AD4. MOUVEMENTS DE SATELLITES.

1. <u>Définition</u>

Un satellite désigne tout corps céleste en révolution autour d'un astre.

Ainsi la Lune est le satellite naturel de la Terre, Météosat est un de ses satellites artificiel. Jupiter en possède 63 naturels connus dont quatre ont été découvert par Galilée en 1610 : Io, Europe, Ganymède et Callisto. Les huit planètes du système solaire (Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune) sont des satellites du Soleil.

2. <u>Propriétés du mouvement</u>

2.1. Référentiel d'étude

Pour étudier le mouvement du satellite on choisit comme référentiel un solide imaginaire contenant le centre de l'astre autour duquel tourne le satellite et trois étoiles éloignées.

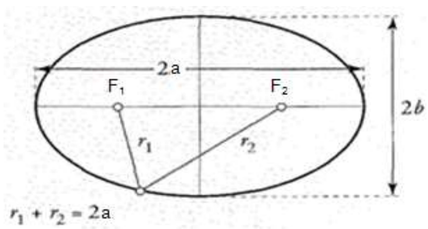
Pour étudier le mouvement des planètes autour du Soleil, on choisit dans le référentiel héliocentrique. Dans le cas d'un satellite de la Terre (de Jupiter, de Saturne, ...), on se place le référentiel géocentrique (joviocentrique, saturnocentrique, ...), solide imaginaire contenant le centre de la Terre (de Jupiter, de Saturne, ...) et trois étoiles éloignées.

2.2. Cas des planètes : lois de Képler (Attention ! A CONNAITRE !)

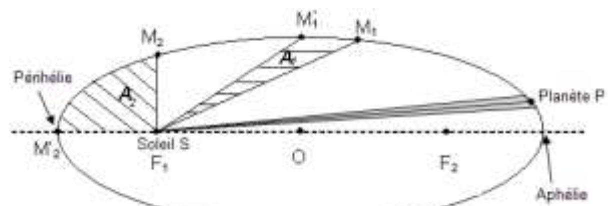
Première loi : **Dans le référentiel héliocentrique, le centre d'une planète décrit autour du soleil une ellipse dont le centre du soleil est l'un des foyers. (doc 1)**

Deuxième loi (loi des aires): **Le segment de droite [SP] reliant le centre du Soleil au centre de la planète balaie des aires égales pendant des durées égales. (doc 2)**

Troisième loi **: Pour toute planète du système solaire, le rapport du carré de sa période T de révolution autour du soleil au cube du demi-grand axe a de sa trajectoire est constant :** $\frac{T^2}{a^3} = K$



Doc 1. Une ellipse est l'ensemble des points dont la somme des distances à deux points fixes (les foyers F_1 et F_2) est une constante :
$r_1 + r_2$ = cte pour tout point de l'ellipse.
Le grand axe de l'ellipse est égale à 2a.



Doc2. Une planète en orbite elliptique autour du Soleil ne se déplace pas à vitesse constante. Elle va plus vite a son périhélie (point de son orbite le plus prés du Soleil) qu'à son aphélie (point de son orbite le plus loin du Soleil)

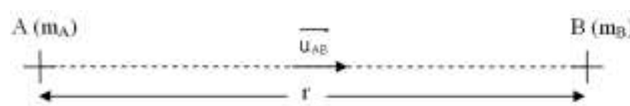
Remarques :
- les lois de KEPLER s'appliquent aux satellites de la Terre dans le référentiel géocentrique et aux satellites des autres planètes dans « planétocentrique ». La constante K dépend de la masse de la planète placée au foyer de l'ellipse.

- Dans le cas d'une trajectoire assimilable à un cercle de rayon r, la troisième loi de KEPLER s'écrit : $\frac{T^2}{r^3} = K$.

3. Loi de gravitation universelle

Deux corps ponctuels A et B, de masses m_A et m_B, distants de r, exercent l'un sur l'autre, du simple fait de leur masse des forces attractives $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et $\overrightarrow{F_{B/A}}$ telle que :

....



G est la constante de gravitation universelle :
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.kg^{-2} m^2 (ou m^3 kg^{-1} s^{-2}).

