TS **Eléments de correction de l'évaluation n°1 du Mercredi 4 Novembre 2015**

Calculatrice autorisée - Aucun document n'est autorisé. **Durée : 4 h**

Vous apporterez un grand soin à la présentation et à la rédaction de votre copie.
Vous n'oublierez pas de rendre le sujet avec votre copie. Bon courage.

Le barème est noté sur 20 points.

Exercice 1. Probabilités (4,5 points)

On étudie le trafic sur un tronçon d'autoroute de contournement d'une grande ville.
On constate que la moitié des véhicules empruntant cette autoroute sont des camions et que 40% sont des voitures particulières. Les autres sont des motos.

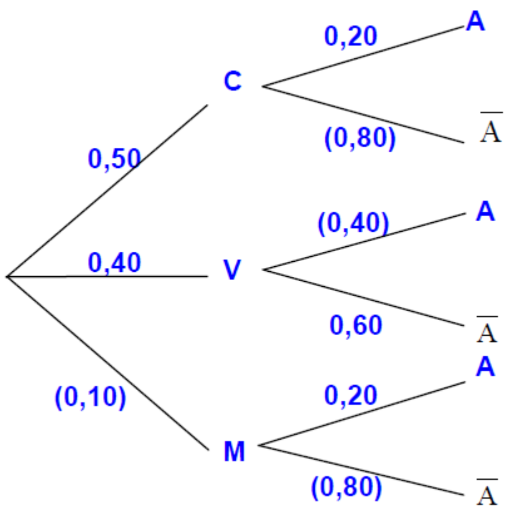
La société exploitant cette autoroute propose des abonnements aux usagers.

- Parmi les conducteurs de voitures particulières, 60% n'ont pas souscrit d'abonnement.
- 20% des conducteurs de camions et 20% des conducteurs de motos se sont abonnés.

Un véhicule se présente au péage.

On note les événements suivants
C : « Le véhicule est un camion »
V : « Le véhicule est une voiture particulière»
M : «Le véhicule est une moto»
A : « Le conducteur a souscrit un abonnement»

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.



2. Un véhicule est choisi au hasard.

a) Calculer p (V ∩ A). Interpréter ce résultat.

$P(V \cap A) = P(V) \times P_V(A) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

La probabilité que le véhicule se présentant au péage soit une voiture particulière qui a souscrit un abonnement est de 0,16.

b) Montrer que la probabilité que le conducteur arrivant au péage ait souscrit un abonnement est égale à 0,28.

D'après la formule des probabilités totales :
$P(A) = P(C \cap A) + P(V \cap A) + P(M \cap A)$
$P(A) = P(C) \times P_C(A) + 0,16 + P(M) \times P_M(A)$
$P(A) = 0,50 \times 0,20 + 0,16 + 0,10 \times 0,20$
$P(A) = 0,10 + 0,16 + 0,02$ **$P(A) = 0,28$**

La probabilité que le conducteur arrivant au péage ait souscrit un abonnement est égale à 0,28

3. Sachant que le conducteur est un abonné, calculer la probabilité que son véhicule soit une moto.

$$P_A(M) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{P(M) \times P_M(A)}{P(A)} = \frac{0,1 \times 0,2}{0,28} = \frac{0,02}{0,28} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

Sachant que le conducteur est un abonné, la probabilité que son véhicule soit une moto est égale à $\frac{1}{14}$

4. *Dans cette partie, les résultats seront arrondis au millième.*

Dix véhicules arrivent au péage indépendamment les uns des autres.
On note X la variable aléatoire qui, aux dix véhicules arrivant au péage, associe le nombre d'abonnés.

a) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Expliquer.

« Se présenter au péage de ce tronçon d'autoroute » est une épreuve de Bernoulli. En effet, pour chaque véhicule, il y a deux issues possibles, succès ou échec, le succès A : « être un abonné » ayant une probabilité p égale à 0,28.

