

Résolution de problème : Le soda (⌚ 50 min)

Au XIX^{ème} siècle, une boisson à base de feuilles de coca et de noix de cola était préconisée par son inventeur comme remède contre les problèmes gastriques. Cette boisson est actuellement vendue comme soda.

Sur l'étiquette de cette boisson, on peut lire la liste d'ingrédients suivante : eau gazéifiée au dioxyde de carbone ; sucre ; colorant (caramel) ; conservateur (acide benzoïque) ; acidifiant (acide phosphorique) ; extraits végétaux ; arômes naturels (extraits végétaux dont caféine).

Des études récentes laissent penser que l'acide phosphorique, H_3PO_4 , est responsable d'un accroissement des risques d'insuffisance rénale et d'ostéoporose s'il est consommé en quantités trop importantes.

Problème : Estimer le nombre de bouteilles de soda de 1,5 L qu'une personne adulte peut consommer par jour, sans que l'acide phosphorique ne présente un risque pour sa santé.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Il n'est pas exigé de tracer une courbe.

Données

La Dose Journalière Admissible (DJA) est la dose maximale d'une substance (exprimée en mg par kg de masse corporelle et par jour) à laquelle on peut être exposé de façon répétée sans risque pour la santé.

	Acide phosphorique	Acide benzoïque	Caféine
DJA adulte ($mg \cdot kg^{-1} \cdot jour^{-1}$)	70	5	5

Masses molaires :

	H	C	N	O	P
M (en $g \cdot mol^{-1}$)	1,0	12,0	14,0	16,0	31,0

Dosage de l'acide phosphorique dans le soda étudié

Pour déterminer la concentration en acide phosphorique dans le soda, on dégaze un volume $V = 10,0$ mL de soda afin d'éliminer le dioxyde de carbone dissous.

On réalise ensuite le titrage de la boisson dégazée par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($Na^+(aq) + HO^-(aq)$) de concentration molaire $C = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$. Le titrage est suivi par pH-métrie.

On donne ci-dessous les mesures effectuées lors de ce titrage, V étant le volume de solution d'hydroxyde de sodium versé :

V (mL)	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
pH	2,9	3,1	3,2	3,3	3,6	4,5	5,8	6,2	6,3	6,4	6,4

Dans cette partie, on admet que seul le couple $H_3PO_4(aq) / H_2PO_4^-(aq)$ intervient et que l'acide benzoïque étant en faible quantité, sa présence influe très peu sur le dosage de l'acide phosphorique.

Résolution de problème : Le soda - Correction

Le but :

Déterminer le nombre de bouteille de 1,5 L de soda qu'une personne adulte devrait boire pour atteindre la dose limite admissible (DLA) d'acide phosphorique en une journée.

La démarche :

Ecrivons la réaction de titrage : $\text{H}_3\text{PO}_{4(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})} \rightarrow \text{H}_2\text{PO}_4^-_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$

Déterminons la concentration en acide phosphorique du soda

À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation :

$$n(\text{H}_3\text{PO}_4)_0 = n(\text{HO}^-)_{\text{versé,E}}$$

avec $n(\text{HO}^-)_{\text{versé,E}} = C \cdot V_{\text{bE}}$ et $n(\text{H}_3\text{PO}_4)_0 = C_{\text{soda}} \cdot V$

