

Chapitre 5 : les caractéristiques de concentration (suite)

I. La médiale

1. Définition

La médiale (notée Mle) est la valeur qui partage la masse des $x_i n_i$ en deux parties à poids égal. Sa détermination se fonde sur les $x_i n_i$ cumulés croissants ($x_i n_i$ cc).

2. Exemple d'application

Soit la distribution suivante portant sur un ensemble de lots de terrains agricoles :

Superficie des terrains x_i	Nombre d'exploitation n_i	Ci	Cini	Cini cc
]0 ; 10[8	5	40	40
]10 ; 20[15	15	225	265
]20 ; 40[9	30	270	535
]40 ; 70[5	55	275	810
]70 ; 100[3	85	255	1065
Total	40		1065	

Puisque la médiale partage la masse des $x_i n_i$ en deux fractions du même poids, soit donc : $c_i n_i = 1065$ et $\frac{c_{ini}}{2} = \frac{1065}{2} = 532,5$.

Il faut chercher la superficie des terrains qui correspond à 532,5.

Selon les $c_i n_i$ cc, le rang de la médiale appartient à la classe :]20 ; 40[, donc :

20 → 265

$$Mle \rightarrow 532,5 \implies \frac{Mle - 20}{40 - 20} = \frac{532,5 - 265}{535 - 265} \implies Mle = \left(\frac{532,5 - 265}{535 - 265} \right) \times 20 + 20 = 39,81$$

40 → 535

Donc : Mle = 39,81

II. La courbe de concentration

1. Définition

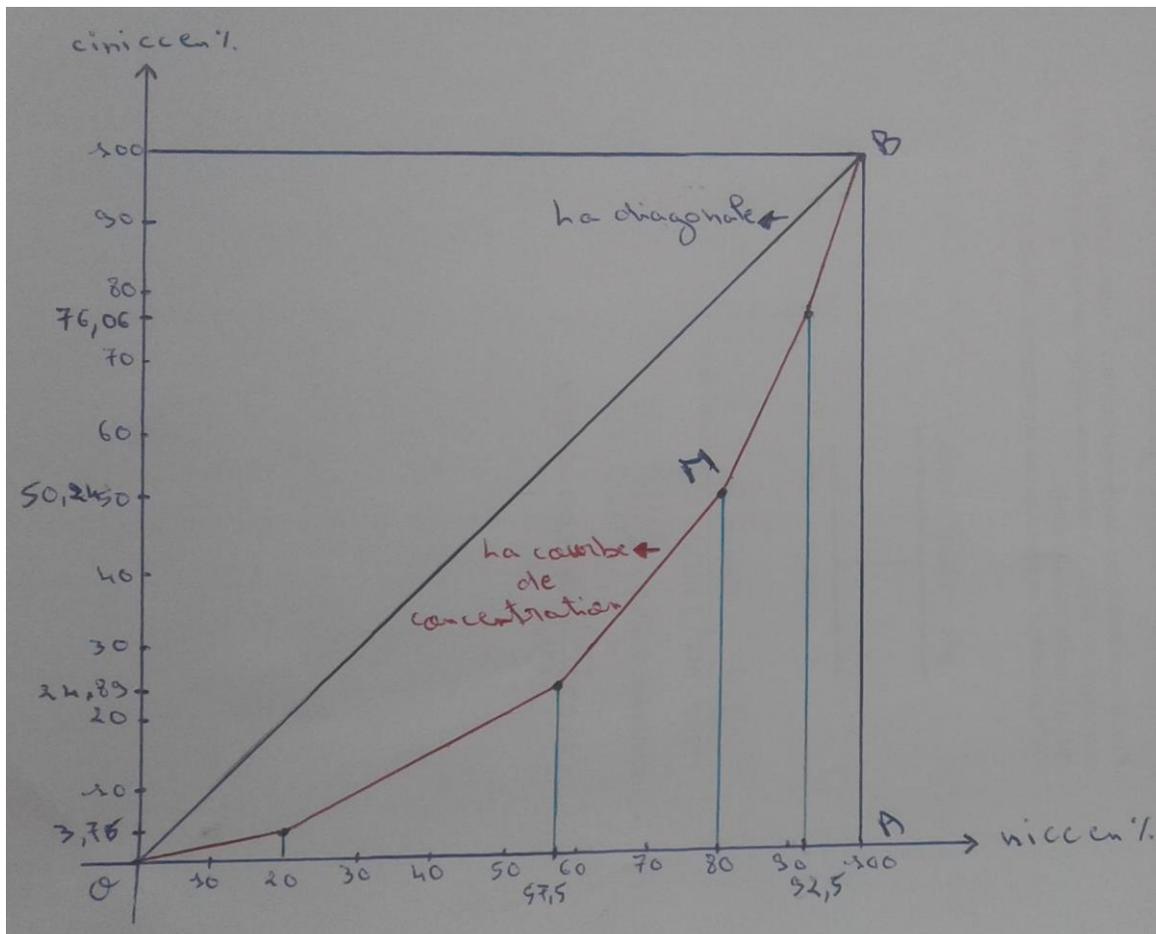
La courbe de concentration, appelée aussi courbe de Lorenz est obtenue sur un graphique carré, en portant en abscisse le pourcentage cumulé des effectifs (n_i cc en %), et en ordonné le pourcentage cumulé de la masse globale du caractère ($c_i n_i$ cc en %).