De plus, dix véhicules arrivent au péage indépendamment les uns des autres, ceci revient à répéter dix fois de façon identique et indépendante l'épreuve de Bernoulli précédente : on a ainsi un schéma de Bernoulli

Soit X le nombre de véhicules dont le conducteur a souscrit un abonnement.
X est le nombre de succès.
X suit donc la loi binomiale de paramètres 10 et 0,28

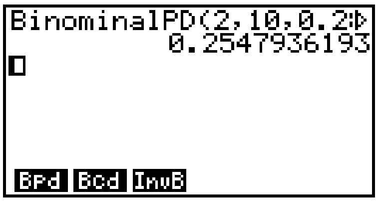
Pour k compris entre 0 et 10, on a : $P(X = k) = \binom{10}{k} \times 0,28^{k} \times 0,72^{10-k}$

b) Calculer la probabilité qu'exactement deux véhicules soient ceux de deux abonnés.

On cherche ici P(X = 2)

$P(X = 2) = \binom{10}{2} \times 0,28^{2} \times 0,72^{8} = 45 \times 0,28^{2} \times 0,72^{8} \approx 0,255$

ou utiliser la calculatrice

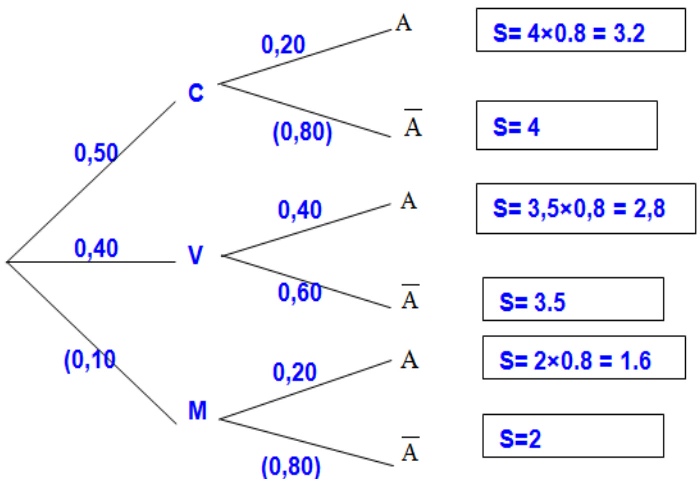


La probabilité qu'exactement deux véhicules sur les dix, arrivant au péage, soient ceux de deux abonnés est égale à environ 0,255.

5. Le tarif pour emprunter ce tronçon d'autoroute est de 2€ pour une moto, 4€ pour un camion et 3,50€ pour une voiture particulière. L'abonnement permet d'obtenir une réduction de 20%.

Soit S la somme payée par le conducteur.

a) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire S.



$P(S = 3,2) = P(C \cap A) = 0,50 \times 0,20 = 0,10$
$P(S = 4) = P(C \cap \bar{A}) = 0,5 \times 0,8 = 0,40$
$P(S = 2,8) = P(V \cap A) = 0,16$
$P(S = 3,5) = P(V \cap \bar{A}) = 0,40 \times 0,60 = 0,24$

$P(S = 1,6) = P(M \cap A)) = 0,10 \times 0,20 = 0,02$

Pour trouver P (S = 2)

<u>Première méthode</u> : on utilise la somme de toutes les probabilités doit être égale à 1 donc
$P(S = 2) = 1 - (0,10 + 0,40 + 0,16 + 0,24 + 0,02)$
$= 0,08$

<u>Seconde méthode</u> :
$P(S = 2) = P(M \cap \bar{A}) = P(M) \times P_M(\bar{A})$
$= 0,10 \times 0,80 = 0,08$

La loi de probabilité de S est :

s_i	1,6	2	2,8	3,2	3,5	4
$p(S = s_i)$	0,02	0,08	0,16	0,10	0,24	0,40

b) En moyenne, il arrive quotidiennement 10 000 véhicules au péage.
Quelle recette quotidienne la société exploitant ce tronçon d'autoroute peut-elle espérer obtenir ?

