$ de deux manières.

$$p(\overline{\mathrm{A}}\cap F)=0{,}6\times\frac{7}{15}=0{,}28 \text{ et } \mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}\cap G)=0{,}4\times 0{,}6=0{,}24$$

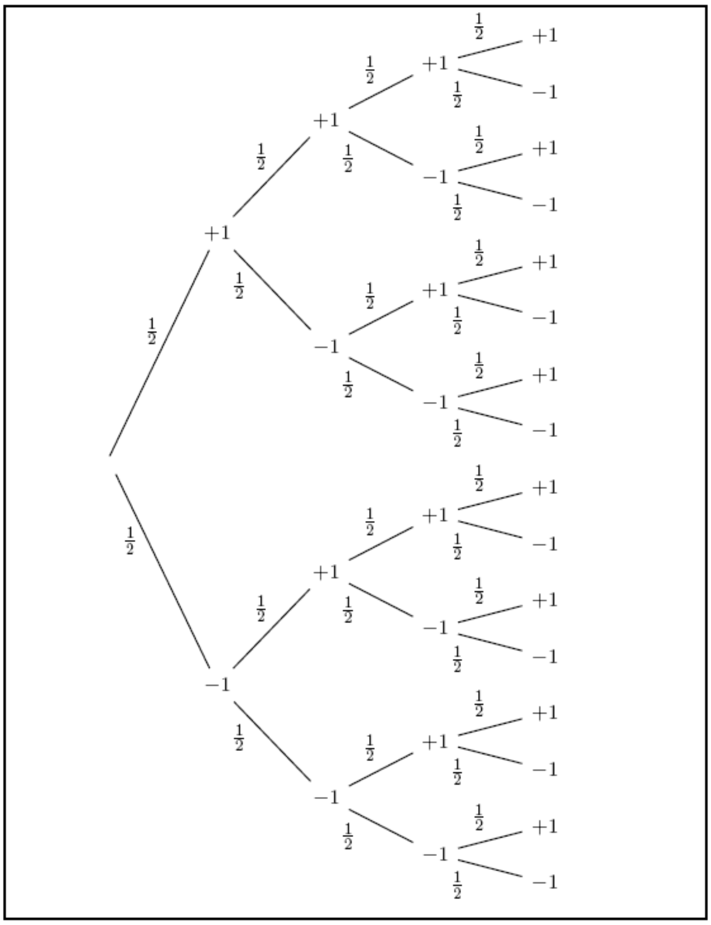
$$\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})=1-p(\mathrm{A})=1-0{,}48=0{,}52 \qquad \text{OU} \qquad \mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})=\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}\cap F)+\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}\cap G)=0{,}52$$

Exercice 4 : Exercice n°2 / Polynésie 2011

Correction sur le site de l'APMEP : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_PolynesieSjuin2011.pdf

Exercice 5 :

On peut représenter la situation à l'aide d'un arbre :



1[er] méthode :

Il y 6 chemins conduisant à une somme égale à 0.

Tous ces chemins ont une probabilité de $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

Donc $P(A) = \frac{6 \times 1}{16} = \frac{3}{8}$.

On utilise, en fait, une loi binomiale Y de paramètres n= 4 et p=1/2 et on cherche la probabilité de l'évènement « Y=2 » car pour obtenir un score de 0, il faut faire deux fois pile et deux fois face.

Exercice 6 :

On dispose d'une roue divisée en trois secteurs identiques numérotés 1, 2 et 3.

On suppose qu'après rotation, la roue s'arrête sur l'un des trois secteurs de façon équiprobable.

On fait tourner successivement trois fois de suite la roue dans le sens trigonométrique en supposant que chaque résultat est indépendant des deux autres.

S désigne la variable aléatoire définie par la somme des trois numéros obtenus.

La variable aléatoire D est le numéro obtenu lors de la seconde rotation.

Les évènements « S=3 » et « D=1 » sont-ils indépendants ?

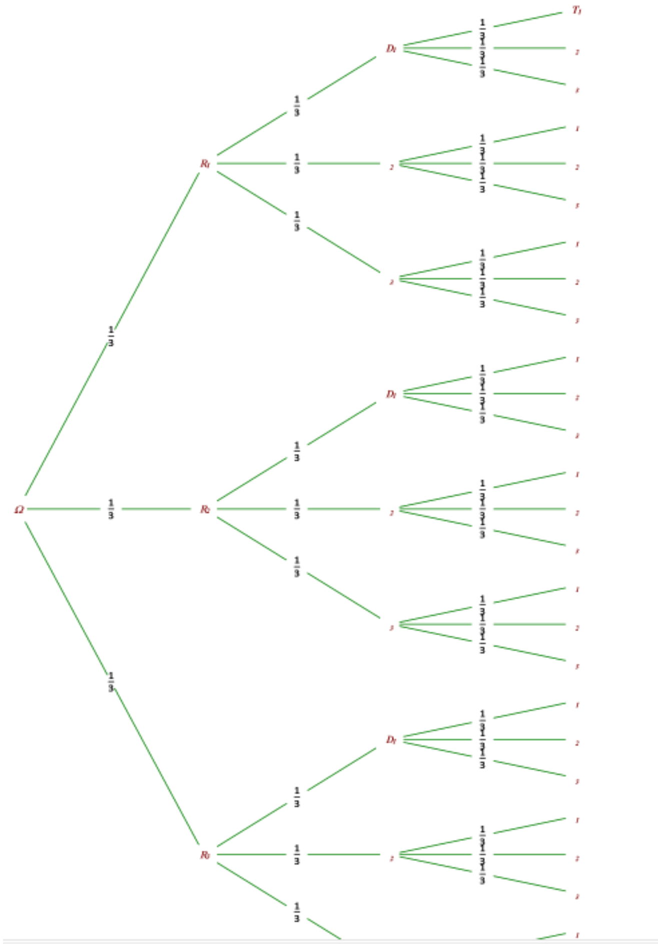
L'évènement $S=3$ n'est obtenu qu'une seule fois :

lorsque la roue s'arrête trois fois de suite sur le secteur 1 : $P(S=3) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

$P(D=1)=P(D_1)=P(D1\cap R1)+P(D1\cap R2)+P(D1\cap R3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

et $P(D\cap S)=P(D\cap D_1\cap R_1\cap T1)=P(D1\cap R1\cap T1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

donc P(D ∩ S) =  et $P(D)\times P(S)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{27}=\frac{1}{81}$ les évènements S et D ne sont pas indépendants



Exercice 7 :

Par définition :

pour tout entier n non nul, $n!=n\times(n-1)\times\ldots\times1$. n ! se lit « factorielle n »

et 0 ! = 1

Propriété : $n!=n\times(n-1)!$

$$\binom{n-1}{p-1}=\frac{(n-1)!}{(p-1)!\times(n-1-(p-1))!}=\frac{(n-1)!}{(p-1)!\times(n-p)!}$$

$$\binom{n-1}{p}=\frac{(n-1)!}{p!\times(n-1-p)!}$$

$$\binom{n-1}{p-1}+\binom{n-1}{p}=\frac{(n-1)!}{(p-1)!\times(n-p)!}+\frac{(n-1)!}{p!\times(n-1-p)!}$$

$$=\frac{p\times(n-1)!}{p\times(p-1)!\times(n-p)!}+\frac{(n-p)\times(n-1)!}{p!\times(n-1-p)!\times(n-p)}$$

$$=\frac{p\times(n-1)!+(n-p)\times(n-1)!}{p!\times(n-p)!}=\frac{n!}{p!\times(n-p)!}=\binom{n}{p}$$