Géométrie	VECTEURS : Colinéarité de vecteurs	2^{de}

Compétences	**Liens**
Déterminer les coordonnées d'un vecteur de la forme $\vec{v}=k\vec{u}$	ici
Savoir démontrer la colinéarité entre deux vecteurs	Ici et un exercice corrigé
Savoir utiliser la colinéarité en géométrie	Ici et ici

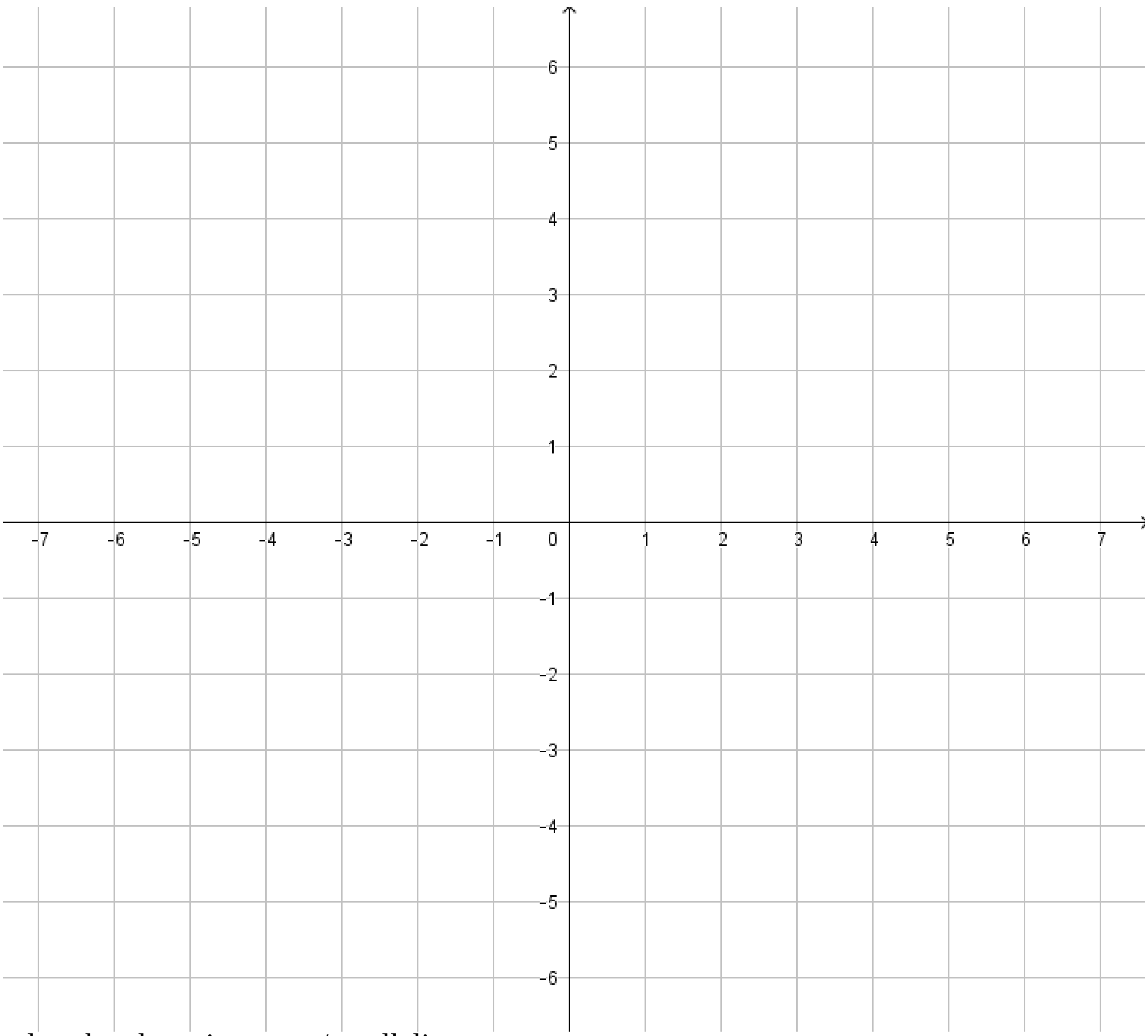
Activité 1 :

1) Dans le repère ci-dessous trace un représentant du vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

2) Représenter le vecteur $\vec{u}+\vec{u}$. Ce vecteur est noté $2\vec{u}$.
3) Lire et écrire les coordonnées de $2\vec{u}$:

3) Représenter les vecteurs $-\vec{u}$, $-2\vec{u}$ et $3\vec{u}$ et donner leur coordonnées :

4) En s'inspirant des résultats trouvés précédemment émettre une hypothèse quant aux coordonnées de :
$\frac{1}{2}\vec{u}$ $\frac{3}{2}\vec{u}$ et $\frac{-2}{3}\vec{u}$



1) Produit d'un vecteur par un réel :

Propriété : **Soit k un réel et $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur.**

Le vecteur $\vec{v}=k\vec{u}$ a pour coordonnées $\vec{v}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Exemple 1:

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ alors le vecteur $\vec{v}=3\vec{u}$ a pour coordonnées $\vec{v}\begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix}$.