Tout d'abord, il s'agit de calculer l'espérance de S

$E(S) = 0{,}02 \times 1{,}6 + 0{,}08 \times 2 + 0{,}16 \times 2{,}8 + 0{,}10 \times 3{,}2 + 0{,}24 \times 3{,}5 + 0{,}40 \times 4 = 3{,}4$

La somme payée en moyenne par véhicule lorsqu'un grand nombre de véhicules se présente au péage de ce tronçon d'autoroute est de 3,4€

Comme il se présente quotidiennement 10 000 véhicules au péage, la recette quotidienne de cette société exploitant ce tronçon d'autoroute est de :

10 000 × 3,4 € c'est-à-dire 34 000 €

Exercice 2. Etude de fonctions (6 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur IR par : $g(x) = e^x - x - 1$.

1. Etudier les variations de la fonction g.

Pour tout réel x, $g'(x) = e^x - 1$

$e^x - 1 = 0$	$e^x - 1 > 0$
$e^x = 1$	$e^x > 1$
$x = 0$	$x > 0$

$g(0) = e^0 - 0 - 1$
$g(0) = 1 - 0 - 1$
$g(0) = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de g'(x)		–	0	+	
Variation de g		↘	0	↗	

2. Déterminer alors le signe de g(x) suivant les valeurs de x

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Variation de g		↘	0	↗	
Signe de g(x)		+	0	+	

3. En déduire que, pour tout réel x, $e^x - x > 0$

D'après le résultat précédent, pour tout réel x, $g(x) \geq 0$

$e^x - x - 1 \geq 0$

$e^x - x \geq 1 > 0$

$e^x - x > 0$

PARTIE B

On considère la fonction f définie, pour tout x de IR, par : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x - x}$

La courbe représentative C_f de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal est donnée ci-après.

1. Expliquer pourquoi la fonction f est définie sur IR

   x appartient à l'ensemble de définition de f si et seulement si $e^x - x$ est différent de zéro.

   Or d'après la partie A, pour tout réel x, $e^x - x > 0$

   Donc, pour tout réel x, $e^x - x \neq 0$

   On en déduit que f est définie sur IR

2. Etude des variations de f

   a) Soit f′ la dérivée de f. Exprimer, pour tout x de IR, f′(x) en fonction de x

   $f = \dfrac{u}{v}$ **avec** $u(x) = e^x - 1$ $u'(x) = e^x$

   $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ $v(x) = e^x - x$ $v'(x) = e^x - 1$

   Pour **tout réel** x, $f'(x) = \dfrac{(e^x)(e^x - x) - (e^x - 1)\times(e^x - 1)}{(e^x - x)^2}$

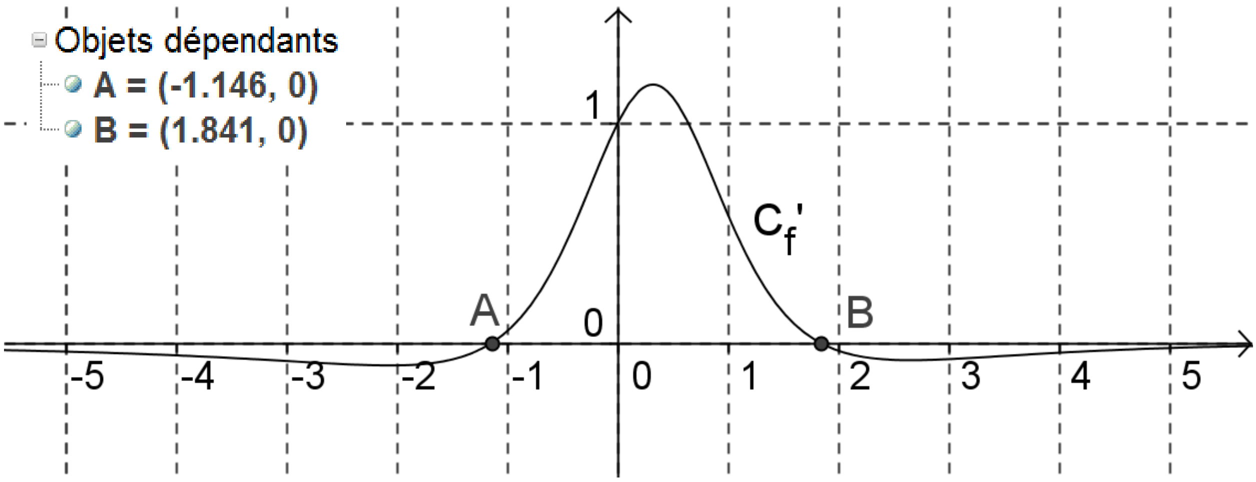
   $$f'(x) = \dfrac{e^{2x} - x\,e^x - (e^x - 1)^2}{(e^x - x)^2}$$

