

3- La médiane

a) Définition

La médiane **Me** d'une série statistique est la valeur telle que 50% des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Me et 50% des valeurs de la série sont supérieures ou égales à Me.

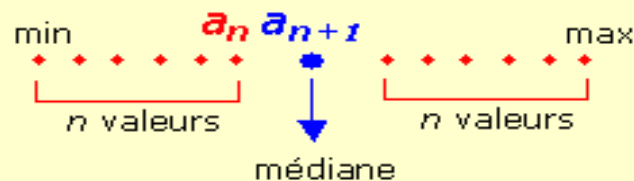
Exemple : La médiane de la série des tailles, en mètres, 0,9 - 1,35 - 1,68 - 1,72 - 1,85 est 1,68 m. 3 des valeurs de la série sont inférieures ou égales à 1,68 m et 3 des valeurs de la série sont supérieures ou égales à 1,68 m.

b) Calcul

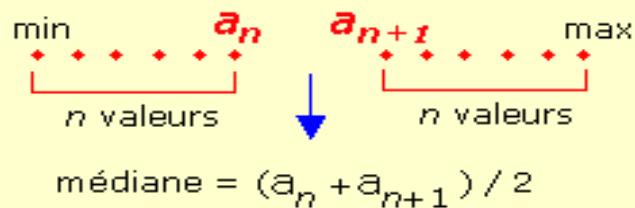
Pour la calculer :

- Si nécessaire, on range les valeurs en ordre croissant.

- Si le nombre des termes est impair (de la forme $2n+1$), la médiane est le terme « du milieu » (celui de rang $n+1$).



- Si le nombre des termes est pair (de la forme $2n$), la médiane est la demi-somme des termes de rang n et $n+1$.



Remarque : Si la série comporte de nombreuses valeurs ou si le détail des calculs n'est pas demandé, on confie son calcul aux calculatrices.

⇒ Exemples simplifiés

→ Exemple où le nombre de valeurs est impair :

Déterminer la médiane de la série :

1, 4, 2, 5, 0

Premièrement, on classe les valeurs de la série statistique dans l'ordre croissant :

0, 1, 2, 4, 5

Il y a un nombre impair de valeurs, la médiane est donc la valeur du milieu.

0, 1, **2**, 4, 5

La médiane est 2.

→ Exemple où le nombre de valeurs est pair :

Déterminer la médiane de la série :

10, 40, 20, 50

Premièrement, on classe les valeurs de la série statistique dans l'ordre croissant :

10, 20, 40, 50

Il y a un nombre pair de valeurs, on a donc 2 valeurs centrales. La médiane est alors la moyenne de ces deux valeurs.

10, **20, 40**, 50

$$\text{Médiane} = \frac{20+40}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

La médiane est 30.

⇒ Calcul de la médiane à travers un tableau statistique

→ Cas d'un caractère quantitatif discret

Exemple : on fait une étude statistique sur les 50 notes attribuées par un jury à un examen, voici les résultats obtenus en classant ces notes par ordre croissant.

Notes	Effectif	Effectif cumulé
0	1	1
1	2	3
2	2	5
3	3	8
4	2	10
5	3	13
6	2	15
7	3	18
8	4	22
9	3	25
10	2	27
11	3	30
12	4	34
13	4	38
14	3	41
15	1	42
16	2	44
17	1	45
18	2	47
19	2	49
20	1	50

N = 50 est pair, il faut donc prendre le centre de [9 ; 10].

Utilisons la colonne des effectifs cumulés pour déterminer la médiane : il y a 50 notes, la 25^{ème} note est 9 et la 26^{ème} : 10.

Voilà la répartition des notes pour comprendre :

$$\underbrace{0; 1; 1; \dots; 9; 9; 9; 10; 10; \dots; 19; 19; 20}_{25 \text{ NOTES}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{25 \text{ NOTES}}$$

Dans le tableau il n'y a pas de valeur partageant la série statistique en deux groupes de même effectif (l'effectif total est pair), dans ce cas l'intervalle médian est [9;10] et on prend pour médiane le centre de cet intervalle : 9,5.

→ Cas d'un caractère quantitatif continu

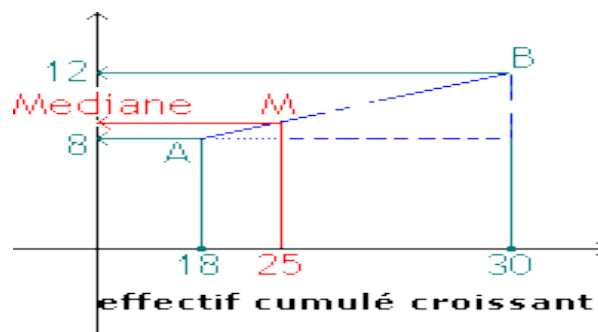
Si la variable est continue (regroupement par intervalle des résultats) le calcul de la médiane se fait autrement :

Notes	Effectifs	Effectifs cumulés
[0 ; 5[10	10
[5 ; 8[8	18
[8 ; 12[12	30
[12 ; 15	11	41
[15 ; 20	9	50
	50	

Utilisons la colonne des effectifs cumulés pour déterminer la médiane : il y a 50 notes, 50 % de l'effectif total c'est 25, la médiane est ici la note correspondant à l'effectif cumulé 25. D'après la colonne "effectif cumulé" :

- 18 personnes ont moins de 8
- 30 personnes ont moins de 12

La médiane se trouve donc dans l'intervalle [8;12[(appelée classe médiane) on va la déterminer par **interpolation linéaire**.



Les points A, M, B sont alignés ce qui se traduit par les droites (AM) et (AB) ont même coefficient directeur (ou on utilise le théorème de Thalès dans le triangle bleu) :

$$\frac{Me - 8}{25 - 18} = \frac{12 - 8}{30 - 18}$$

$$\frac{Me - 8}{7} = \frac{4}{12}$$

$$Me - 8 = \frac{4}{12} \times 7$$

$$Me = 8 + \frac{4}{12} \times 7 \approx 10,33$$

La médiane est environ 10,33.

50 % environ des personnes ont eu moins de 10,33 et 50 % plus de 10,33.

Remarque : on peut aussi déterminer la médiane graphiquement. Elle correspond au point d'intersection entre le polygone des effectifs cumulés croissants et le polygone des effectifs cumulés décroissants.