Lycée Qualifiant Michlifen – Azrou
Classe : 2ème bac Sc.Maths.Fr
Prof : OUBIJI

Devoir à la maison N° 4

Publié le29/12/2022 sur le site « lewebpedagogique.com/oubiji »

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

Exercice 1 :

Déterminer l'ensemble (Γ) des points M d'affixe le nombre complexe z dans le plan complexe tel que $\frac{z+1}{z+i}$ soit imaginaire pur.

Exercice 2 :

On considère un nombre complexe m distinct de $(-1-i)$, et l'équation (E) :

$$z^2+(2+im)z+(im+2-m)=0$$

1- Vérifier que le discriminant de (E) est : $\Delta=[i(m-2)]^2$ et déterminer ses solutions z_1 et z_2

2-Soient M,A,Bles points d'affixes respectives$m$, $a=-1-i$,et $b=i-im-1$dans le plan complexe

a-Montrer que : $\frac{b-a}{m-a}=i\frac{2-m}{m+1+i}$

b- Montrer que :

(les points M,A,B sont alignés) $\Leftrightarrow(2m\overline{m}-(m+\overline{m})-i(m-\overline{m})-4=0)$

c- En déduire l'ensemble (Γ) des points M d'affixe m dans le plan complexe tels que M,A,B soient alignés

Exercice 3 :

Résoudre dans $\mathbb{C}$ le système :

$$\begin{cases} |z-1|=|z-2| \\ \arg(z+i)\equiv\arg(z-1)\quad [mod\ 2\pi] \end{cases}$$

Exercice 4 :

Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe :

$$Z=\frac{2i(1+z)}{1-\overline{z}} \quad \text{où} \quad z=cos\theta+isin\theta \text{ et } \theta\in\,]0,\pi[-\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$$

Exercice 5 :

Soient $x\in\mathbb{R}$ et $n\in\mathbb{N}$ tel que $n\geq 2$.Calculer en fonction de *x et n* les sommes :

$$S_n=\sum_{k=0}^{n-1}cos(kx) \quad \text{et} \quad T_n=\sum_{k=0}^{n-1}sin(kx)$$

Exercice 6 :

On pose : $\omega=e^{i\frac{2\pi}{5}}$, $a=\omega+\omega^4$, et $b=\omega^2+\omega^3$

1-Prouver que : $a=2\,cos\frac{2\pi}{5}$ et $b=2\,cos\frac{4\pi}{5}$ et calculer$a+b$et ab

2- En déduire le cosinus de chacun des nombres suivants $\frac{2\pi}{5}$; $\frac{4\pi}{5}$; $\frac{3\pi}{5}$; $\frac{\pi}{5}$.

Exercice 7 :

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(z-i)^n=z^n$ écrire les solutions sous forme algébrique