   $$f'(x) = \dfrac{e^{2x} - x\,e^x - (e^{2x} - 2e^x + 1)}{(e^x - x)^2}$$

   $$f'(x) = \dfrac{e^{2x} - x\,e^x - e^{2x} + 2e^x - 1}{(e^x - x)^2}$$

   $$f'(x) = \dfrac{-x\,e^x + 2e^x - 1}{(e^x - x)^2}$$

   b) Un élève ne trouvant pas le moyen d'étudier le signe de f′(x) décide au moins de conjecturer celui-ci. Il a donc tracé avec le logiciel Geogebra la représentation graphique de cette fonction dérivée f′ dans un repère orthogonal et a obtenu les informations suivantes :



En utilisant toutes ces informations, en déduire les variations de f

x	$-\infty$		x_A		x_B		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variation de f		$\searrow$	$f(x_A)$	$\nearrow$	$f(x_B)$	$\searrow$	

3. Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Préciser si C_f admet des asymptotes. Si oui, donner leur équation.

Limite en – ∞ :

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0 \text{ donc } \lim\limits_{x \to -\infty} (e^x - 1) = -1 \\ \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (-x) = +\infty \end{array}\right\} \text{ donc par somme } \lim\limits_{x \to -\infty} (e^x - x) = +\infty \end{array}\right\} \text{ donc, par limite d'un quotient } \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{e^x - 1}{e^x - x} = 0 \quad \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$$

La courbe C_f admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ au voisinage de – ∞

Limite en + ∞ : on est en présence d'une forme indéterminée

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x} = \frac{e^x\left(1 - \frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1 - \frac{x}{e^x}\right)} = \frac{1 - \frac{1}{e^x}}{1 - \frac{x}{e^x}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty \text{ donc } \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{e^x} = 0 \text{ d'où } \lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \frac{1}{e^x}\right) = 1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \text{ donc } \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = 0 \text{ d'où } \lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \frac{x}{e^x}\right) = 1 \end{array}\right\}$$

On en déduit par limite d'un quotient $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$

La courbe C_f admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ au voisinage de +∞

4. Etude de la position relative de C_f et de la droite d'équation y = x

a) Montrer que pour tout x de IR, $f(x) - x = \frac{(1 - x)\, g(x)}{e^x - x}$

Pour tout x de ℝ,

$$f(x) - x = \frac{e^x - 1}{e^x - x} - x = \frac{e^x - 1}{e^x - x} - \frac{x(e^x - x)}{(e^x - x)} = \frac{e^x - 1 - xe^x + x^2}{e^x - x}$$

Or, $$\frac{(1 - x)\, g(x)}{e^x - x} = \frac{(1 - x)(e^x - x - 1)}{e^x - x} = \frac{(e^x - x - 1 - x e^x + x^2 + x)}{e^x - x} = \frac{e^x - 1 - xe^x + x^2}{e^x - x}$$

Donc , pour tout x de IR, $f(x) - x = \frac{(1 - x)\, g(x)}{e^x - x}$

b) Déterminer alors la position relative de C_f et de la droite d'équation y = x.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$	
Signe de (1 – x)		+		+	0	–		
Signe de g(x)		+	0	+		+		Cf Partie A, 2°)
Signe de (e^x – x)		+		+		+		Cf Partie A, 3°)
Signe de $\dfrac{(1-x)\,g(x)}{e^x - x}$		+	0	+	0	–		