Soit $\vec{w}\begin{pmatrix} -3 \\ 4{,}5 \end{pmatrix}$ alors le vecteur $\vec{t}=-\vec{w}$ a pour coordonnées $\vec{t}\begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix}$.

Soit $\vec{r}\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$ alors le vecteur $\vec{z}=\frac{1}{5}\vec{r}$ a pour coordonnées $\vec{r}\begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix}$.

2) Colinéarité de deux vecteurs :

Définition : **Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires s'il existe un réel k tel que $\vec{u}=\overrightarrow{kv}$.**

Deux vecteurs colinéaires ont la même direction *(ils sont portés par des droites parallèles).*

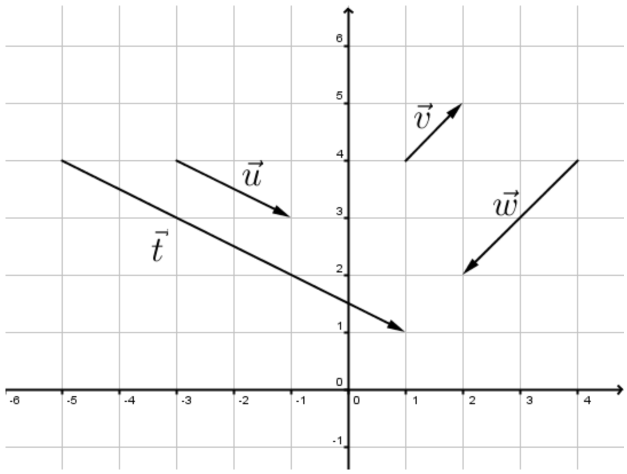
Exemple 2 :

- $\vec{u}$ et t sont colinéaires et de même sens.

On a : $\vec{u}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ $\vec{t}\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ et ainsi …………………

- $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires et de sens contraire

On a $\vec{v}\begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots \end{pmatrix}$ et ainsi …………………



Remarque : Deux vecteurs colinéaires ont leurs coordonnées proportionnelles.

Rappel : Le tableau $\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ est proportionnel si et seulement si on a l'égalité des produits en croix c'est à dire : ……………………………………………………………………..

Propriétés : **Condition de colinéarité**

On se place dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$. Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs non nuls.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - x'y = 0$.

Vocabulaire : La différence des produits $x\times y'-x'\times y$ est appelée **déterminant** des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. On le note $det(\vec{u};\vec{v})$.

<u>Exemple 3 : Étudier la colinéarité de deux vecteurs :</u>

1. Dans un repère, on considère les vecteurs suivants : $\vec{u}\begin{pmatrix}-4{,}2\\-7{,}4\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}10{,}5\\18{,}5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-8{,}4\\16\end{pmatrix}$.

a) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? **b)** Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?

2. On considère les points $A(1;2)$, $B(3;-4)$, $C(2;0)$ et $D(3;y)$.
Pour quelle(s) valeur(s) de y les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont ils colinéaires ?

<u>Propriétés géométriques et colinéarité:</u>
- Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.
- Trois points distincts A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
- Deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Illustration :

<u>Application 2 :</u> Utiliser la colinéarité en géométrie :

1. Dans chaque cas, on donne trois points dans un repère. Ces points sont-ils alignés ou non ?
a) $A(-3{,}5;-0{,}5)$, $B(0{,}5;1{,}5)$ et $C(2{,}5;2{,}5)$ **b)** $E(1;3)$, $F(0{,}5;2)$ et $G(-2;-2{,}5)$

2. On considère les points $A(2;4)$, $B(6;-7)$, $C(4;1)$ et $D\left(10;\frac{11}{2}\right)$.

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Un QCM corrigé en vidéo pour faire le bilan sur les vecteurs : ici
Le site ***Mathenpoche*** pour tout reprendre sur les vecteurs : ici

Exercice Bilan :

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(5\,;4)$, $B(-1\,;6)$, $C(-3\,;1)$, $D(3\,;-1)$ et $K(2\,;5)$. Soient E le point de coordonnées $(-2\,;-1)$ et F le symétrique du point C par rapport au point E.

1. Faire une figure sur l'annexe que vous compléterez au cours de l'exercice.
2. Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Soit L le centre du parallélogramme $ABCD$.
   a) Vérifier par le calcul que les coordonnées du point L sont $\left(1\,;\frac{5}{2}\right)$.
   b) Montrer que le point F a pour coordonnées$(-1\,;-3)$.
   c) Les droites (EL) et (FA) sont-elles parallèles ? Justifier.
4. Les points F, L et K sont-ils alignés? Justifier.
5. Montrer que le triangle DFC est un triangle rectangle isocèle en F.