Questions :

1. *On suppose que, sur le doc 2., **les durées de parcours entre les points M_1 et M'_1 puis M_2 et M'_2 sont égales***. En utilisant une des lois de Kepler, trouver la relation entre les aires hachurées A_1 et A_2 sur la figure du doc 2.
2. La valeur de la vitesse d'une planète est-elle supérieure lorsque qu'elle est plus proche du Soleil ou plus éloignée ? Justifier grâce à la réponse précédente.
3. *La base de Frénet est un repère lié au satellite (P, $\overrightarrow{u_t}$, $\overrightarrow{u_n}$) dans lequel $\overrightarrow{u_t}$ (ou $\overrightarrow{u}$ ou $\overrightarrow{\tau}$ ou $\overrightarrow{T}$) est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement ; $\overrightarrow{u_n}$ (ou $\overrightarrow{n}$ ou $\overrightarrow{N}$) est un vecteur unitaire normal à $\overrightarrow{u_t}$, orienté vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.*
   Représenter un cercle correspondant à l'orbite de rayon r d'un satellite P en mouvement circulaire uniforme, la base de Frénet *(P, $\overrightarrow{u_t}$, $\overrightarrow{u_n}$)* ainsi que les vecteurs vitesse et accélération de P. Donner, en fonction de v et r, les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans ce cas.
4. Compléter le paragraphe 3 en écrivant l'expression vectorielle $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et $\overrightarrow{F_{B/A}}$ en fonction de m_A, m_B, r, G et $\overrightarrow{u_{AB}} = \frac{\overrightarrow{AB}}{r}$ puis représenter les deux forces sur le schéma.

AD4 suite. ETUDE DU MOUVEMENT D'UN SATELLITE TERRESTRE EN ORBITE CIRCULAIRE

La Terre possède un satellite naturel : la Lune. Si la possibilité théorique de mettre un satellite artificiel sur orbite autour de la Terre fut signalée en 1687 par Isaac Newton, il a fallu attendre le 4 octobre 1957 pour voir le lancement du premier satellite artificiel, Spoutnik 1, par les soviétiques.
Aujourd'hui, plus de 2600 satellites gravitent autour de la Terre. Ils interviennent dans de nombreux domaines: téléphonie, télévision, localisation, météorologie, astronomie ...
On se propose d'étudier un satellite en orbite supposée circulaire.
Dans tout l'exercice, on notera :
Masse de la Terre: M_T (répartition de masse à symétrie sphérique de centre T) ; Rayon de la Terre: R_T ;
Masse du satellite étudié, supposé ponctuel : m_S ; Altitude du satellite étudié: h.
Données :
La période de rotation de la Terre est T_{Terre} = 23 h 56 min 4 s soit 86164 s ; La constante de gravitation universelle: G = $6{,}67 \times 10^{-11}$ SI.

1. Accélération d'un satellite Le premier satellite artificiel.
En appliquant, entre autres, la deuxième loi de Newton et la loi de gravitation universelle, établir l'expression vectorielle (1) de l'accélération $\overrightarrow{a_S}$ du satellite en fonction des données de l'énoncé. *On réalisera avec soin un schéma sur lequel apparaîtront notamment la Terre et son rayon R_T, le satellite sur son orbite circulaire et l'altitude h.*
Que peut-on en conclure de la nature du mouvement du satellite supposé déjà circulaire ?

2. Vitesse du satellite en orbite circulaire
Dans la base de Frénet (S, $\overrightarrow{u_t}$, $\overrightarrow{u_n}$), repère lié au satellite, le vecteur accélération $\overrightarrow{a_S}$ a, d'une manière générale, *deux coordonnées ou composantes : une dite tangentielle notée a_t sur $\overrightarrow{u_t}$ et une autre dite normale notée a_n sur $\overrightarrow{u_n}$. L'accélération tangentielle a pour expression, dans le cas général d'un mouvement accéléré, retardé ou uniforme : $a_t = \frac{dv}{dt}$. L'accélération normale a_n est la même que celle vérifiée dans le cas d'un mouvement uniforme (voir cours cinématique).*

2.1. Donner, dans la base de Frénet, les coordonnées $\overrightarrow{a_S}$ de l'accélération :
- que l'on peut déduire de l'expression (1) ;
- dans le cas général.

2.2. Par projections, confirmer la conclusion de la question 1 puis déterminer l'expression littérale de la vitesse v en fonction des grandeurs M_T, R_T, *h* et *G.*
2.3. La vitesse d'un satellite dépend-elle de sa masse ? À quelle condition un satellite est-il plus rapide qu'un autre ?