- **Sur]–∞; 0[et sur] 0 ; 1 [** $\quad \dfrac{(1-x)\,g(x)}{e^x - x} > 0$

  $f(x) - x > 0$

  $f(x) > x$

  la courbe C_f est au dessus de la droite d'équation y=x

- **Sur]1; + ∞ [** $\quad \dfrac{(1-x)\,g(x)}{e^x - x} < 0$

  $f(x) - x < 0$

  $f(x) < x$

  la courbe C_f est en dessous de la droite d'équation y=x

- **la courbe C_f coupe la droite d'équation y=x aux points d'abscisses respectifs 0 et 1**

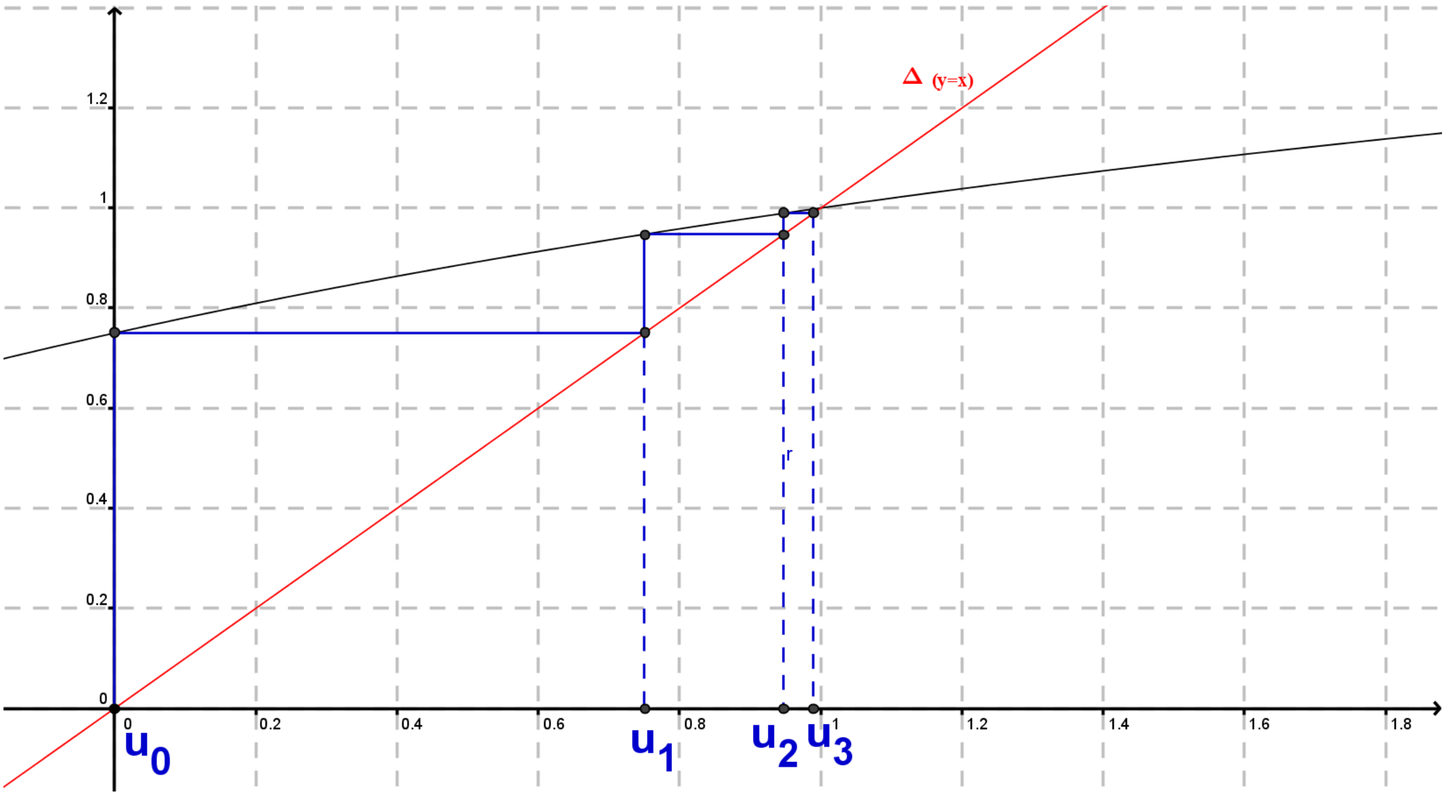
Exercice 3. Suites (6 points)