2. Exemple d'application

Reprenons l'exemple précédant et ajoutons les colonnes nécessaires pour calculer les « n_i cc en % », et les « $n_i c_i$ cc en % ».

Superficie des terrains x_i	Nombre d'exploitation n_i	n_i en %	n_i cc en %	c_i	$c_i n_i$	$c_i n_i$ en %	$c_i n_i$ cc en %
]0 ; 10[8	20	20	5	40	3,76	3,76
]10 ; 20[15	37,5	57,5	15	225	21,13	24,89
]20 ; 40[9	22,5	80	30	270	25,35	50,24
]40 ; 70[5	12,5	92,5	55	275	25,82	76,06
]70 ; 100[3	7,5	100	85	255	23,94	100
Total	40	100			1065	100	

Ainsi les coordonnées des points qu'il faut représenter sont :
 (0 ; 0), (20 ; 3,76), (57,5 ; 24,89), (80 ; 50,24), (92,5 ; 76,06) et (100 ; 100).



Si on joint par des traits les points obtenus, on obtient ce qu'on appelle la courbe de concentration (courbe de Lorenz).

Cette courbe se situe en totalité sous la diagonale (OB) du carré. Ainsi, plus que la courbe de concentration est éloignée de la diagonale, plus la concentration est forte et réciproquement.

III. Indice de concentration (indice de Gini)

La mesure de la concentration est obtenue en rapportant la surface comprise entre la courbe et la diagonale, appelée surface de concentration (OMB), à la surface du triangle OAB.

Ce rapport est appelé coefficient de Gini est donc :

$$G = \frac{\text{Surface de concentration OMB}}{\text{Surface du triangle OAB}}$$

Ainsi selon le graphique : $OMB = OAB - OABM$

Pour calculer OMB, nous calculerons d'abord l'aire OABM, qui se décompose en un triangle et quatre trapèzes.

$$\text{Aire OABM} = \frac{3,76 \times 20}{2} + \frac{(3,76+24,89)(57,5-20)}{2} + \frac{(24,89+50,24)(80-57,5)}{2} + \frac{(50,24+76,06)(92,5-80)}{2} + \frac{(76,06+100)(100-92,5)}{2}$$

$$\text{Aire OABM} = 2869,6$$

$$\text{Aire OAB} = \frac{100 \times 100}{2} = 5000$$

$$\text{Donc : } OMB = 5000 - 2869,6 = 2130,4$$

Et l'indice de concentration est :

$$G = \frac{\text{aire OMB}}{\text{aire OAB}} = \frac{2130,4}{5000} = 0,426 = 42,6\%$$

Remarque : l'indice de concentration est un nombre sans unité et il varie entre 0 et 1.