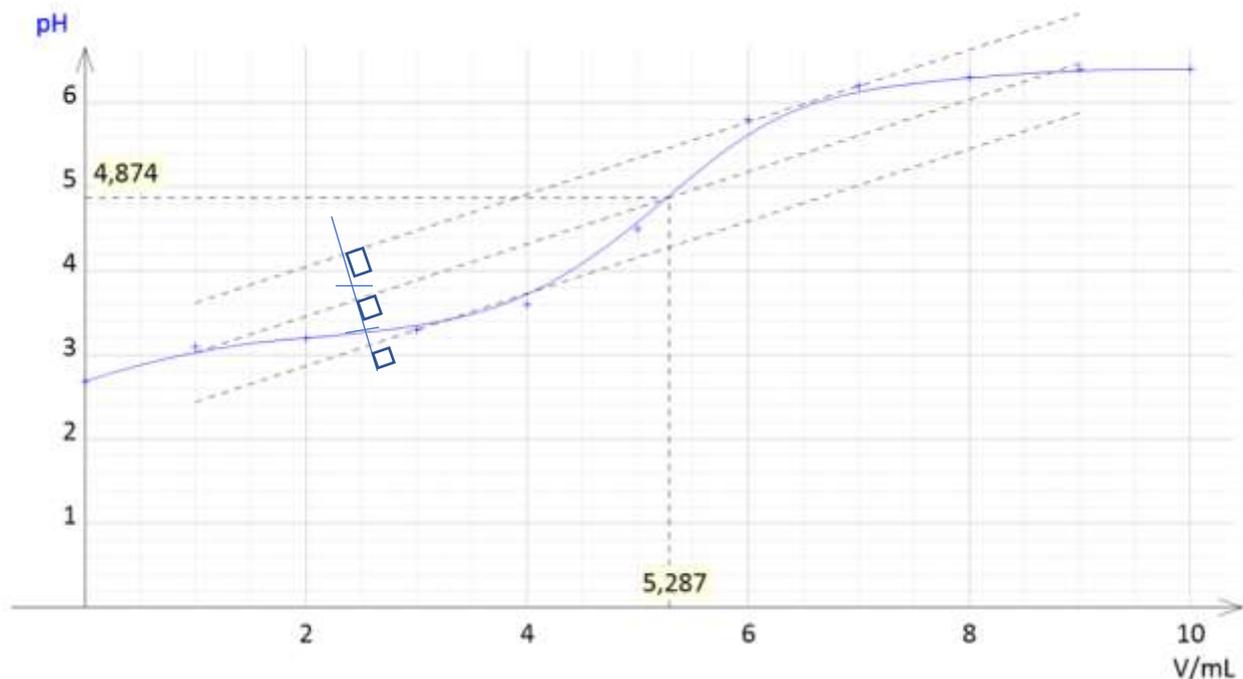
On a donc $C_{\text{soda}} \cdot V = C \cdot V_{\text{bE}}$ soit $C_{\text{soda}} = \frac{C \cdot V_{\text{bE}}}{V}$

Données $C = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $V = 10,0 \text{ mL}$

Il faut estimer la valeur du volume équivalent, qui correspond approximativement **au milieu du saut de pH (la variation de pH (5,8-4,5 = 1,3) est maximum entre 5mL et 6 mL , on estime d'après les valeurs du tableau : $V_{\text{bE}} = 5,5 \text{ mL}$**

Estimation

Si on trace la courbe $\text{pH} = f(V_{\text{b}})$



d'où : $C_{\text{soda}} = \frac{C \cdot V_{\text{bE}}}{V} = \frac{1,0 \times 10^{-2} \times 5,5 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-3}} = 5,5 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$

La concentration en acide phosphorique du soda est de $5,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$.

Calculons la masse d'acide phosphorique contenue dans une bouteille de 1,5 L de soda

$$n(\text{H}_3\text{PO}_4)_{\text{bouteille}} = C_{\text{soda}} \cdot V_{\text{bouteille}} = 5,5 \times 10^{-3} \times 1,5 = 8,3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$m(\text{H}_3\text{PO}_4)_{\text{bouteille}} = n(\text{H}_3\text{PO}_4)_{\text{bouteille}} \times M(\text{H}_3\text{PO}_4) = 8,3 \times 10^{-3} \times (3 \times 1,0 + 31,0 + 4 \times 16,0) = 0,81 \text{ g}$$

Déterminons le nombre de bouteille permettant d'atteindre la DJA

La DJA est de $70 \text{ mg} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{jour}^{-1}$, donc une personne de **70 kg** pourra ingérer sans danger $70 \times 70 = 4,9 \times 10^3 \text{ mg} = 4,9 \text{ g}$ d'acide phosphorique par jour.

Estimation

Sachant qu'une bouteille contient 0,81 g d'acide phosphorique une personne devra boire pour atteindre le DJA : $\frac{4,9}{0,81} = 6$ bouteilles de 1,5 L de soda.

Une personne de 70 kg peut donc boire 6 bouteilles par jour , sans que l'acide phosphorique ne présente un risque pour sa santé.

$6 \times 1,5 = 9 \text{ L}$, ce volume est largement supérieure à une consommation normale.