3. Période de révolution d'un satellite et troisième loi de Kepler
3.1. Définir *T* la période de révolution d'un satellite.
3.2. Déterminer l'expression de la période *T* du mouvement en fonction du rayon *r* de l'orbite, de *G* et M_T.
3.3. Retrouver la troisième loi de Kepler appliquée à ce mouvement circulaire de rayon r.
3.4. *La période de révolution de la Lune est T_L = 27j 7h 43 min.*
Le rayon de son orbite supposée circulaire est r_L= 384×10^{3} km.
Déduire de la troisième loi de Kepler établie à la question précédente, la masse de la Terre.

4. Cas d'un satellite géostationnaire
Les satellites météorologiques comme Météosat sont des appareils d'observation géostationnaires.
4.1. Qu'appelle-t-on satellite géostationnaire ?
4.2. *On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre.*

a. Montrer que, seule, l'une de ces trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.
b. Quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre au satellite géostationnaire ? Justifier la réponse.
c. Quelle est la période de révolution d'un satellite géostationnaire ?
d. En utilisant l'expression de la période établie à la question 3.2., déterminer la valeur de l'altitude *h* à laquelle se trouve un satellite géostationnaire.

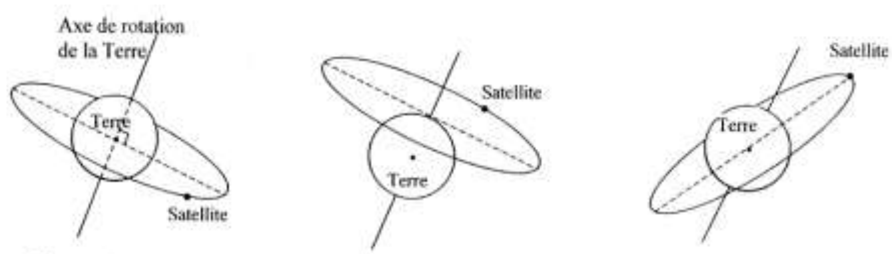
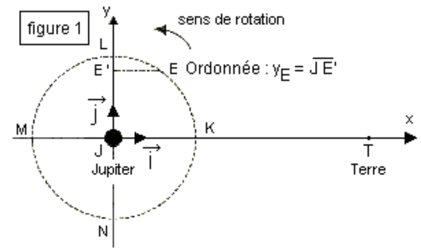


Figure 1 Figure 2 Figure 3

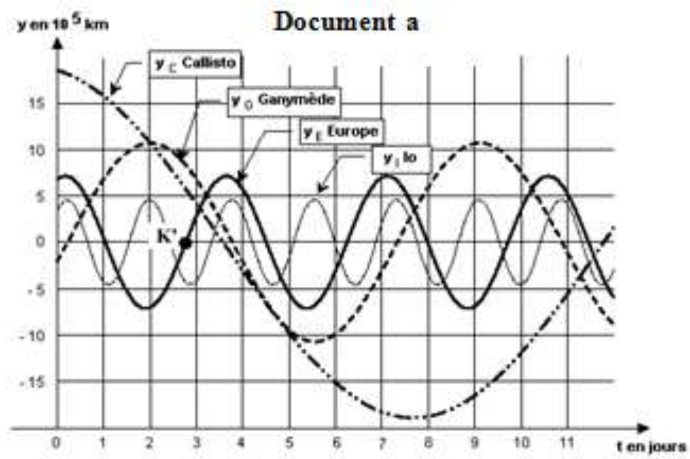
e. Donner quelques applications des satellites géostationnaires.
f. *Le télescope spatial Hubble, qui a permis de nombreuses découvertes en astronomie depuis son lancement en 1990, est en orbite circulaire à 600 km d'altitude et il effectue un tour complet de la Terre en 100 minutes.*
Hubble est-il géostationnaire ?

AD5. EPHEMERIDES

Autour de la planète Jupiter gravitent des satellites naturels. Les quatre plus gros sont Io, Europe, Ganymède et Callisto.
Dans un référentiel centré sur Jupiter supposé galiléen, on considère que le centre de chacun des satellites est animé d'un mouvement circulaire uniforme autour du Centre J de Jupiter. Sur la figure 1 (ci-contre), on a représenté uniquement la trajectoire du centre d'inertie E d'Europe.
Les trajectoires des autres satellites appartiennent sensiblement à ce même plan qui contient aussi le centre T de la Terre. Pendant la durée de l'observation, la Terre sera considérée comme immobile par rapport au référentiel choisi.