Soit la suite U de terme général U_n, définie par $U_0 = 0$ et, pour tout nombre entier naturel n,

$$U_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$$

1) Sur la feuille en annexe, on a tracé la courbe représentative d'équation $y = \frac{2x+3}{x+4}$

   Construire graphiquement les 4 premiers termes de la suite U.



2) Montrer que $U_1 = \frac{3}{4}$ et calculer U_2.

$$U_1 = \frac{2u_0 + 3}{u_0 + 4} = \frac{0+3}{0+4} = \frac{3}{4}$$

$$U_2 = \frac{2u_1 + 3}{u_1 + 4} = \frac{\frac{3}{4} + 3}{\frac{3}{4} + 4} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{19}{4}} = \frac{15}{19}$$

3) Chacune des trois propositions suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier votre réponse.

   Proposition 1 : « la suite U est arithmétique » **FAUSSE**

   $U_1 - U_0 = \frac{3}{4} - 0 = \frac{3}{4}$ et $U_2 - U_1 = \frac{15}{19} - \frac{3}{4} = \frac{3}{76}$

   $U_1 - U_0 \neq U_2 - U_1$

   Proposition 2 : « Il existe au moins une valeur de n pour laquelle $Un = \frac{2n+1}{(n+1)^2}$ » **VRAIE**

   Pour n = 1 $\frac{2n+1}{(n+1)^2} = \frac{2\times 1 + 1}{(1+1)^2} = \frac{3}{4}$ et $U_1 = \frac{3}{4}$

   Proposition 3 : « Pour tout n, on a $Un = \frac{2n+1}{(n+1)^2}$ » **FAUSSE**

   pour n = 0 $\frac{2n+1}{(n+1)^2} = \frac{2\times 0 + 1}{(0+1)^2} = 1$ or $u_0 = 0$

4) On considère l'algorithme suivant :

Recopier et compléter cet algorithme pour qu'il affiche les N premiers termes de la suite U

```
Entrée et initialisation
        Saisir N (entier naturel non nul)
        U prend la valeur 0
Traitement
        Pour K allant de 1 à N
                Afficher U

        Fin de Pour
Fin de l'algorithme
```

5) *On admet que pour tout entier naturel n, $u_n \neq -3$*

Soit V la suite définie, pour tout entier naturel n, par $V_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$

a) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{5}$ puis en déduire V_n en fonction de n.

Pour tout entier naturel n,

$$V_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} + 3} = \frac{\dfrac{2u_n + 3}{u_n + 4} - 1}{\dfrac{2u_n + 3}{u_n + 4} + 3} = \frac{\dfrac{2u_n + 3}{u_n + 4} - \dfrac{u_n + 4}{u_n + 4}}{\dfrac{2u_n + 3}{u_n + 4} + \dfrac{3(u_n + 4)}{u_n + 4}} = \frac{\dfrac{u_n - 1}{u_n + 4}}{\dfrac{5u_n + 15}{u_n + 4}} = \frac{u_n - 1}{5u_n + 15} = \frac{1}{5} \times \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$$

$$V_{n+1} = \frac{1}{5} \times V_n$$

On en déduit que V est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{5}$

De plus, $V_0 = \dfrac{u_0 - 1}{u_0 + 3} = \dfrac{0 - 1}{0 + 3} = -\dfrac{1}{3}$

On a alors, pour tout entier naturel n, $V_n = -\dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{5}\right)^n$

b) Montrer que $U_n = \dfrac{1 + 3v_n}{1 - v_n}$ puis que $U_n = \dfrac{1 - \dfrac{1}{5^n}}{1 + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{5^n}}$

Pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$

$$v_n(u_n + 3) = u_n - 1$$
$$v_n \times u_n + 3v_n = u_n - 1$$
$$v_n \times u_n - u_n = -1 - 3v_n$$
$$u_n(v_n - 1) = -1 - 3v_n$$

$v_n \neq 1$ **alors** $u_n = \dfrac{-1 - 3v_n}{v_n - 1}$

$$u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 - v_n}$$

Or $v_n = -\dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{5}\right)^n$ **donc** $u_n = \dfrac{1 + 3\left(-\dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{5}\right)n\right)}{1 - \left(-\dfrac{1}{3} \times \left(\dfrac{1}{5}\right)^n\right)} = \dfrac{1 - \dfrac{1}{5^n}}{1 + \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{5^n}}$

c) En déduire la limite de la suite U.

$-1 < \frac{1}{5} < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} (\frac{1}{5})^n = 0$ et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} (\frac{1}{5^n}) = 0$

On en déduit :

$\lim\limits_{n \to +\infty} (1 - \frac{1}{5^n}) = 1$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} (1 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{5^n}) = 1$ donc par quotient : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

On en déduit que la suite U converge vers 1

6) On considère l'algorithme suivant :

```
Initialisation
        U prend la valeur 0
        N prend la valeur 0
Traitement
        Tant que U ≤ 0,99
                U prend la valeur (1 − 1/5^n) / (1 + 1/3 × 1/5^n)
                N prend la valeur N+1
        Fin de tant que
        Afficher N
Fin de l'algorithme
```

Que calcule cet algorithme et pourquoi s'arrête-t-il ?

Il permet de trouver le plus petit entier n tel que $u_n > 0,99$

La suite U converge vers 1 donc tout intervalle ouvert centré en 1 contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang

donc, en particulier, l'intervalle

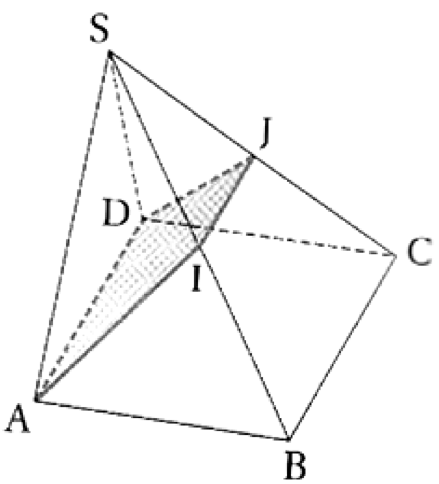
] 0,99 ; 1,01[contient tous les termes de la suite U à partir d'un certain rang n_0

Ceci signifie que pour tout $n \geq n_0$, u_n appartient à] 0,99 ; 1,01[donc $u_n > 0,99$
Ceci justifie que l'algorithme s'arrête

Exercice 4. Espace. (3,5 points)

SABCD est une pyramide à base carrée de côté 6, telle que les faces ABS et ADS sont des triangles isocèles rectangles en A.

I et J sont les milieux respectifs de [SB] et [SC].



1) Montrer que les points A, I, J et D sont coplanaires.