On prend l'axe (J, $\vec{i}$) passant par le centre T de la Terre. La distance JT entre Jupiter et la Terre est très grande devant le rayon des trajectoires des satellites. La figure n'est pas à l'échelle.
Une revue d'astronomie a publié les courbes donnant les variations, en fonction du temps, de l'ordonnée y de chacun des quatre satellites dans le repère orthonormé (J, $\vec{i}$, $\vec{j}$) lié au référentiel choisi. Les courbes ou éphémérides sont données sur le document a ci-dessous.



1. Exploitation des courbes publiées par la revue

a. *Sur la figure 1, on a noté K, L, M et N les positions particulières d'Europe quand sa trajectoire coupe les axes (J, $\vec{i}$) et (J, $\vec{j}$).*

Sur le document a, on a placé un point K' qui correspond à un passage du satellite Europe au point K de sa trajectoire

a. Reproduire l'allure de la courbe Y_E = f(t) sur laquelle se situe K' et placer les points L', M' et N' qui correspondent respectivement aux passages successifs du satellite Europe par les points L, M et N.

b. Sur cette courbe y_E = f(t), quel couple de points permet de déterminer la demi-période de révolution du satellite Europe. Utiliser le document a pour donner en conséquence la période de révolution d'Europe en jours.

c. De même, quel couple de points permet de déterminer le diamètre de la trajectoire du satellite Europe ? Donner ce diamètre en km.

d. Identifier le satellite le plus proche de Jupiter puis le satellite ayant la plus grande période de révolution.

2. Détermination de l'ordre de grandeur de la masse de Jupiter

On considère que chaque satellite de masse m n'est soumis qu'à la seule force gravitationnelle de la part de Jupiter de masse M et que les astres ont une répartition de masse à symétrie sphérique.
On note r le rayon de la trajectoire circulaire décrite par les satellites autour de Jupiter. r représente la distance entre le centre de Jupiter et le centre du satellite étudié.

a. Donner l'expression vectorielle de la force de gravitation exercée par Jupiter sur un satellite. Représenter cette force sur un schéma.

b. Montrer qu'un satellite est animé d'un mouvement uniforme et que l'expression de sa vitesse est : $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$.

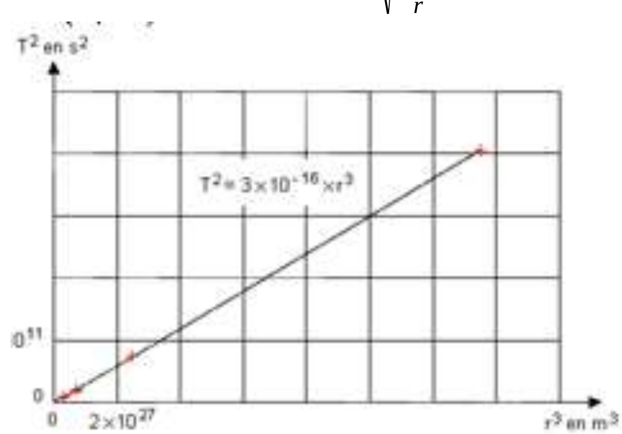
G représente la constante universelle de gravitation.

c. Choisir parmi les quatre propositions suivantes, celle(s) qui correspond(ent) au satellite le plus rapide. Justifier.

□ le plus proche de Jupiter □ le plus loin de Jupiter
□ le plus léger □ le plus lourd

d. A partir de l'expression de la vitesse, établir l'expression de la période de révolution T d'un satellite autour de Jupiter en fonction de r et des grandeurs de l'exercice.

e. Etablir la troisième loi de Képler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$



f. *L'étude des mouvements des satellites de Jupiter, réalisée dans la partie 1, permet de déterminer la période et le rayon de l'orbite de chaque satellite. Sur le graphe ci-dessous, on a représenté pour chaque satellite, les valeurs des couples (r^3, T^2).*
En observant ce graphe, pourquoi peut-on dire que la troisième loi de Kepler est vérifiée ?

h. *L'équation de la meilleure droite passant par les points obtenus est donnée sur le graphe.* En déduire l'ordre de grandeur de la masse de Jupiter.