Dans le triangle SBC,
I et J sont les milieux respectifs de [SB] et [SC].
Or la droite joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté de ce triangle donc (IJ) // (BC)

De plus, ABCD est un carré donc (BC) //(AD)

On en déduit que (IJ)//(AD)

Donc les droites (IJ) et (AD) sont coplanaires
et ainsi les points A, I, J et D sont coplanaires

autre raisonnement possible ôurnprouver que les droites (AD) et (IJ) sont parallèles :

$\left.\begin{array}{l}(AD) \subset ((ADI) \\ (BC) \subset ((SBC) \\ (AD) // (BC) \text{ (car ABCD est un carré)} \\ (ADI) \text{ et } (SBC) \text{ sont sécants} \\ (ADI) \cap (SBC) = (IJ)\end{array}\right\}$ donc, d'après le théorème du toit, (IJ)//(AD)

2) Montrer que la droite (AD) est orthogonale au plan (ABS). En déduire que les droites (IJ) et (AI) sont orthogonales.

ABCD est un carré donc (AD) est perpendiculaire à (AB)

ADS est un triangle isocèle rectangle en A donc (AD) est perpendiculaire à (AS)

La droite (AD) est donc orthogonale aux deux droites sécantes (AB) et (BS) du plan (ABS) donc (AD) est orthogonale au plan (ABS).

On en déduit qu'elle est orthogonale à toute droite de ce plan donc en particulier la droite (AD) est orthogonale à (AI).

Or (AD) est parallèle à (IJ).

Si deux droites sont parallèles, toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre

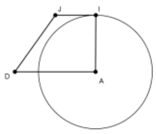
On en déduit que les droites (IJ) et (AI) sont orthogonales (et perpendiculaires)

3) Justifier la nature du quadrilatère AIJD et calculer son aire.

(AD) // (IJ) et (IJ) orthogonale à (AI) donc AIJD est un trapèze rectangle

Il faut calculer sa hauteur donc AI

Dans le triangle ABS isocèle rectangle en A, I est le milieu de son hypoténuse donc AI = SI = IB = $\frac{BS}{2}$



Or, d'après le théorème de Pythagore, $BS^2 = AB^2 + AS^2$

$BS^2 = 6^2 + 6^2$

$BS^2 = 72$ donc $BS = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

On a donc $AI = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

De plus, $IJ = \frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3$ (voir longueur du segment joignant les milieux respectifs de deux côtés d'un triangle vaut la moitié de la longueur du troisième côté de ce triangle)

L'aire du trapèze rectangle AIJD est donc égale à : $\frac{(B+b) \times h}{2}$

$$\frac{(IJ + AD) \times IA}{2} = \frac{(3+6) \times 3\sqrt{2}}{2} = \frac{27\sqrt{2}}{2}$$

BONUS :

4) Montrer que la droite (SI) est orthogonale au plan (AID). En déduire le volume de la pyramide SAIJD.

(AD) est orthogonale au plan (ABS) et (IS) est incluse dans (ABS) donc (AD) est orthogonale à (IS).

De plus, ABS est un triangle rectangle isocèle en A, donc la médiane (AI) est aussi une hauteur de ABS et donc (AI) est perpendiculaire à (IS)

Comme (IS) est orthogonale aux deux droites sécantes (AD) et (AI), on peut affirmer que (SI) est orthogonale au plan (AID)

On peut alors calculer le volume de la pyramide SAIJD.

$$V_1 = \frac{\text{aire (AIJD)} \times SI}{3} = \frac{\frac{27\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2}}{3} = 27$$

5) Calculer le volume de la pyramide SABCD, puis du solide AIBDJC.

ABS est rectangle isocèle en A donc (AS) est orthogonale à (AB)

(AD) est orthogonale au plan (ABS) et (AS) est incluse dans (ABS) donc (AD) est orthogonale à (AS).

Comme (AS) est orthogonale aux deux droites sécantes (AD) et (AB), on peut affirmer que (AS) est orthogonale au plan (ABD)

On peut alors calculer le volume de la pyramide SABCD.

$$V_2 = \frac{\text{aire (ABC)} \times AS}{3} = \frac{6^2 \times 6}{3} = 72$$

Comme on a trouvé dans la question 4) que le volume de la pyramide SAIJD est 27

On en déduit que le volume du solide AIBDJC vaut : $V_2 - V_1$ c'est-à-dire :72 – 27

Le volume du solide AIBDJC est donc égal à 45